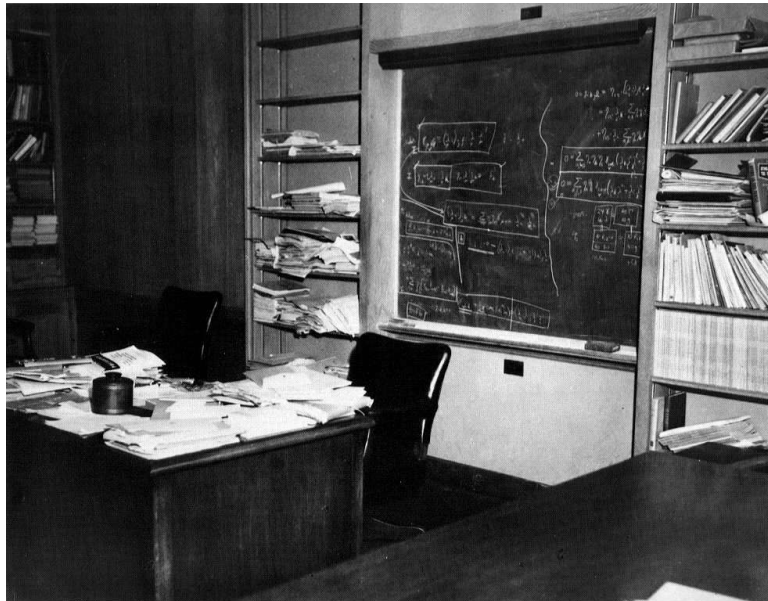


20. Juni 2005

# Quanten-Hall-Effekt

Gruppe 36

<b>Simon Honc</b> shonc@web.de	<b>Christian Hütter</b> Christian.huetter@gmx.de
-----------------------------------	---



# I. Inhaltsverzeichnis

I.	Inhaltsverzeichnis .....	2
II.	Theoretische Grundlagen .....	3
1.	Klassischer Hall-Effekt .....	3
2.	Zweidimensionales Elektronengas .....	3
3.	Zweidimensionales Elektronengas im Magnetfeld .....	4
III.	Experimenteller Aufbau .....	6
IV.	Durchführung des Versuchs .....	7
	Vorbereitung: .....	7
	Aufgabe 1: .....	7
	Aufgabe 2: .....	8
	Aufgabe 3: .....	8
V.	Auswertung und Fehlerbetrachtung .....	9
	Aufgabe 1: .....	9
	Aufgabe 2: .....	13
Anhang	.....	16
	Messprotokoll und x-y-Schreiber-Kurven: .....	16

## II. Theoretische Grundlagen

### 1. Klassischer Hall-Effekt

Ein geladenes Teilchen mit der Ladung  $q$  ( $q = -e$ ), welches sich mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B}$  bewegt, erfährt die Lorentzkraft  $\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$ . Legen

wir nun an einen „2-dim“ Leiter ein elektrisches Feld  $\vec{E}_x$  in x-Richtung an, fangen die Elektronen an, sich mit der Driftgeschwindigkeit  $\vec{v}$ , längs des Feldes  $\vec{E}_x$ , zu bewegen.

Aufgrund der Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  werden die Ladungen abgelenkt. Es entsteht ein Ladungsüberschuss auf der einen Seite und ein ebenso großer (entgegengesetzter) Ladungsüberschuss auf der anderen Seite. Die dadurch entstandene Potentialdifferenz trägt den Namen: Hall-Spannung  $\vec{U}_H$ . Der Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  stellt sich nun eine elektrische Kraft  $\vec{F}_E$  entgegen, welche aus der Hall-Spannung  $\vec{U}_H$  resultiert. Diese beiden Kräfte befinden sich nach kurzer Zeit im Gleichgewicht.

$$\begin{aligned} -\vec{F}_L &= \vec{F}_E \\ e \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) &= e \cdot \vec{E}_y \\ \vec{v} &= \frac{\vec{E}_y}{B}, \text{ wobei } \vec{v} \perp \vec{E}_y \perp \vec{B} \end{aligned}$$

