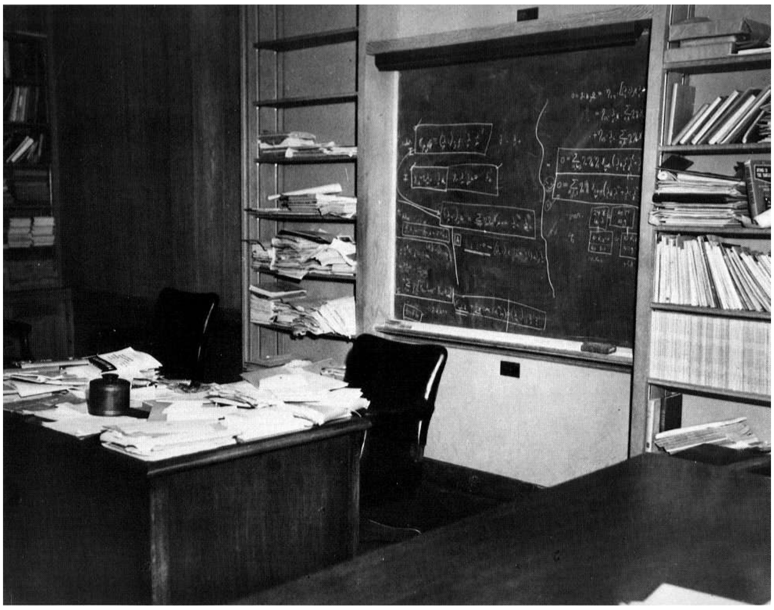
25. Januar 2006

Paritätsverletzung

Gruppe 36

Simon Honc	**Christian Hütter**
shonc@web.de	Christian.huetter@gmx.de



I. Inhaltsverzeichnis

II. Theoretische Grundlagen

Symmetrien sind in der Physik von großer Bedeutung. So folgt aus der Homogenität der Zeit die Energieerhaltung, aus der Homogenität des Raumes die Impulserhaltung und aus der Isotropie des Raumes die Drehimpulserhaltung. Lange Zeit dachte man auch von der Parität, dass sie eine Erhaltungsgröße sein müsste. D.h. man dachte Naturgesetze seien bzgl. der Paritätsoperation Invariant. Jedoch zeigte Chien-Shiung Wu 1956 in einem Experiment, dass beim $\beta-Zerfall$ von ^{60}Co eine Paritätsverletzung auftritt. D.h. Wu und ihre Mitarbeiter zeigten, dass die schwache Wechselwirkung nicht der Paritätsinvarianz unterliegt.

1. Erläuterung einiger Grundbegriffe

- Parität

Die Paritätsoperation P beschreibt eine Raumpunktspiegelung am Ursprung. D.h. ein Punkt mit den Koordinaten (x, y, z) wird ein Punkt mit den Koordinaten $(-x, -y, -z)$.
Somit ist der Paritätsoperator wie folgt definiert:

$$P\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r})$$

Für einen beliebigen Zustand $|\Psi\rangle$ mit definierter Parität ergibt sich die Eigenwertgleichung zu:

$$P|\Psi\rangle = \pi_\Psi |\Psi\rangle \qquad ,\pi_\Psi = \pm 1$$

$$\Rightarrow \quad P^2|\Psi\rangle = |\Psi\rangle \quad \textit{und somit} \quad P^2 = 1,\ P = P^{-1}$$

Bei dem Eigenwert +1 spricht man von einer geraden Parität oder einem symmetrischen Zustand. Analog dazu spricht man bei einem Eigenwert von -1, von einer ungeraden Parität bzw. von einem unsymmetrischen Zustand.

Der Erwartungswert eines Operators mit gegebener Parität transformiert sich unter der Paritätsoperation wie folgt:

$$\langle PAP^{-1}\rangle = \langle PAP\rangle = \pi_A \langle A\rangle$$

Hier noch ein paar wichtige Beispiele:

$$\begin{aligned}
\langle P\vec{r}P^{-1}\rangle &= -\langle\vec{r}\rangle \quad , \text{ Ort } \vec{\mathrm{r}} \\
\langle P\vec{p}P^{-1}\rangle &= -\langle\vec{p}\rangle \quad , \text{ Impuls } \vec{\mathrm{p}} \\
\langle P\vec{\sigma}P^{-1}\rangle &= +\langle\vec{\sigma}\rangle \quad , \text{ Spin } \vec{\sigma} \\
\langle P\vec{l}P^{-1}\rangle &= +\langle\vec{l}\rangle \quad , \text{ Drehimpuls } \vec{\mathrm{l}}
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Operator A wird nun invariant genannt, falls sich sein Erwartungswert unter einer Transformation nicht ändert. Ein Beispiel dafür ist der Spin $\vec{\sigma}$, bzw. der