### 2. Zweidimensionales Elektronengas

Betrachten wir nun ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG), dass in der x-y-Ebene liegt. Die freien Elektronen können als ebene Wellen  $\Psi = \Psi_0 \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}}$  beschrieben werden. Da unser Leiter eine endliche Ausdehnung  $(L_x, L_y)$  besitzt, müssen folgende Randbedingungen erfüllt werden.

$$k_x = n_x \cdot \frac{2\pi}{L_x}, \quad k_y = n_y \cdot \frac{2\pi}{L_y}, \quad n_{x,y} \in \mathbb{N}$$

Dies führt uns auf eine im 2-dim konstante Zustandsdichte:

$$D(E) = D_0 = \frac{L_x L_y \cdot m^*}{2\pi \cdot \hbar^2}$$

dabei ist  $m^*$  die Effektive Masse, durch die auch die Bandstruktureffekte des Kristallpotentials berücksichtigt werden

### 3. Zweidimensionales Elektronengas im Magnetfeld

Legen wir nun ein äußeres Magnetfeld  $\vec{B}$  an, welches senkrecht zur x-y-Ebene liegt, so werden die Elektronen durch die Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  auf Zyklotronbahnen, mit einer Umlauffrequenz  $\omega_c$ , gelenkt. Die quantenmechanischen Energieeigenwerte eines 2DEG fallen auf diskrete Landau-Niveaus:

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + s \cdot g \cdot \mu_B \cdot B \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots, i$$

wobei,

$$\hbar \omega_c = \frac{\hbar e B}{m^*}, \quad \text{Zyklotronenergie}$$

$$s = \pm \frac{1}{2}, \quad \text{Spin-Quantenzahl}$$

$$g, \quad \text{Landé-Faktor}$$

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{(2m)}, \quad \text{Bohrsches Magneton}$$

Jedes dieser Energieniveaus besitzt einen Entartungsfaktor  $N_L = eB/h$ .

Wie man sieht steht der Entartungsfaktor nicht in Abhängigkeit irgendwelcher Parameter unsers Halbleiters.

Liegt der Landau-Zustand nun unterhalb des Fermi-Niveaus, so ist er bei ausreichend tiefen Temperaturen gerade mit  $N_L$  Elektronen besetzt. Bei zunehmendem Magnetfeld B wächst die energetische Aufspaltung  $\hbar \omega_c$  (die Energiedifferenz nimmt zu) der Landau-Niveaus sowie der Entartung. Die Landau-Niveaus durchqueren nun mit dem wachsendem Magnetfeld B das Fermi-Niveau  $E_F$ , wobei sich die Landau-Zustände entleeren und auf darunter liegende Niveaus verteilen. Bei stetig anwachsendem Magnetfeld führt dies zu einer Oszillation der freien Energie.

(Wobei eine möglichst tiefe Temperatur zu einer gewünscht scharfen Fermi-Kante führt.)

Mit dem stetig anwachsendem Magnetfeld B beobachten wir nun einen sich sprunghaft

verändernden Hall-Widerstand  $R_H = U_H / I$ , wobei  $U_H = \frac{B \cdot I}{n_s \cdot e}$

dabei ist  $n_s$  die Flächenladungsdichte

Die Sprünge ereignen sich jeweils dort wo ein Landau-Niveau das Fermi-Niveau durchquert.

Bei vollständig besetzten Energieniveaus  $n = 1, 2, \dots, i$  ( $n_s = iN_L$ ), lässt sich der quantisierte Hall-Widerstand wie folgt schreiben:

$$R_H = B / i N_L \cdot e = h / i e^2 \quad , \quad i \in \mathbb{N}$$

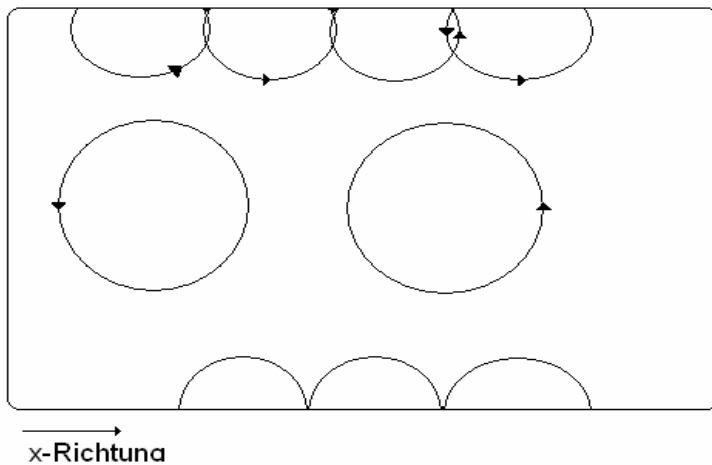
Es sollte noch erwähnt werden, dass bei dem hier durchgeführten Versuch die Zeeman-Aufspaltung nicht zu erkennen ist und somit nur geradzahlige Plateaus auftreten.

Durch die Annahme eines 2DEG haben wir nun diskrete Werte bei ganzzahligen Füllfaktoren und bestimmten Magnetfeldwerten erhalten. Nicht beschrieben wird, dass dies sich für ganze Magnetfeldbereiche und somit Plateaus ergibt.

Als Erklärung könnte hier folgende Betrachtung dienen:

Unter einem starken Magnetfeld  $B$  können nur die Inneren Elektronen sich in ungestörten Zyklotronbahnen bewegen. Die Elektronen in der Nähe des Randes stoßen jedoch bei ihrer Kreisbewegung an die Probenbegrenzung und können somit keine geschlossenen Bahnen durchlaufen. Betrachten wir den einfachsten Fall, nämlich den elastischer Reflexion am Probenrand, so ergeben sich als Bahnen der Elektronen, aneinander gefügte Teilkreise in  $x$ -Richtung.

Dies führt zu einer Zunahme der kinetischen Energie und somit zu einer „Aufbiegung“ der



Landau-Niveaus in der Nähe der Probengrenzen. Somit schneiden die Landau-Niveaus in der Nähe des Probenrandes ( $y_1$  und  $y_2$ ) das Fermi-Niveau  $E_F$ . Dies hat zur Folge, dass Strom am Probenrand fließt, auch wenn im Probeninneren die Landau-Niveaus deutlich unter dem Fermi-Niveau  $E_F$  liegen.

Diese Bereiche werden auch als Randkanäle bezeichnet.

### III. Experimenteller Aufbau

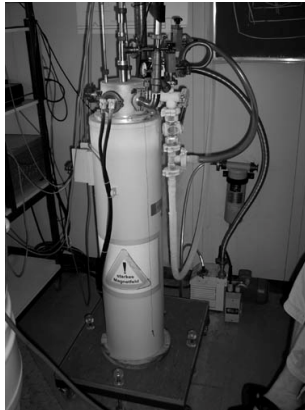


Abbildung 1: Kryostat

Zur Messung des Quanten-Hall-Effekts, ist ein komplexer Versuchsaufbau notwendig. Von außen lässt sich der Versuch in drei Komponenten aufteilen. Das erste ist das Kernstück des Aufbaus, der Kryostat. In ihm befindet sich die Probe. Er ist an eine Gasleitung angeschlossen, damit das erwärmte Helium nach dem Versuch zur Wiederverwertung abgeleitet werden kann. Das flüssige Helium wird in einer Helium-Kanne zur Verfügung gestellt. Es muss bei der Versuchsvorbereitung dann über eine Leitung in den Kryostaten eingefüllt werden.



Abbildung 2: Helium-Kanne

Die dritte Komponente, der Messgerädeturm, ist über eine Vielzahl von Stromkabeln mit dem Kryostat verbunden. Wie in der Abbildung zu sehen, sind hier die Messinstrumente untergebracht. Neben den Stromquellen und zugehörigen Anzeigen, ist hier auch der x-y-Schreiber zum Aufzeichnen der Spannungen zu den jeweiligen Magnetfeldstärken untergebracht. Zum gleichmäßigen abfahren des Magnetfeldes benötigt man die Spulensteuerung. Die Kontakte auf der Probe können mit dem Kontakt-Schalter angesteuert werden. Des Weiteren befinden sich hier noch die den Kryostat betreffenden Messinstrumente, wie das Thermometer, das die Temperatur im Probenraum anzeigt und ein Füllhöhenmessgerät.