Drehimpuls $\vec{l}$. Der Impuls $\vec{p}$ dagegen ändert sein Vorzeichen. Dieser Operator ist somit variant bzgl. der Paritätstransfomation. Eine Invarianz bzgl. einer physikalischen Größe wie z.B. des Drehimpulses $\vec{l}$ weist nun auf einen Erhaltungssatz hin.
In unserem Fall heißt das, die Parität einer Größe ist erhalten, wenn sich diese unter der Paritätstransformation nicht ändert.

- Helizität H

Um nun die Paritätserhaltung zu testen, muss man den Erwartungswert eines Operators bestimmen, der variant bzgl. einer Paritätstransformation ist. Ein Pseudoskalar erfüllt diese Bedingungen. Ein Pseudoskalar ist, wie der Name schon erahnen lässt, ein Skalar und somit Drehinvariant, ändert jedoch das Vorzeichen bei einer Spiegelung.
In diesem Versuch wird als Pseudoskalar die longitudinale Polarisation, die sog. *Helizität*, von Elektronen benutzt.

Die Helizität ist wie folgt definiert:

$$H = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|} \quad \text{, Spin } \vec{\sigma} \text{ und Impuls } \vec{p}$$

Anhand dieser Formel können wir sehen, dass ein Teilchen mit einem Spin in Bewegungsrichtung die Helizität H = +1 und ein Teilchen mit einem Spin entgegengesetzt der Bewegungsrichtung die Helizität H = -1 besitzt.
Dies ist wichtig für $\gamma - Quanten$, da diese aufgrund relativistischer Effekte nur diese zwei Einstellmöglichkeiten für den Spin haben.

Soll nun eine Theorie paritätserhaltend sein, muss ein Pseudoskalar notwendiger weise null sein.
Findet man nun jedoch einen von Null verschiedenen Erwartungswert, so ist das hinreichend für die Verletzung der Parität.

- Polarisation P

Haben Teilchen eine Vorzugsrichtung für ihren Spin, so spricht man von einer Polarisation. Wie schon zuvor erwähnt gibt es für $\gamma - Quanten$ nur zwei mögliche Polarisationen. Dies entspricht bei einem Spin in Ausbreitungsrichtung, links-zirkular polarisiertem Licht. Bei einem Spin entgegen der Ausbreitungsrichtung spricht man analog von rechts-zirkular polarisiertem Licht.
Für Elektronen die nur zwei mögliche Einstellmöglichkeiten für ihren Spin haben, kann man die Geamtpolarisation über die Anzahl der Teilchen $N_\pm$ mit jeweiliger Polarisation berechnen.

$$P_e = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

Für $\gamma - Quanten$ die den Spin 1 haben, würden sich allgemein drei mögliche Einstellungen für die Polarisation ergeben. Da jedoch, wie schon erwähnt, aufgrund relativistischer Effekte sich auch nur zwei mögliche Spinzustände ergeben, können wir für die Gesamtpolarisation der $\gamma - Quanten$ wie bei den Elektronen verfahren.

Somit ergibt sich für die Gesamtpolarisation der $\gamma-Quanten$:

$$P_C = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

2. Prinzip der Messung

Die Helizät der Elektronen aus dem $\beta-Zerfall$ wird nicht direkt gemessen. Man muss sie sich über ein paar Umwege beschaffen. Die entstanden Elektronen werden durch eine Bleischicht abgebremst. Dadurch entsteht die Bremsstrahlung, die mit den einzelnen $\gamma-Quanten$ jeweils ein Teil der Polarisation des Elektrons, aufgrund der Drehimpulserhaltung, mitnimmt.

Dabei gilt es drei Fälle zu unterscheiden:

- Sind die Elektronen **unpolarisiert**, so wird die Bremsstrahlung linear polarisiert sein, und wird mit zunehmender Strahlungsenergie abnehmen.