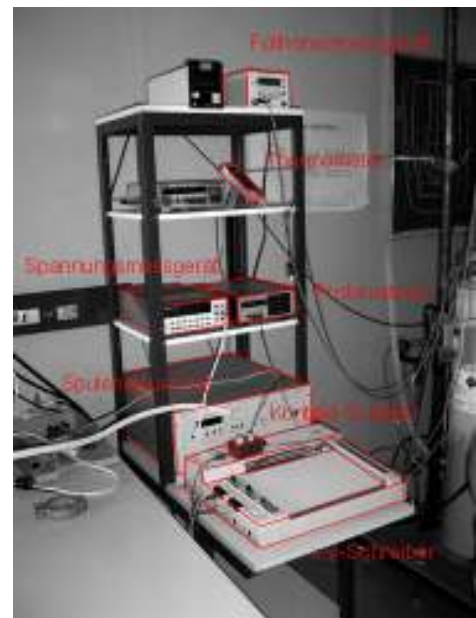


Abbildung 3: Messgerädeturm

## IV. Durchführung des Versuchs

### Vorbereitung:

Der Kryostat war soweit schon gereinigt, fanden ihn aber noch mit einem Unterdruck von ca. -1bar vor. Der nächste Schritt war also den Probenraum mit Heliumgas (Zimmertemperatur) zu fluten und Normaldruck darin herzustellen um ein Einströmen von Luft im nächsten Schritt zu verhindern. Dann wurde der Kryostat mit flüssigem Helium gefüllt. Dazu wurde eine Leitung in den Versuchsraum gelegt und das Helium eingepumpt. Dies wurde erreicht, indem man in der Helium-Kanne einen Überdruck erzeugte, und so das flüssige Helium (4K) über die Leitung in den Kryostaten gepumpt wurde. Als erstes Anzeichen des Befüllens war ein Gefrieren von Wassermolekülen an den Sicherheitsventilen und der Ableitung des Verdampften Heliums bemerkbar. Mit einem Halbleiter-Messgeräte im inneren des Proberaums, konnte eine Erhöhung des Widerstands beobachtet werden, was auf das Absinken der Temperatur schließen ließ. Zuletzt konnte auch noch über eine Füllhöhenanzeige der Pegelstand beobachtet werden. Bei einer Füllhöhe von 80% des Kryostaten wurde das Einfüllen abgeschlossen.

### Aufgabe 1:

Ermitteln sie durch Ausmessen der einzelnen Spannungen zwischen den Kontakten  $S_1$ - $S_6$  die Position derer an der Probe. Bestimmen sie die bestmöglichen Kontaktkombinationen für den spätem Versuch.

Schalterstellungen:	U in mV
$S_1$ - $S_2$	17,22
$S_1$ - $S_3$	8,48
$S_1$ - $S_4$	8,50
$S_1$ - $S_5$	17,02
$S_1$ - $S_6$	0,00

Daraus folgerten wir folgende Anordnung:

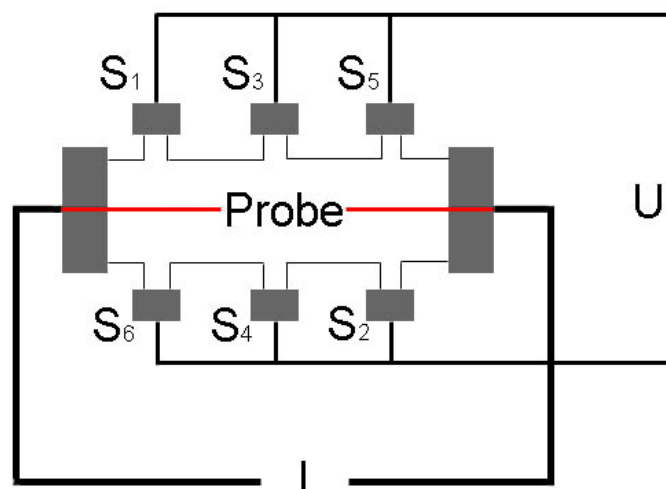


Abbildung 4: Anordnung der Kontakte

Bei der Anordnung zur eingezeichneten Symmetrieachse (rot) besteht eine gewisse Unsicherheit in der Position der sich gegenüberliegenden Kontakte. Durch z.B. unsaubere Verlötlung an der Probe sind diese nicht sicher zuzuordnen und können jeweils vertauscht

sein. Für die Untersuchungen des Quanten-Hall-Effekts hat dies aber keine weitere Auswirkung.