- Sind die Elektronen **transversal polarisiert**, so wird die Bremsstrahlung elliptisch polarisiert sein, und mit zunehmender Strahlungsenergie abnehmen.

- Sind die Elektronen **longitudinal polarisiert**, so wird die Bremsstrahlung zirkular polarisiert sein, und mit zunehmender Strahlungsenergie zunehmen.

Für uns ist der letzte Fall von Interesse. Die Zirkularpolarisation der $\gamma-Quanten$ hat das gleiche Vorzeichen wie die Helizität der erzeugten Elektronen.

Um die Polarisation der $\gamma-Quanten$ nun endlich messen zu können, macht man sich die Comptonstreuung an polarisierten Elektronen zunutze. Für verschieden polarisierte Elektronen ergibt sich ein jeweils verschiedener Wirkungsquerschnitt, dieser Querschnitt ist.
Dieser Polarisationsabhängige Compton-Querschnitt ist gegeben durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot \frac{k^2}{k_0^2} \cdot \left(\Phi_0 + f \cdot P_C \cdot \Phi_0\right)$$

r_0: klassischer Elektronenradius

k_0: Impuls der einfallenden Photonen

k: Impuls der gestreuten Photonen

P_C: Zirkularpolarisation

f: Polarisationsgrad der Elektronen

Ändert man nun die Polarisation der gestoßenen Elektronen, so ändert sich jeweils der differentielle Wirkungsquerschnitt.
Im Versuch erhält man damit durch das Umpolen des Magneten bei zirkular polarisierten $\gamma-Quanten$ jeweils verschieden Zählraten N.

Mit den gemessenen Zählraten kann man nun die Asymmetrie E berechen, und mit folgendem Zusammenhang auch die Polarisation P_C und Helizität H.

$$E = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = f \cdot P_C \cdot \frac{\Phi_C}{\Phi_0}$$

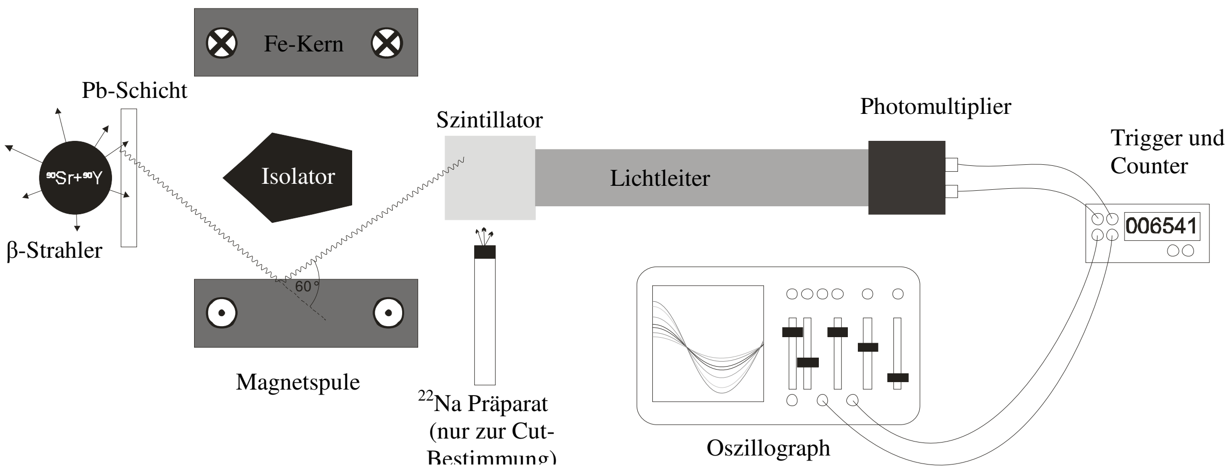
Der Faktor Φ_C / Φ_0 wird durch die Anordnung gegeben. Die Versuchsanordnung ist dabei so gewählt, dass der Quotient Φ_C / Φ_0 maximal wird. Dies entspricht einem Streuwinkel von 60^0.

Wird nun die relative Zählratendifferenz $E \neq 0$, so haben wir eine Paritätsveletzung.

III. Aufbau und Durchführung

Bei unserem Versuch soll die Paritätsverletzung bei schwacher Wechselwirkung am Betazerfall gezeigt werden. Um dies mit einfachen Mitteln untersuchen zu können, wird ein Versuchsaufbau gewählt der uns auch bei Zimmertemperatur den erwünschten Effekt verdeutlicht (↔ vgl. Wu-Experiment bei tiefen Temperaturen).
In diesem Fall ist es notwendig die zu untersuchenden Elektronen in einem Bleiklotz abzubremsen, um dann die entstandenen Photonen weiter zu untersuchen. Ausschlaggebend hierbei ist die Polarisation der Photonen, die ihnen von den Elektronen übertragen wurde. Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Grad der Polarisation beim Compton-Effekt, stellt uns dann eine Methode zu Verfügung um gezielt die Polarisation der Photonen zu untersuchen.

<u>Versuchsaufbau:</u>
Zur Untersuchung des Betazerfalls, wird eine ^{90}Sr+^{90}Y-Quelle verwendet. Der Energiebereich dieser Elektronen liegt zwischen 2,3 und 2,8 MeV. Um die Paritätsverletzung nachzuweisen, dürfen hier nur die vorwärts emittierten Elektronen untersucht werden, da bei Zimmertemperatur und ohne Magnetfeld keine ausgezeichnete Strahlrichtung existiert.
Nach dem Zerfall treffen die Elektronen sofort auf eine Pb-Schicht und erzeugen Bremsstrahlung. Diese Photonen werden weiter auf den Eisenkern einer Spule geschossen, wo sie „Compton“-gestreut werden. Die in einem Winkel von 60° gestreuten Photonen werden mit einem Szintillator detektiert und mit Lichtleitern aus dem Einflussbereich der Magnetspule gebracht. Die Signale werden mit einem Photomultiplier verstärkt, und so die Anzahl der einfallenden Photonen gezählt.



<u>Versuchsdurchführung:</u>
Bei diesem Versuch kommt es vor allem darauf an, dass die Photonen gemessen werden, die aus einem vollständigen Polarisationsübertrag der Elektronen auf die „Brems“-Photonen resultierten. Da dies eher bei hochenergetischen Photonen der Fall ist, muss ein Cut gesetzt werden, dass die niederenergetischen Photonen nicht mehr berücksichtigt werden.
Dieser Cut soll laut Aufgabenstellung bei einer Energie von 1MeV liegen. Da nach dem Compton-Effekt die Energie unter einem Winkel von 60° um die Hälfte abfällt, muss der Trigger so eingestellt werden, dass Photonen ab 0,5MeV gemessen werden.
Zur Bestimmung dieser Grenze, betrachtet man das Spektrum eines ^{22}Na-Präparats mit einem Oszillographen. Durch den darin stattfindenden β^+-Zerfall, der durch Paarvernichtung hautsächlich Photonen mit Energien der Elektronenmasse hervorbringt, hat dieses Spektrum

eine leicht zu identifizierende Energielinie. Der Trigger wird nun so eingestellt, dass Photonen ab einer Energie von 0,511MeV gerade detektiert werden.

Nach der Einstellung des Triggers, kann dann mit der eigentlichen Messung begonnen werden. Dazu werden je 30 Messungen für beide Magnetfeldrichtungen durchgeführt. Dabei werden jeweils die Anzahl der Photonensignale in einem Zeitintervall von 30s gezählt.

<u>Messung:</u>

	N^+	N^-
1	7651	7581
2	6527	6984
3	6342	6992
4	6698	6944
5	6531	6905
6	6582	6705
7	5995	5206
8	5074	6128
9	6184	6330
10	6239	6237
11	5843	6262
12	5415	4867
13	5768	5133
14	4937	4108
15	4579	5209

	N^+	N^-
16	5900	5937
17	5351	5821
18	3707	5273
19	4609	4540
20	3603	4151
21	5129	4105
22	5769	5992
23	6112	6134
24	6031	6404
25	6151	6367
26	6240	6429
27	6361	6642
28	6253	6624
29	6239	6491
30	6128	6314

Jedem Messwert wird ein statistischer Fehler zugeordnet:

$$\Delta N^{\pm} = \sqrt{N^{\pm}}$$

IV. Auswertung

Aufgabe 1:

Bestätigen sie die Paritätsverletzung beim β^+-Zerfall.