Zur Messung der longitudinalen Komponente wurde  $S_1$ - $S_5$  bestimmt.  
Zur Messung der transversalen Komponente wurde  $S_4$ - $S_3$  bestimmt.

### Aufgabe 2:

Die Probe sollte sich in flüssigem Helium mit einer Temperatur von 4,2K befinden.

- a) Zeichnen sie mit dem x-y-Schreiber jeweils die Spannungen in transversaler und longitudinaler Richtung in Abhängigkeit eines angelegten Magnetfeldes (0-6,3T) auf unter einem Probenstrom  $I$  von  $20\mu\text{A}$ .

#### x-y-Schreiber-Einstellungen:

$S_1$ - $S_5$ -Kontakt (1. Messung):

Skalierung y-Richtung:  $5\text{mV/cm}$ , Startwert:  $17,02\text{mV}$ ,

$S_4$ - $S_3$ -Kontakt (2. Messung):

Skalierung y-Richtung:  $20\text{mV/cm}$ , Startwert:  $0,293\text{V}$ , Endwert:  $0\text{V}$

- b) Wiederholen sie den Versuch unter einem Probenstrom von  $100\mu\text{A}$ .

#### x-y-Schreiber-Einstellungen:

$S_1$ - $S_5$ -Kontakt (3. Messung):

Skalierung y-Richtung:  $20\text{mV/cm}$ , Startwert:  $82,964\text{mV}$ , Endwert:  $330,6\text{mV}$

$S_4$ - $S_3$ -Kontakt (4. Messung):

Skalierung y-Richtung:  $100\text{mV/cm}$ , Startwert:  $1,541\text{V}$ , Endwert:  $0\text{V}$

### Aufgabe 3:

Durch abpumpen des verdampfenden Heliums lässt sich die Probe weiter Abkühlen. Schalten sie nun die Pumpe ein, bestimmen sie die Temperatur und zeichnen sie die Spannungen in transversaler und longitudinaler Richtung bei einem Probenstrom von  $100\mu\text{A}$  mit dem x-y-Schreiber auf.

#### x-y-Schreiber-Einstellungen:

$S_1$ - $S_5$ -Kontakt (5. Messung):

Skalierung y-Richtung:  $20\text{mV/cm}$ , Startwert:  $83,476\text{mV}$ , Endwert:  $476\text{mV}$

$S_4$ - $S_3$ -Kontakt: (6. Messung):

Skalierung y-Richtung:  $100\text{mV/cm}$ , Startwert:  $1,5232\text{V}$ , Endwert:  $0\text{V}$

Temperaturmessung:

$R=15,6\Omega$



## V. Auswertung und Fehlerbetrachtung

### Aufgabe 1:

Werten sie die Aufgenommenen Kurven aus.

- a) Bestimmen sie die Längs-Spannungswerte an den Extrema der Kurve und wiederum die dazugehörigen Magnetfeldstärken.

#### 1. Messung:

Vorzug:

x-Achse:  $B_{\max} = 6,3\text{T}$ ,  $x_{\max} = (26,9 \pm 0,1)\text{cm}$

y-Achse:  $v_y = 5\text{mV/cm}$

x in cm	B in T	y in cm	U in mV	
4,20 ±0,20	0,98 ±0,05	2,90	14,50	Maximum
4,90 ±0,10	1,15 ±0,03	2,70	13,50	Minimum
5,50 ±0,10	1,29 ±0,03	2,90	14,50	Maximum
6,40 ±0,10	1,50 ±0,03	2,00	10,00	Minimum
7,80 ±0,10	1,83 ±0,03	3,70	18,50	Maximum
9,70 ±0,10	2,27 ±0,03	0,70	3,50	Minimum
14,10 ±0,10	3,30 ±0,04	8,50	42,50	Maximum
19,00 ±0,30	4,45 ±0,09	0,00	0,00	Minimum

$$dU = 0,5\text{mV}$$

#### 3. Messung :

Vorzug:

x-Achse:  $B_{\max} = 6,3\text{T}$ ,  $x_{\max} = (26,9 \pm 0,1)\text{cm}$

y-Achse:  $v_y = 20\text{mV/cm}$

x in cm	B in T	y in cm	U in mV	
4,90 ±0,20	1,15 ±0,06	3,90	78,00	Minimum
5,50 ±0,20	1,29 ±0,06	3,90	78,00	Maximum
6,40 ±0,10	1,50 ±0,03	3,70	74,00	Minimum
7,90 ±0,10	1,85 ±0,04	4,40	88,00	Maximum
9,70 ±0,10	2,27 ±0,04	2,40	48,00	Minimum
14,80 ±0,10	3,47 ±0,05	9,10	182,00	Maximum
19,80 ±0,60	4,64 ±0,17	0,00	0,00	Minimum

$$dU = 2\text{mV}$$

#### 5. Messung:

Vorzug:

x-Achse:  $B_{\max} = 6,3\text{T}$ ,  $x_{\max} = (26,9 \pm 0,1)\text{cm}$

y-Achse:  $v_y = 20\text{mV/cm}$

x in cm	B in T	y in cm	U in mV	
5,00 ±0,20	1,17 ±0,05	3,80	76,00	Minimum
5,60 ±0,10	1,31 ±0,03	3,90	78,00	Maximum
6,50 ±0,10	1,52 ±0,03	3,40	68,00	Minimum
8,00 ±0,10	1,87 ±0,03	4,50	90,00	Maximum
9,70 ±0,10	2,27 ±0,03	0,80	16,00	Minimum

14,90 ±0,10	3,49 ±0,04	9,50	190,00	Maximum
19,90 ±1,50	4,66 ±0,37	0,00	0,00	Minimum

$$dU = 2\text{mV}$$

In den dargestellten Tabellen wurden die Messwerte in die jeweiligen Größen umgerechnet. Dabei wurden folgende Formeln verwendet:

$$B = \frac{B_{\max}}{x_{\max}} \cdot x$$

$$U = v_y \cdot y$$

Dabei wurden die Fehler aus der x-y-Messkurve für die y-Werte jeweils zu  $dy=0,1\text{cm}$  angenommen. Für die x-Werte einzeln, je nach Leserlichkeit bzw. Steigung am jeweiligen Punkt, abgeschätzt. Der Fehler dann wie folgt berechnet

$$dB = \left| \frac{B_{\max}}{x_{\max}} \cdot dx \right| + \left| \frac{B_{\max} x}{x_{\max}^2} \cdot dx_{\max} \right|$$

$$dU = v_y \cdot dy$$

- b) Berechnen sie die Hall-Spannungswerte der Hall-Plateaus und die dazugehörigen Magnetfeldstärken

Wenn man die Magnetfeldstärken der jeweiligen Minima der Längsspannungen betrachtet, und zu diesen die zugehörige Werte der Querspannungskurve auswertet. Lassen sich die Hall-Spannungen wie folgt berechnen:

$$U = v_y \cdot y$$

$$dU = v_y \cdot dy$$

## 2. Messung:

Vorzug:

x-Achse:  $B_{\max} = 6,3\text{T}$ ,  $x_{\max} = (26,9 \pm 0,1)\text{cm}$

y-Achse:  $v_y = 20\text{mV/cm}$

B in T	y in cm	$U_h$ in mV
1,15 ±0,03	3,20 ±0,20	64 ±4,0
1,50 ±0,03	4,30 ±0,20	86 ±4,0
2,27 ±0,03	6,40 ±0,10	128 ±2,0
4,45 ±0,09	12,80 ±0,10	256 ±2,0

## 4. Messung:

Vorzug:

x-Achse:  $B_{\max} = 6,3\text{T}$ ,  $x_{\max} = (26,9 \pm 0,1)\text{cm}$

y-Achse:  $v_y = 100\text{mV/cm}$

B in T	y in cm	$U_h$ in mV
1,15 ±0,05	3,20 ±0,20	320 ±20
1,50 ±0,03	4,20 ±0,20	420 ±20