a) Berechnung der Asymmetrie E über die Gesamtzahl der Signale

$$\sum_n N^+ = 173948; \quad \sum_n N^- = 178815$$

$$E = \frac{\sum_n N^+ - \sum_n N^-}{\sum_n N^+ + \sum_n N^-} = -0{,}0138$$

Für den Fehler benutzen wir das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\Delta E = \pm \sqrt{\sum_i \left(\frac{2 \cdot \sum_n N^-}{\left(\sum_n N^+ + \sum_n N^-\right)^2} \cdot \Delta N_i^+ \right)^2 + \sum_i \left(-\frac{2 \sum_n N^+}{\left(\sum_n N^+ + \sum_n N^-\right)^2} \cdot \Delta N_i^- \right)^2}$$

$$= \pm \frac{\sqrt{2 \cdot \sum_n N^+ \cdot \sum_n N^- \left(\sum_n N^- + \sum_n N^+ \right)}}{\left(\sum_n N^+ + \sum_n N^- \right)^2} = \pm\, 0{,}00119$$

b) Berechnung der Asymmetrie über die Mittelung aus 30 Einzelmessungen

$$E_i = \frac{N_i^+ - N_i^-}{N_i^+ + N_i^-}$$

i	N_i^+	N_i^-	E_i	i	N_i^+	N_i^-	E_i
1	7651	7581	0,0046	16	5900	5937	-0,0031
2	6527	6984	-0,0338	17	5351	5821	-0,0421
3	6342	6992	-0,0487	18	3707	5273	-0,1744
4	6698	6944	-0,0180	19	4609	4540	0,0075
5	6531	6905	-0,0278	20	3603	4151	-0,0707
6	6582	6705	-0,0093	21	5129	4105	0,1109
7	5995	5206	0,0704	22	5769	5992	-0,0190
8	5074	6128	-0,0941	23	6112	6134	-0,0018
9	6184	6330	-0,0117	24	6031	6404	-0,0300
10	6239	6237	0,0002	25	6151	6367	-0,0173
11	5843	6262	-0,0346	26	6240	6429	-0,0149
12	5415	4867	0,0533	27	6361	6642	-0,0216
13	5768	5133	0,0583	28	6253	6624	-0,0288
14	4937	4108	0,0917	29	6239	6491	-0,0198
15	4579	5209	-0,0644	30	6128	6314	-0,0149

$$E = \sum_i E_i = -0{,}0135$$

$$\Delta E = \pm \frac{\sqrt{\sum_i (E_i - \langle E \rangle)^2}}{30} = \pm 0{,}00997$$

Aufgabe 2:

Schätzen sie den Polarisationsgrad der von den β-Teilchen erzeugten Bremsstrahlung ab.

Mit den Werten für die Asymmetrie lässt sich dann auf den Polarisationsgrad zurückrechnen:

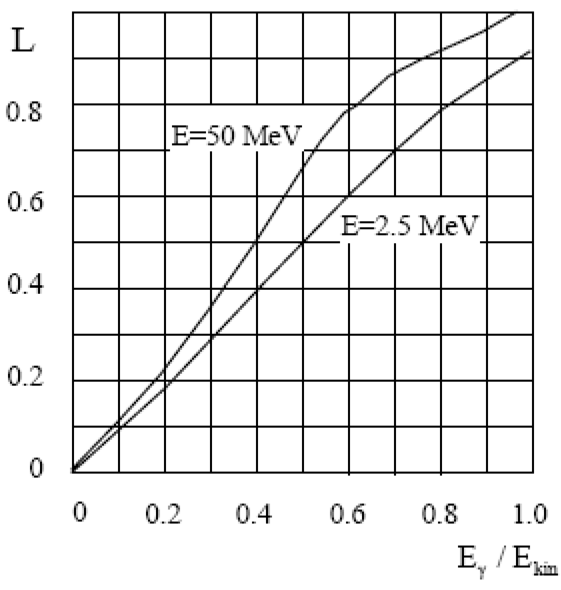
$\frac{\phi_C^-}{\phi_0} = 0{,}52 \pm 0{,}05_{sys}$; $f = \frac{1}{13}$

Statistischer Wert der Polarisation:	Polarisation aus dem Mittlerwert von Einzelmessungen:
$P_C = \frac{E}{f \cdot \frac{\phi_C^-}{\phi_0}} = -0{,}345 \pm 0{,}030_{stat} \pm 0{,}033_{sys}$	$P_C = \frac{E}{f \cdot \frac{\phi_C^-}{\phi_0}} = -0{,}337 \pm 0{,}25_{stat} \pm 0{,}032_{sys}$

Mit $\Delta P_{C,\,\text{stat}} = \pm \frac{\Delta E}{f \cdot \frac{\phi_C^-}{\phi_0}}$ und $\Delta P_{C,\,\text{sys}} = \pm \frac{E}{f \cdot \left(\frac{\phi_C^-}{\phi_0}\right)^2} \cdot \Delta\left(\frac{\phi_C^-}{\phi_0}\right)$

Aufgabe 3:

Schätzen sie die longitudinale Polarisation der beim β-Zerfall emittierten Elektronen ab.



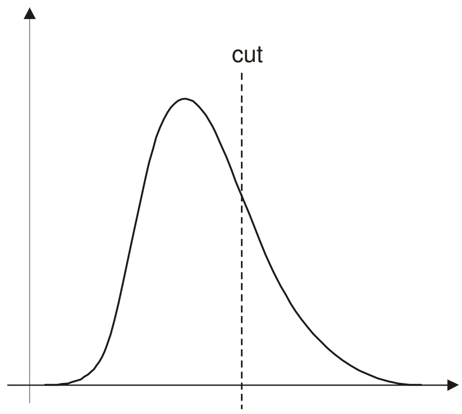
Die Abschätzung der Helizitätübertrags L ist anhand dieses Diagramms vorzunehmen. E_{kin} bzw. E beschreibt die kinetische Energie der Elektronen, die ja, aufgrund unserer (^{90}Sr+^{90}Y)-Präparats in einem Energiebereich von 2,3-2,8MeV liegen. Wie an der „E = 50MeV“-Linie im Diagramm zu erkennen ist, hängt L nur sehr wenig von der kinetischen Energie der Elektronen ab, und wir können uns in guter Näherung an der „E = 2,5MeV“-Linie orientieren.

Durch den Cut bei 1MeV, mit dem wir uns auf die Untersuchung höherenergetischeren Bremsphotonen beschränkt haben, können wir eine untere Grenze des für das Energieverhältnis setzen.

$$\left(\frac{E_\gamma}{E_{\mathrm{kin}}}\right)_{\mathrm{min}} = \frac{1\ \mathrm{MeV}}{2{,}5\ \mathrm{MeV}} \approx 0{,}4$$

Die obere Grenze kann man zu 1 setzen, wenn man annimmt, die Energie der Elektronen vollständig auf ein Bremsphoton übertragen wurde.

Es gilt also die mittlere Photonenenergie bzw. das Energieverhältnis abzuschätzen.
Dazu betrachten wir qualitativ das Energiespektrum der Bremsphotonen:



Wie man sieht, fällt das Spektrum bei höheren Energien ab, und geht sogar bei Energien im Bereich des vollständigen Übertrags gegen Null. Da uns nur ein qualitatives Spektrum zur Verfügung steht, schätzen wir unsere mittlere Photonenenergie ab, und zwar in dem Bereich unterhalb des Mittelwerts unseres Energieintervalls:

$$\frac{E_\gamma}{E_{\mathrm{kin}}} = 0{,}6 \pm 0{,}1_{\mathrm{sys}}$$

Aus dem Diagram lässt sich dann ein Bereich für den Helizitätsübertrag abschätzen:

$$L = 0{,}6 \pm 0{,}1_{\mathrm{sys}}$$

Damit lässt sich dann die Helizität berechnen:

Berechnung nach Aufgabeteil 1a):	Berechnung nach Aufgabeteil 1b):
$H = \frac{P_C}{L} = -0{,}58 \pm 0{,}05_{\mathrm{stat}} \pm 0{,}15_{\mathrm{sys}}$	$H = \frac{P_C}{L} = -0{,}56 \pm 0{,}42_{\mathrm{stat}} \pm 0{,}15_{\mathrm{sys}}$

Der systematische Fehler wurde mit

$$\Delta H = \left|\frac{P_C}{L^2}\cdot \Delta L\right| + \left|\frac{\Delta P_C}{L}\right| = H\left(\left|\frac{\Delta L}{L}\right| + \left|\frac{\Delta\left(\frac{\phi_C^-}{\phi_0}\right)}{\frac{\phi_C^-}{\phi_0}}\right|\right) \approx 0{,}26\ \mathrm{H}$$

berechnet

V. Literatur und Quellangaben

- http://www.wikipedia.de
- V10. Paritätsverletzung beim β-Zerfall, Universität Karlsruhe

Anhang

Datenblätter