2,27 ±0,03	6,40 ±0,20	640 ±20
4,64 ±0,16	12,70 ±0,10	1270 ±10

### 6. Messung:

Vorzug:

x-Achse:  $B_{\max} = 6,3T$ ,  $x_{\max} = (26,9 \pm 0,1) \text{cm}$

y-Achse:  $v_y = 100 \text{mV/cm}$

B in T	y in cm	$U_h$ in mV
1,17 ±0,05	3,30 ±0,20	330 ±20
1,52 ±0,03	4,30 ±0,20	430 ±20
2,27 ±0,03	6,40 ±0,10	640 ±10
4,66 ±0,37	12,80 ±0,10	1280 ±10

c) Identifizieren sie die Plateaus

Zur Identifizierung der Plateaus wurde folgende Formeln benutzt:

$$i = \frac{h \cdot I}{e^2 \cdot U_h}$$

$$di = \left| \frac{h \cdot I}{e^2 \cdot U_h^2} dU_h \right|$$

### 2. Messung:

$I = 20 \mu\text{A}$

$U_h$ in mV	i
64 ±4,0	8,07 ±0,50 → 8
86 ±4,0	6,00 ±0,28 → 6
128 ±2,0	4,03 ±0,06 → 4
256 ±2,0	2,02 ±0,02 → 2

### 4. Messung:

$I = 100 \mu\text{A}$

$U_h$ in mV	i
320 ±20	8,07 ±0,50 → 8
420 ±20	6,15 ±0,29 → 6
640 ±20	4,03 ±0,13 → 4
1270 ±10	2,03 ±0,02 → 2

### 6. Messung:

$I = 100 \mu\text{A}$

$U_h$ in mV	i
330 ±20	7,82 ±0,47 → 8
430 ±20	6,00 ±0,28 → 6
640 ±10	4,03 ±0,06 → 4
1280 ±10	2,02 ±0,02 → 2

d) Bestimmen sie die Ladungsträgerkonzentration

2. Messung:

$$I = 20\mu\text{A}$$

B in T	$U_h$ in mV	n in $10^{15}/\text{m}^2$
1,15 ±0,03	64 ±4,0	2,24 ±0,19
1,50 ±0,03	86 ±4,0	2,18 ±0,14
2,27 ±0,03	128 ±2,0	2,22 ±0,07
4,45 ±0,09	256 ±2,0	2,17 ±0,06

4. Messung:

$$I = 100\mu\text{A}$$

B in T	$U_h$ in mV	n in $10^{15}/\text{m}^2$
1,15 ±0,05	320 ±20	2,24 ±0,24
1,50 ±0,03	420 ±20	2,23 ±0,15
2,27 ±0,03	640 ±20	2,22 ±0,10
4,64 ±0,16	1270 ±10	2,28 ±0,10

6. Messung:

$$I = 100\mu\text{A}$$

B in T	$U_h$ in mV	n in $10^{15}/\text{m}^2$
1,17 ±0,05	330 ±20	2,21 ±0,23
1,52 ±0,03	430 ±20	2,21 ±0,14
2,27 ±0,03	640 ±10	2,22 ±0,07
4,66 ±0,37	1280 ±10	2,27 ±0,20

Die Ladungsträgerkonzentration n wurde mit folgender Formel berechnet:

$$n = \frac{B \cdot I}{e \cdot U_h}$$

$$dn = \left| \frac{B \cdot I}{e \cdot U_h^2} dU_h \right| + \left| \frac{I}{e \cdot U_h} dB \right|$$

Damit ergibt sich ein Mittelwert von:

$$\bar{n} = (2,22 \pm 0,14) 10^{15} \frac{1}{\text{m}^2}$$

## Aufgabe 2:

Berechnen sie mit den erhaltenen Werten die Feinstrukturkonstante  $\alpha$

### 2. Messung:

i	B in T	n in $10^{15}/\text{m}^2$	$\alpha$ in $10^{-3}$
8	1,15 $\pm 0,03$	2,24 $\pm 0,24$	7,36 $\pm 0,81$
6	1,50 $\pm 0,03$	2,23 $\pm 0,15$	7,30 $\pm 0,62$
4	2,27 $\pm 0,03$	2,22 $\pm 0,10$	7,36 $\pm 0,32$
2	4,45 $\pm 0,09$	2,28 $\pm 0,10$	7,36 $\pm 0,34$

### 4. Messung:

i	B in T	n in $10^{15}/\text{m}^2$	$\alpha$ in $10^{-3}$
8	1,15 $\pm 0,05$	2,24 $\pm 0,19$	7,36 $\pm 1,12$
6	1,50 $\pm 0,03$	2,18 $\pm 0,14$	7,47 $\pm 0,65$
4	2,27 $\pm 0,03$	2,22 $\pm 0,07$	7,36 $\pm 0,44$
2	4,64 $\pm 0,16$	2,17 $\pm 0,06$	7,42 $\pm 0,56$

### 6. Messung:

i	B in T	n in $10^{15}/\text{m}^2$	$\alpha$ in $10^{-3}$
8	1,17 $\pm 0,05$	2,21 $\pm 0,23$	7,14 $\pm 1,06$
6	1,52 $\pm 0,03$	2,21 $\pm 0,14$	7,30 $\pm 0,62$
4	2,27 $\pm 0,03$	2,22 $\pm 0,07$	7,36 $\pm 0,32$
2	4,66 $\pm 0,37$	2,27 $\pm 0,20$	7,36 $\pm 1,22$

Die Feinstrukturkonstante wurde mit dieser Formel berechnet:

$$\alpha = \frac{\mu_0 c e \cdot n}{2i \cdot B}$$
$$dn = \left| \frac{\mu_0 c e}{2i \cdot B} dn \right| + \left| \frac{\mu_0 c e \cdot n}{2i \cdot B^2} dB \right|$$

Zusammengefasst ergibt sich ein Mittelwert:

$$\bar{\alpha} = (7,34 \pm 0,67) 10^{-3}$$

Literaturwert:  $\alpha = 7,30 10^{-3}$

Wie man sieht liegt unser Wert recht gut beim Literaturwert. Der eine Teil der Fehlerquellen ist aufgrund des abgeschlossenen Versuchsaufbaus nur schwer zu orten. So kann z.B., wie schon erwähnt, durch schlechte Verlotungen der Probe, oder daraus folgend eine falsche Zuordnung der Kontaktstellen, ein Fehler eingehen. Weiter kann man natürlich auch wenig Aussagen über die genaue Temperatur im Probenraum machen, bzw. ob die Temperatur während eines Versuchslaufs ausreichend konstant bleibt. So bewirkt ja schon die Temperaturmessung selbst wieder eine Veränderung der Messumgebung. Die Funktionalität der Kühlung, bzw. ein ausreichend schneller Wärmetransport ist für einen genauen Versuch notwendig, da ja auch der Probenstrom selbst zu Erwärmungen führt.

Andererseits muss man natürlich auch die Fehlerursachen außerhalb des Kryostaten erwähnen. Da sind zum einen die Stromquellen, die ja einen konstanten Probenstrom bzw. einen konstant ansteigenden Spulenstrom liefern müssen, zu erwähnen. Zum andern ist da der x-y-Schreiber, der schon allein durch eine Fehlfunktion (hüpft beim Messstart) die Aufzeichnungen verfälscht. Dadurch wird Auswertung der Kurven noch mehr erschwert, bei der wahrscheinlich der Hauptfehler zu suchen ist. So wäre es z.B. einfacher gewesen, die Kurve auf Millimeterpapier zeichnen zu lassen, um so den Fehler durch ein selbstgezoenes Orthogonalsystem zu minimieren.

## VI. Literatur und Quellangaben

- Gerthsen/Kneser/Vogel, Physik, Springer Verlag, 15. Auflage, 1986
- Müller Bianca, Der Quanten-Hall-Effekt im Fortgeschrittenenpraktikum, Universität Karlsruhe (TH), 1997

# Anhang

Messprotokoll und x-y-Schreiber-Kurven: