

Experimentelle Teilchenphysik

Skript nach der Vorlesung von G. Quast, M. Feindt, W. Wagner und A. Denig

Zusammengefasst von Simon Honc

20. November 2006

I. Inhaltsverzeichnis

I.	Inhaltsverzeichnis.....	3
II.	Teilchenbeschleuniger.....	6
1.	Einführung und Übersicht.....	6
1.1.	Erzeugung von Teilchen.....	8
1.2.	Aufbau eines Beschleunigers.....	10
2.	Grundlagen der Teilchendynamik.....	12
2.1.	Lorentzkraft.....	12
2.2.	Energiegewinn eines geladenen Teilchens.....	12
2.3.	Relativistische Kinematik.....	13
2.4.	Elektromagnetische Wechselwirkung.....	14
2.5.	Teilchendynamik.....	15
2.6.	Koordinaten.....	15
2.7.	Vielteilchensysteme.....	16
3.	Beschleunigerarten.....	17
3.1.	Gleichspannungsbeschleuniger.....	17
3.2.	Linearbeschleuniger (LINACs).....	18
3.3.	Kreisbeschleuniger.....	19
4.	Teilchenfokussierung.....	26
4.1.	Geometrische Fokussierung.....	26
4.2.	Dispersion im homogenen Dipolfeld.....	27
4.3.	Magnettypen.....	27
4.4.	Teilchenablenkung in einem Quadrupolmagnet.....	29
5.	Bewegung von geladenen Teilchen im Magnetfeld.....	31
5.1.	Multipolentwicklung.....	31
5.2.	Bewegungsgleichung.....	31
5.4.	Betafunktion und optische Parameter.....	35
6.	Synchrotronstrahlung.....	37
7.	Beschleunigung und longitudinaler Phasenraum.....	41
7.1.	Phasenfokussierung im Linearbeschleuniger.....	41
7.2.	Phasenfokussierung im Kreisbeschleuniger.....	42
7.3.	Energieaufnahme im Cavity.....	44
III.	Teilchendetektoren.....	45
1.	Einführung.....	45
1.1.	Blaskammer.....	45
1.2.	Moderne Detektoren.....	45
1.3.	Impulsmessung.....	47
1.4.	Energiemessung, Kalorimeter.....	47
1.5.	Beispiele für Detektorsysteme.....	48
2.	Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie.....	50
2.1.	Energieverlust.....	50
2.2.	Cerenkov-Strahlung.....	56
2.3.	Übergangsstrahlung.....	57
2.4.	Knock-on Elektronen.....	57
3.	Wechselwirkung von Photonen in Materie.....	58
3.1.	Photoeffekt.....	58
3.2.	Compton-Streuung.....	58
3.3.	Paarerzeugung.....	59
3.4.	Photon-Kaskaden.....	61

4.	Wechselwirkung von Hadronen in Materie.....	62
5.	Ionisationskammer	64
5.1.	Planare Ionisationskammer	64
5.2.	Zylindrische Ionisationskammer	65
6.	Drahtkammern.....	65
6.1.	Auslösezähler (Geiger-Müller-Zähler).....	65
6.2.	Streamer-Rohr	66
6.3.	Vieldrahtproportionalkammer	66
6.4.	Ebene Driftkammern	67
6.5.	Zylindrische Driftkammern.....	68
7.	Szintillatoren	70
7.1.	Anorganische Szintillatoren	71
7.2.	Organische Szintillatoren	72
8.	Silizium-Detektoren	73
8.1.	Dotierung von Halbleitern.....	75
8.2.	p-n-Übergang	75
8.3.	Halbleiterdiode	76
8.4.	Streifendetektor	76
8.5.	Charged Coupled Devices	79
8.6.	Silikon Pixel Detektoren	79
8.7.	Hybrider Pixeldetektor	79
IV.	Das Standardmodell	80
1.	Elektroschwache Wechselwirkung	80
1.1.	Glashow-Salam-Weinberg-Modell	82
1.2.	Hadronen in der elektroschwachen Theorie.....	84
1.3.	CP-Verletzung im Standardmodell	85
1.4.	Experimente zur elektroschwachen Physik.....	86
1.5.	Das GSW-Modell in höheren Ordnungen.....	93
1.6.	Parameter des Standardmodells	94
1.7.	Elektroschwache Präzisionsdaten.....	97
2.	Quantenchromodynamik (QCD)	99
2.1.	QCD als Eichtheorie.....	99
2.2.	Experimentelle Bestätigung	100
2.3.	OZI-Regel.....	103
2.4.	Fragmentation/Confinement.....	104
2.5.	Tiefinelastische Streuung	106
2.6.	HERA-Speicherring	111
2.7.	Splitting-Funktion	114
3.	CPT-Theorem.....	115
V.	Die Teilchen des Standardmodells	116
1.	Übersicht	116
1.1.	Elementarteilchen.....	116
1.2.	Gebundene Zustände	117
2.	Eichbosonen der schwachen WW	122
2.1.	Z-Boson.....	122
2.2.	W-Boson.....	122
3.	Top-Physik	123
3.1.	Historischer Rückblick	123
3.2.	Das Top-Quark im Standardmodell	125
3.3.	Tevatron	126
3.4.	Top/Antitop Produktion	129

3.5.	Zerfall des t-Quarks.....	131
4.	B-Physik.....	133
4.1.	Das b-Quark	133
4.2.	B-Mesonen	134
4.3.	B-Detektoren	143
5.	Charme-Physik	145
5.1.	J/Ψ -Teilchen	145
6.	Kaon-Physik	146
6.1.	Kaonen	146
6.2.	$K^0 - \bar{K}^0$ -Oszillation	148
6.3.	Regeneration.....	149
6.4.	CP-Verletzung.....	149
6.4.1.	indirekte CP-Verletzung.....	151
6.4.2.	direkte CP-Verletzung.....	152
6.5.	Kaon-Experimente	154
7.	Neutrino-Physik	157
7.1.	Allgemeines.....	157
7.2.	Erzeugung von Neutrinos.....	158
7.3.	Neutrino-Oszillation.....	158
7.4.	experimenteller Nachweis	160
8.	Higgs-Boson.....	170
8.1.	Symmetriebrechung	170
8.2.	Direkte Suche nach dem Higgs-Boson bei LEP.....	170
VI.	Die Grenze des Standardmodells	172
1.	Magnetische Moment des Myons	172
2.	Radiativ Return	172
3.	Physik jenseits des Standardmodells.....	172
3.1.	Vereinigung der Kräfte.....	172
3.2.	Supersymmetrie.....	172

II. Teilchenbeschleuniger

1. Einführung und Übersicht

Was sind Teilchenbeschleuniger?

Cambridge Dictionary: “A particle accelerator is a machine which makes extremely small pieces of matter travel at very high speeds, so that scientists can study the way they behave.”

Teilchenbeschleuniger sind bedeutende physikalische Großgeräte, deren Entwicklung besonders in der Kern und Teilchenphysik vorangetrieben wurden. Sie finden Anwendung in der Forschung und Entwicklung der Physik (Grundlagen und Anwendungen), Biologie, Chemie, Medizin, Archäologie,...

Anwendung von Teilchenbeschleunigern:

- Teilchenphysik (CERN, DESY, SLAC, FERMILAB, ...)
- Anwendung von Synchrotronstrahlung (z.B. ESRF, DESY, ...) in Chemie, Biologie und Physik
- Kernphysik (S-DALINAC, GSI, ...)
- Industrielle Anwendungen
- Medizinische Anwendungen (GSI, PSI) bei der Erzeugung von Radioisotopen oder zur Bestrahlung von Patienten
- Archäologie
- Energietechnik (Kernfusion, Energy Amplifier)

Welche Teilchen können beschleunigt werden?

Grundsätzlich alle geladenen, hinreichend stabilen Teilchentypen.

Seit 1920 bis heute wurden folgende Beschleuniger schon realisiert:

Elektronen:

Ruheenergie 511 keV, elementares Teilchen, negative Ladung

Positronen:

Ruheenergie 511 keV, elementares Teilchen, positive Ladung

Protonen:

Ruheenergie 938 MeV, kein elementares Teilchen (Quarks und Gluonen), positive Ladung

Antiprotonen:

Wie Protonen aus Quarks aufgebaut, Masse wie Protonen, negative Ladung

Ionen (von Deuteronen zu Blei):

Ladung vielfaches einer Elementarladung, Masse von $2m_{\text{Proton}}$ bis m_{Blei}

Ideen für die Zukunft:

Myonen-Collider:

elementares Teilchen wie e^+/e^- , Ruheenergie 106MeV,

Lebensdauer: $2.2 \cdot 10^{-6}$ s im Ruhesystem - in Labor System $dt_{\text{Labor}} = \gamma dt_{\text{Ruhesystem}}$

Beschleunigung von DNA-Bestandteilen :

zur Krebstherapie

Typische Größenordnungen der Ausdehnung von atomarer und subatomarer Materie:	
Abstand von Atomen in Materie:	0.3 nm
Atomradius:	0.1 nm
Proton/Neutronradius:	$1 \cdot 10^{-12}$ m
Klassischer Elektronenradius:	$2.83 \cdot 10^{-15}$ m
Quark:	$1 \cdot 10^{-16}$ m
Reichweite starker WW:	$< 1 \cdot 10^{-15}$ m
Reichweite schwache WW:	$\ll 1 \cdot 10^{-16}$ m
Masse von atomarer und subatomarer Materie:	
Elektron:	$9.11 \cdot 10^{-31}$ kg
Proton:	$1.673 \cdot 10^{-27}$ kg

Abbildung 1: Typische atomare und subatomare Größen

In den meisten Beschleuniger werden auch Teilchen beschleunigt. Ein Fernsehgerät würde man aber nicht als Beschleuniger bezeichnen, obwohl Elektronen mit einer Spannung von einigen kV beschleunigt werden. Man unterscheidet zwischen folgenden Beschleunigern:

Beschleuniger, in denen Teilchen gespeichert werden (ohne die Energie zu erhöhen):

- zur Akkumulation von Positronen und Antiprotonen
- zur Kollision von zwei Protonenstrahlen (Injektion bei Kollisionsenergie, z.B. CERN ISR)
- Beschleuniger, die Synchrotronstrahlung erzeugen (einer der wichtigsten Beschleunigertypen), häufig ohne die Teilchen zu beschleunigen

Beschleuniger, in denen Teilchen abgebremst werden_

- Die Erzeugung von Antiprotonen funktioniert mit Protonen, die mit einer Energie von einigen GeV auf ein Target gelenkt werden.
- Die Antiprotonen haben eine kinetische Energie von einigen hundert MeV und werden für Experimente auf wenige eV abgebremst (CERN – AD)

Für Untersuchungen der Materialstruktur braucht man Sonden, die kleiner als die zu untersuchende Struktur sind, zum Beispiel

- Lichtmikroskope
- Elektronenmikroskope
- Teilchenbeschleuniger – die Sonde ist das Teilchen
- Teilchenbeschleuniger – die Sonde ist die vom Teilchen abgestrahlte Synchrotronstrahlung (γ -Quanten von einigen eV bis zu einigen MeV)

Ausschlaggebend ist hierbei die Wellenlänge.

Für Licht mit einer typischen Wellenlänge von 500 nm gilt:

$$E_\gamma = \frac{\hbar c}{\lambda_\gamma} = 0.25 \text{ eV}$$

Bei Teilchenstrahlen, wird die Wellenlänge über die de Broglie Beziehung bestimmt:

$$\lambda_B = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{\sqrt{E_k (E_k + 2m_0 c^2)}}$$

Beispiel:

Kinetische Energie des

Protons:

$$E_{k_p} = 7000 \text{ GeV}$$

De Broglie-Wellenlänge des

Protons:

$$\lambda_B = 1.771 \cdot 10^{-19} \text{ m}$$

Kinetische Energie des

Elektrons:

$$E_k = 100 \text{ GeV}$$

De Broglie-Wellenlänge für ein

Elektron:

$$\lambda_B = 1.24 \cdot 10^{-17} \text{ m}$$

PROTONS				
Kinetische Energie	$\beta = v/c$	$\gamma = E/E_0$	pc	$\lambda_{\text{Broglie}} \cdot 10^{18}$
[GeV]			[GeV]	[m]
1	0.875	2.066	1.696	732.00
10	0.996	11.65	10.89	113.80
100	~1	107.6	100.93	12.29
1000	~1	1067	1000	1.23
10000	~1	10660	10000	0.12
ELECTRONS				
Kinetische Energie	$\beta = v/c$	$\gamma = E/E_0$	pc	$\lambda_{\text{Broglie}} \cdot 10^{18}$
[GeV]			[GeV]	[m]
0.1	~1	196.7	0.101	12340
1	~1	1958	1.001	1239
10	~1	19570	10.01	124
100	~1	195700	100.001	12.4
1000	~1	1957000	1000	1.24

Abbildung 2: Energie - de Broglie-Wellenlänge

→ die Erforschung kleiner Strukturen erfordert also immer höhere Energien

1.1. Erzeugung von Teilchen

Für die Erzeugung neuer Teilchen müssen Primär-Teilchen mit genügend Energie zur Verfügung stehen (z.B. Höhenstrahlung oder Teilchenbeschleuniger)

a) Fixed Target Experiment

Das sind Beschleuniger, die Teilchen auf ein festes Target leiten:



Hier wird ein Teilchen aus dem Beschleuniger mit der kinetischen Energie E und Masse m_0 auf ein Teilchen im Target mit Masse m_1 geschossen. Dabei entsteht durch Kollision ein Teilchen mit Impuls p und Masse m .

Beispiel: kinetische Energie eines Protons $E_k = 450 \text{ GeV}$

$$E_{\text{cm}} = 2m_p c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{E_k}{2m_p c^2}} - 1 \right) = 27.244 \text{ GeV}$$

→ Hier wird viel Energie verschwendet

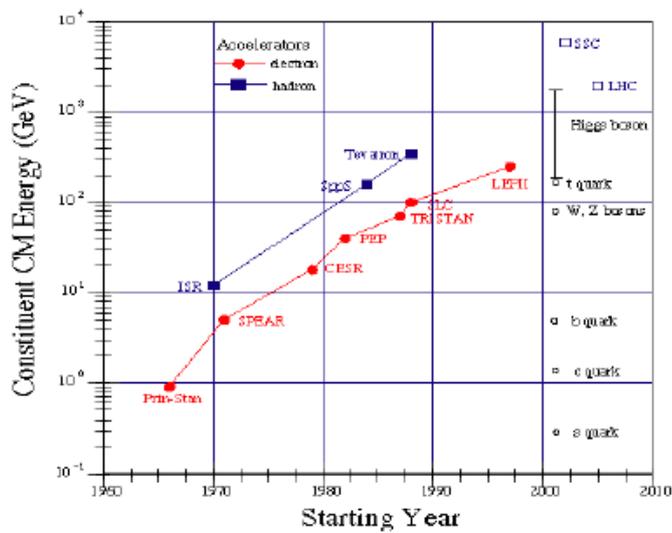


Abbildung 3: Livingstonplot - Entwicklung der Hochenergiephysik in Bezug zur Schwerpunktsenergie

b) Kollidierende Strahlen

Das sind Beschleuniger, in denen zwei Teilchen kollidieren



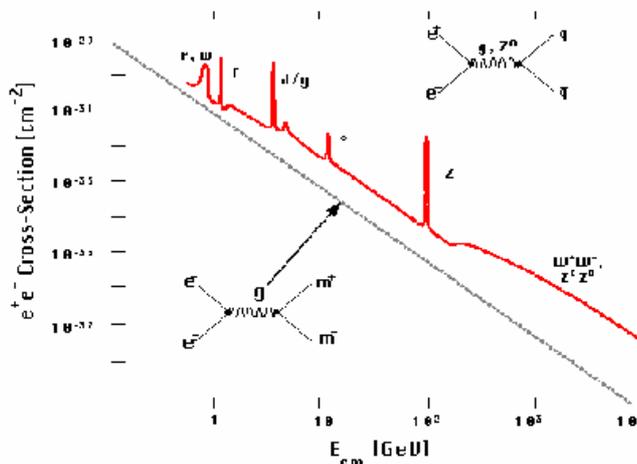
Zwei Teilchen aus dem Beschleuniger werden mit entgegengesetztem Impuls p und Masse m_0 aufeinander geschossen. Dabei entsteht ein neues Teilchen ohne Impuls mit Masse m .

Beispiel: Protonen

$$E_{cm} = 2E_p = 900 \text{ GeV}$$

Achtung: Ein Z^0 kann mit kollidierenden e^+e^- Strahlen mit jeweils 46 GeV erzeugt werden. Für die Erzeugung von W^+W^- -Paaren benötigt man die doppelte Energie (wg. Ladungserhaltung)

Teilchenproduktion bei Elektron-Positron-Kollisionen:



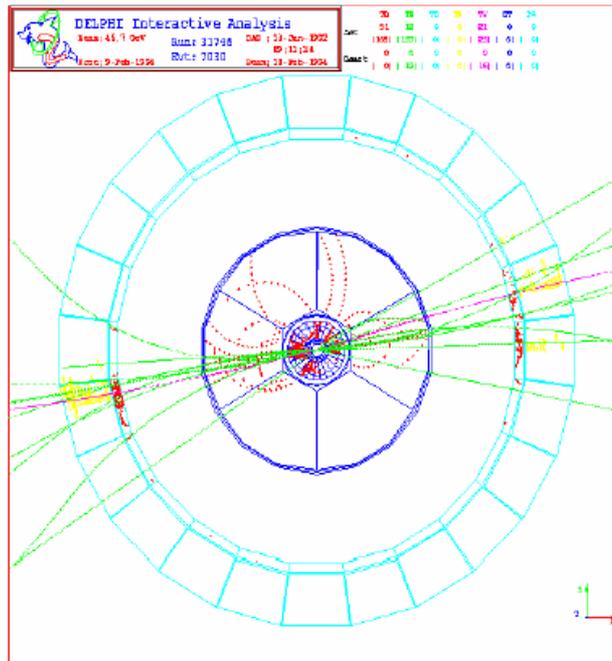
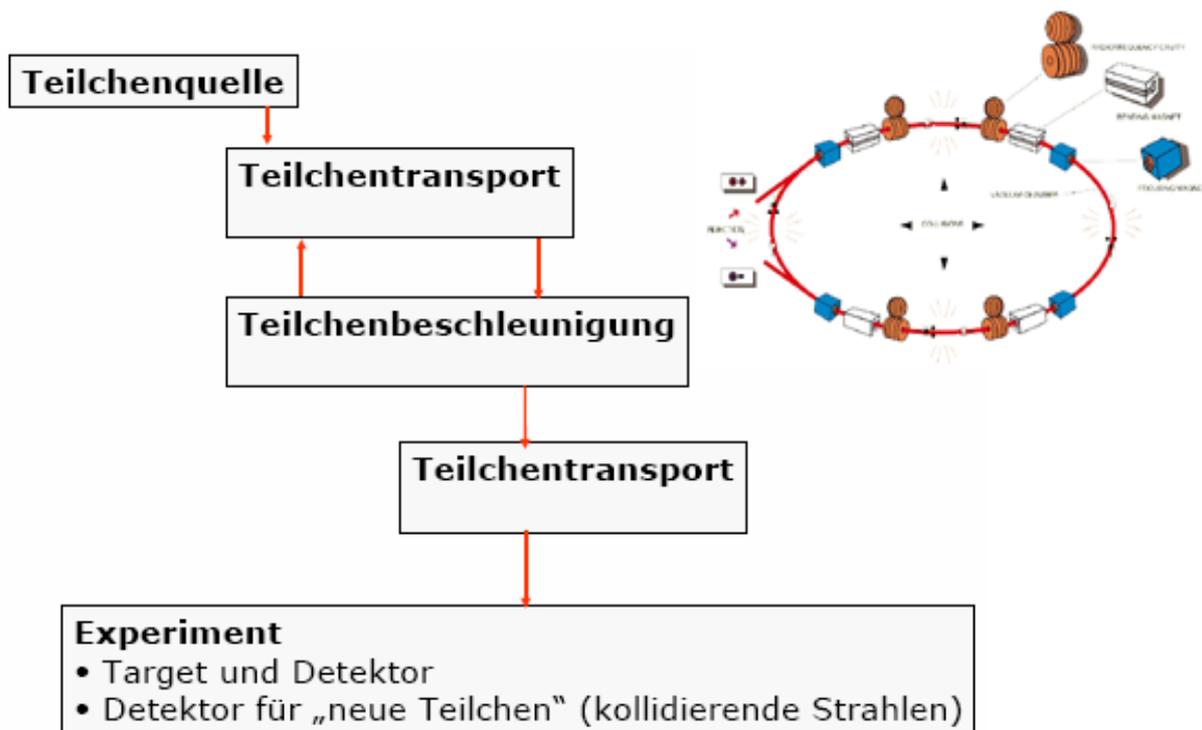


Abbildung 4: Rekonstruktionplot der Zerfallsprodukte beim DELPHI-Experiment

1.2. Aufbau eines Beschleunigers



Zur Realisierung von Beschleunigern ist eine Reihe von Technologien notwendig:

- Quelle zur Erzeugung von Teilchen
- Strukturen für Teilchenbeschleunigung
- Magnete zur Strahlführung
- Hochvakuumsysteme um die Teilchen für viele Stunden im Ring zu speichern

- Instrumentierung der Strahlkontrolle
- Elemente die Teilchen in der Beschleuniger zu injizieren und extrahieren

Ebenso ist folgende Beschleunigerphysik nötig:

- Lineare transversale Strahldynamik (Optik)
- Nichtlineare transversale Strahldynamik
- Longitudinale Strahldynamik
- Synchrotronstrahlung
- Kollektive Effekte

Je nach Anwendung werden unterschiedliche Parameter benötigt:

Energie und Luminosität:

e^+e^- -Collider:

- Speicherringe (LEP-CERN (bis 2001), B-Fabriken am SLAC, CORNELL, JAPAN)
- SLC am SLAC
- Linearbeschleuniger (Linacs) – in Planung – TESLA – DESY, CLIC – CERN, NLC – SLAC

Hadronen-Collider:

- Proton-Proton (ISR (bis 1985) und LHC – CERN)
- Proton-Antiproton (SPS-CERN (bis 1990), TEVATRON-FERMILAB)

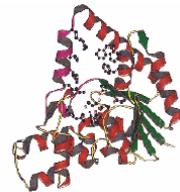
e^+ oder e^- /Proton:

- HERA-DESY

Energie und Intensität:

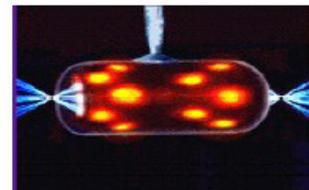
Beschleuniger, die einen Strahl auf ein Teilchen lenken (z.B. für Neutronenphysik)

- Synchrotron (SPS-CERN, TEVATRON-FERMILAB)
- Linearbeschleuniger (SLAC)
- Antiproton Decelerator (CERN)



Brillanz und Energiespektrum der Photonen:

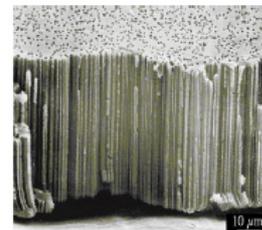
- e^+ und e^- Speicherringe
- Free electron laser (e^- linacs) oder Speicherring



Intensität und Teilchensorte:

Kernphysik

- Linacs und „recirculating linacs“
- Zyklotrone
- Synchrotrone
- Ionenbeschleuniger (GSI)



Präzision und Betriebssicherheit:

Medizinische Anwendungen, Erzeugung von Radioisotopen und Krebstherapie

- Linacs
- Synchrotrone
- Zyklotrone



2. Grundlagen der Teilchendynamik

2.1. Lorentzkraft

Die Kraft auf ein geladenes Teilchen ist proportional zur Ladung q , zum elektrischen Feld E und zum Kreuzprodukt von Geschwindigkeit v und Magnetfeld B :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Für Elektron, Positron, Proton, ... ist die Ladung die Elementarladung e :

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ein Magnetfeld H wird normalerweise in $\frac{\text{A}}{\text{m}}$ gemessen. Die Magnetische Induktion oder Magnetische Flussdichte B , gemessen in Tesla, ist im Vakuum wie folgt definiert:

$$B = \mu_0 \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \cdot H \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

In einem isotropen Material enthält diese Beziehung die Permeabilität μ :

$$B = \mu \mu_0 \cdot H$$

Im Allgemeinen ist μ etwa 1, doch für ferromagnetische Materialien ist μ in der Größenordnung von einigen tausend.

2.2. Energiegewinn eines geladenen Teilchens

Eine Energieänderung kann nur durch das elektrische Feld hervorgerufen werden, da man im Magnetfeld keine Ladung beschleunigen kann:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int \vec{F} d\vec{s} \\ \frac{dE}{dt} &= \vec{v} \vec{F} = q \left(\vec{v} \vec{E} + \vec{v} (\vec{v} \times \vec{B}) \right) = q \vec{v} \vec{E} \end{aligned}$$

Wird ein geladenes Teilchen durch ein Potential beschleunigt, gilt für die Spannung U :

$$U = \int \vec{E} d\vec{s}$$

Daraus folgt ein Energiegewinn von:

$$\Delta E = \int \vec{F} d\vec{s} = \int q \vec{E} d\vec{s} = qU$$

Der Energiegewinn des geladenen Teilchens ist durch die Spannung, die das Teilchen durchläuft und durch die Ladung gegeben.

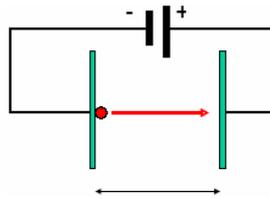
Beispiel: Plattenkondensator

$$U=10000 \text{ V}$$

$$d=1 \text{ m}$$

$$q= e$$

$$\Delta E = 100000 \text{ eV}$$

**Definition der Einheit [eV]:**

Ein Teilchen mit der Ladung e , welches eine Spannung von einem Volt durchläuft, gewinnt die Energie von einem eV (Elektronenvolt). Es gilt: $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Der Energiegewinn ist unabhängig von der Energie, der Geschwindigkeit des Teilchens und der Länge der durchlaufenen Strecke bei gegebener Potentialdifferenz.

$$E_{\text{neu}} = E_{\text{alt}} + \Delta E$$

2.3. Relativistische Kinematik

Die Geschwindigkeit der Teilchen bei hoher Energie nähert sich der Lichtgeschwindigkeit an. Die Lichtgeschwindigkeit kann nicht überschritten werden.

Die Energie eines Teilchens ist:

$$E = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m_0 c^2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2$$

Beispiel:

Mit einer Beschleunigungsspannung $U=0.1 \text{ MV}$ gilt im nichtrelativistischen Fall

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

Damit ergibt sich für Elektronen bzw. Protonen:

$v_e = 1.875 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$V_p = 4.377 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\beta_e = 0.626$ (d.h. $v < c$ gilt nicht)	$\beta_p = 0.015$

Bei höherer Energie wäre die Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit, was nicht möglich wäre.

Im relativistischen Fall gilt mit einer kinetischen Energie von $E_k = 0.1 \text{ MeV}$:

$v_e = 1.643 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$V_p = 4.376 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\beta_e = 0.548$	$\beta_p = 0.015$

2.4. Elektromagnetische Wechselwirkung

Beispiel: Ablenkkraft auf ein relativistisches, geladenes Teilchen

Gegeben: $E = 7 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$, $B = 2 T$

Lorentzkraft: $F = e(E + cB) = F_{E\text{-Feld}} + F_{B\text{-Feld}}$

$$F_{B\text{-Feld}} = 9.606 \cdot 10^{-11} N$$

$$F_{E\text{-Feld}} = 1.121 \cdot 10^{-12} N$$

$$\frac{F_{B\text{-Feld}}}{F_{E\text{-Feld}}} = 85.655$$

zum Vergleich die Gravitation: $F_G = mg = 8.933 \cdot 10^{-30} N$

Für Beschleuniger werden in der Regel Magnetfelder zur Teilchen Ablenkung und Fokussierung benutzt.

Für die Beschleunigung von Teilchen werden elektrische Felder benutzt.

Es gibt jedoch auch einige Anwendungen für elektrische Felder zur Teilchenablenkung:

- Strahlseparierung für Teilchen mit entgegengesetzter Ladung im Speicherring
- Feedbacksysteme: Es ist bei hoher Strahlintensität notwendig, die einzelnen Teilchenpakete zur Strahlstabilisierung unterschiedlich abzulenken. Dazu werden häufig elektrische Felder benutzt.

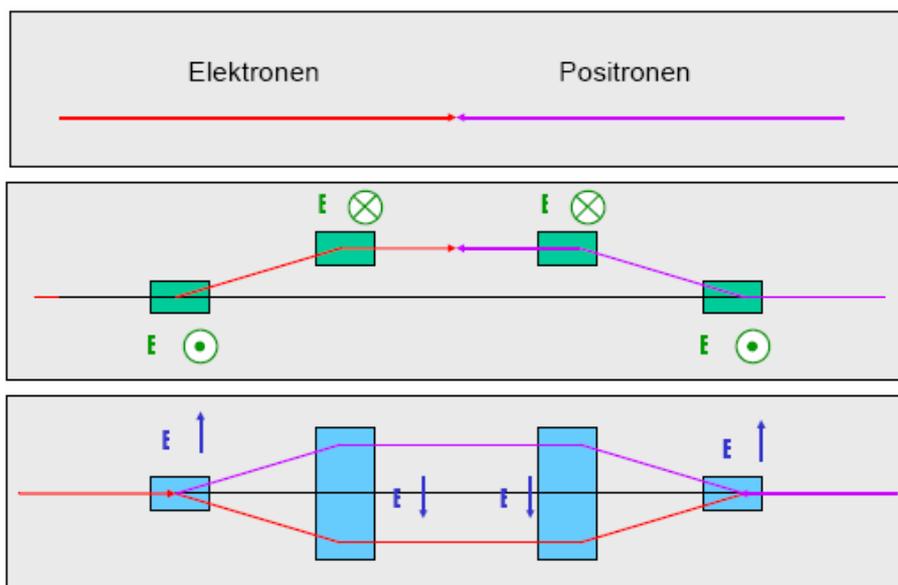


Abbildung 5: Teilchenseparation mit elektrischem Feld

2.5. Teilchendynamik

Wirkt auf ein Teilchen keine Kraft, bewegt es sich geradlinig durch den Raum.

- a) Die Teilchenbahn wird durch Kraftfelder verändert, in erster Linie durch elektromagnetische Felder und Gravitation. Die Gravitation wird jedoch vernachlässigt.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \text{ wobei } \vec{E}(x, y, z, t) \neq 0 \text{ und/oder } \vec{B}(x, y, z, t) \neq 0$$

- b) Die Teilchenbahn wird durch Kollisionen mit Gasatomen verändert (elastische Streuung). Teilchen können verloren gehen.

Elastische Streuung: Das umlaufende Teilchen wird durch den Zusammenstoß mit einem Restgasatom oder Molekül (oder einem Elektron in der Atomhülle) von seiner Bahn abgelenkt. Die Energie des Teilchens bleibt erhalten. Wenn die Ablenkung groß genug ist, geht das Teilchen verloren.

Inelastische Streuung: Das umlaufende Teilchen trifft auf einen Kern oder ein Elektron in der Hülle. Durch den Zusammenstoß werden andere Teilchen erzeugt. Das ursprüngliche Teilchen geht verloren.

Protonen: Elastische und inelastische Streuung, Vielfachstreuung

Elektronen: Bremsstrahlung, elastische Streuung

- c) Die Teilchenbahn wird durch die Abstrahlung von Synchrotronstrahlung (Quanteneffekt) verändert.

2.6. Koordinaten

Ein einzelnes Teilchen wird mit den Koordinaten und dem Impuls

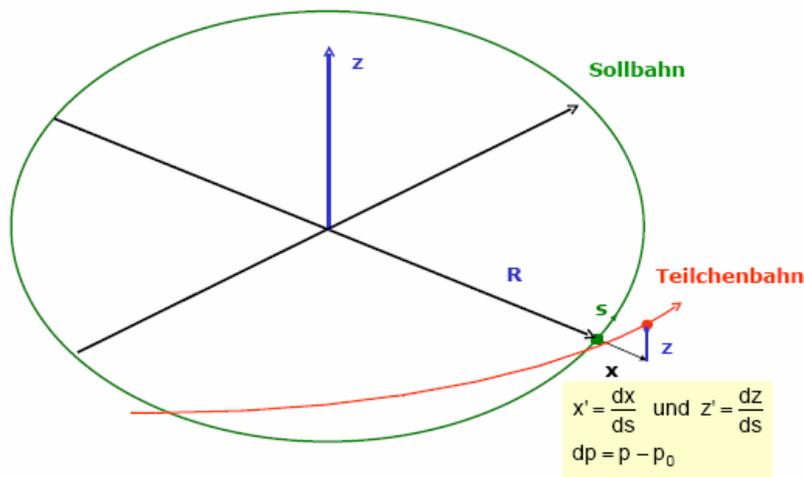
$$\vec{r} = (x, y, z)$$

$$\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$$

beschrieben. Außerdem müssen noch die Ladung und die Masse bekannt sein. Für einige (wenige) Ausnahmen muss außerdem der Spinzustand berücksichtigt werden.

Für Teilchen in einem Beschleuniger ist es unhandlich, ein Koordinatensystem mit festen Koordinaten zu wählen. Daher wird das Teilchen in Bezug auf ein Sollteilchen beschrieben.

Das Sollteilchen mit Sollimpuls bewegt sich auf der Sollbahn oder Idealbahn.



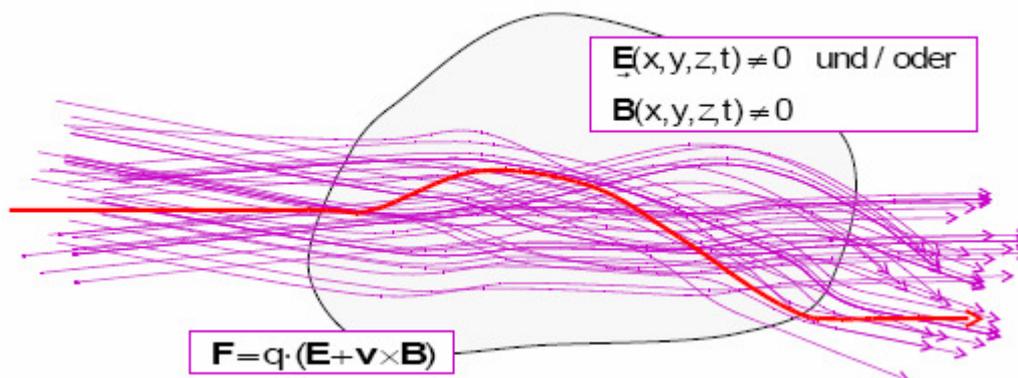
2.7. Vielteilchensysteme

Für jedes einzelne Teilchen lassen sich die Bewegungsgleichungen lösen.

Ein Strahl im Beschleuniger ist ein Beispiel für ein Vielteilchensystem. Die Anzahl der Teilchen liegt zwischen 10^6 und mehr als 10^{14} Teilchen.

Es werden Größenordnungen eingeführt, die die kollektive Beschreibung des Vielteilchensystems möglich machen. Die Information über ein einzelnes Teilchen reicht nicht aus.

Die Wechselwirkung zwischen einzelnen Teilchen lässt sich für wenige Teilchen völlig vernachlässigen. Bei zunehmender Teilchenzahl werden die Wechselwirkungen zwischen einem einzelnen Teilchen und dem Kollektiv von entscheidender Bedeutung.



Die Bahn eines einzelnen Teilchens wird durch die Gesamtheit der Teilchen beeinflusst.

- Kollisionen
- Raumladung
- Wechselwirkung der em-Felder der Teilchen mit der Umgebung.

3. Beschleunigerarten

3.1. Gleichspannungsbeschleuniger

1930 begann Van de Graaff mit der Entwicklung eines Hochspannungsgenerators:

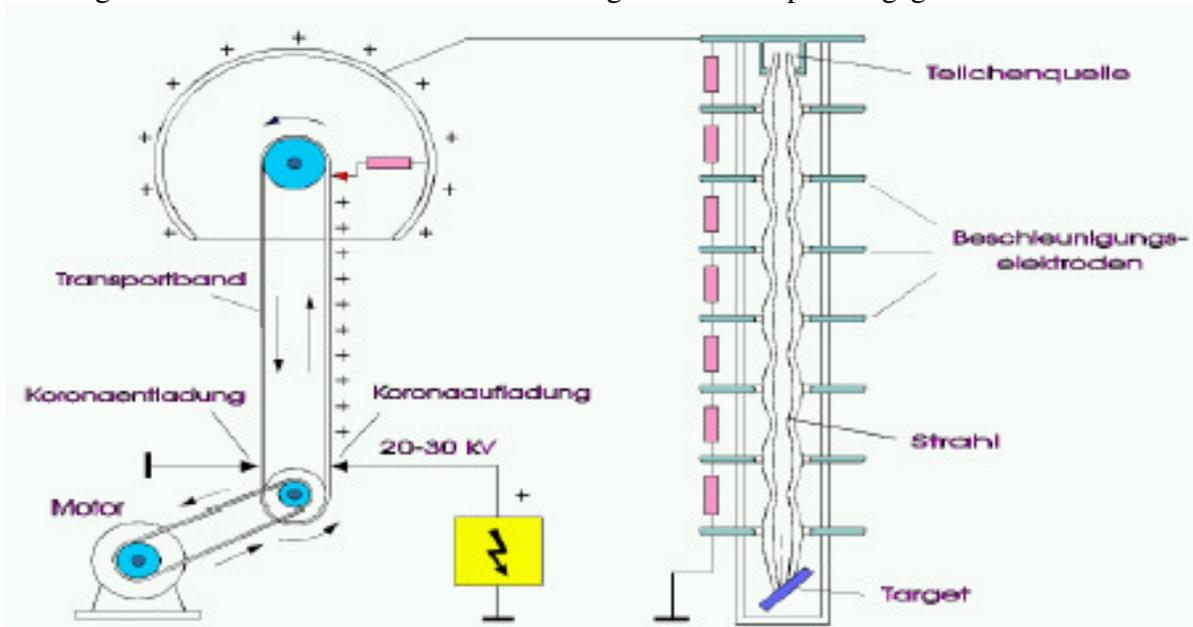


Abbildung 6: Van de Graaff-Beschleuniger

Die Grenze von Hochspannungsanlagen liegt bei einigen Millionen Volt. Die Anlagen werden für höhere Energie immer aufwendiger, und bei höherer Spannung kommt es zu Funkenüberschlägen.

Anfang der 30er Jahre entwickelten Cockroft und Walton einen Hochspannungsgenerator für 400 kV („Greinacker-Schaltung“)

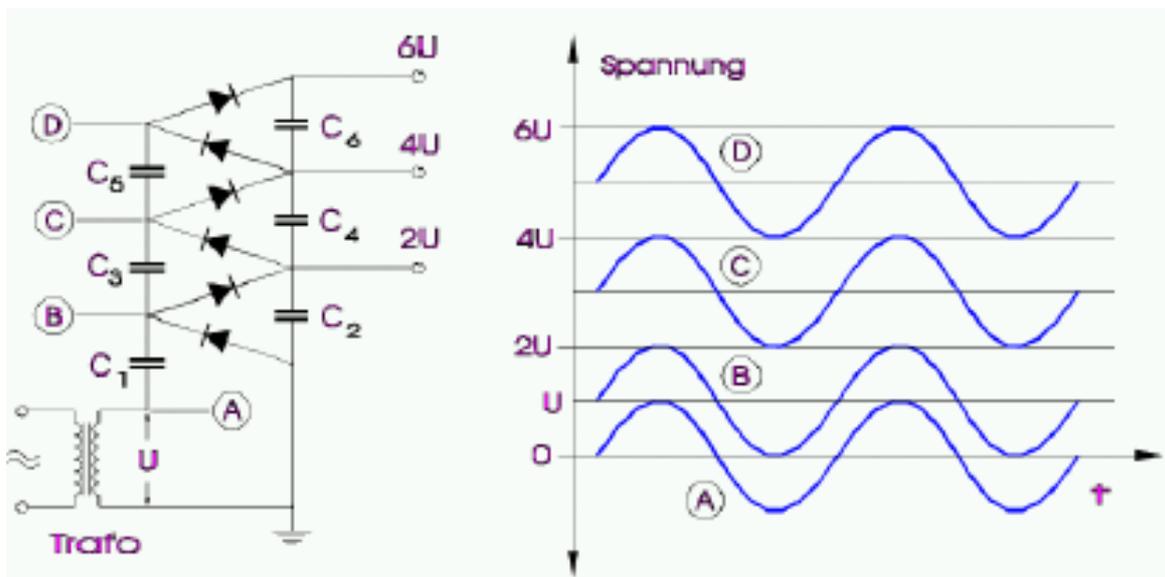


Abbildung 7: Cockroft-Walton-Kaskadengenerator

3.2. Linearbeschleuniger (LINACs)

1924 schlug der Schwede Ising vor, zur Beschleunigung anstatt Gleichspannung schnell wechselnde Hochfrequenzspannung zu benutzen

Der Norweger Wideröe testete 1928 erfolgreich den ersten Linearbeschleuniger, der auf dem Wechselfspannungsprinzip beruht.

Die Beschleunigung in einem hochfrequenten elektrischen Feld wird mit einer zeitlich veränderlichen Spannung realisiert:

$$U(t) = U_0 \sin(2\pi f_{rf} t)$$

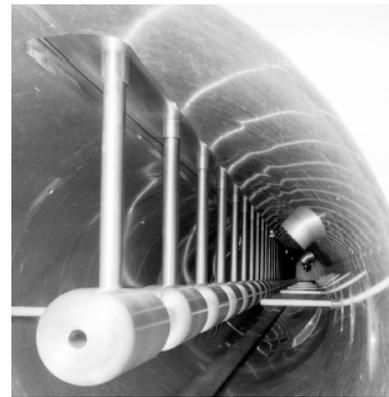
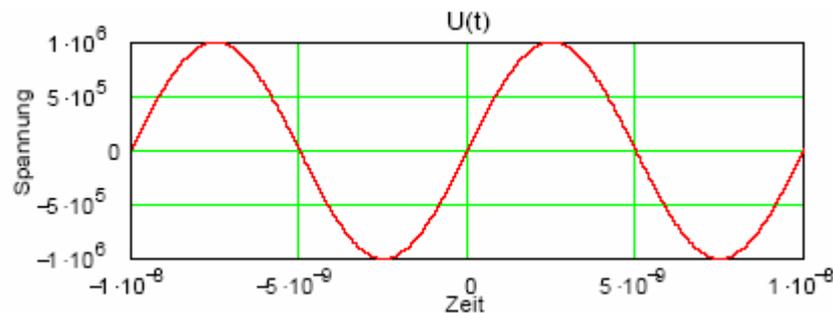


Abbildung 8: Modell eines Linearbeschleunigers



Funktionsweise eines Linearbeschleunigers:

- Teilchen trete aus der Quelle aus und werde vom Potential der ersten Driftröhre beschleunigt
- Während die Teilchen durch die 1. Driftröhre laufen, kehrt sich das Vorzeichen des Potentials um
- Teilchen treten aus der Driftröhre aus und werden durch das Potential der 2. Driftröhre beschleunigt
- Da die Geschwindigkeit der Teilchen steigt, werden die Abstände zwischen den Röhren länger

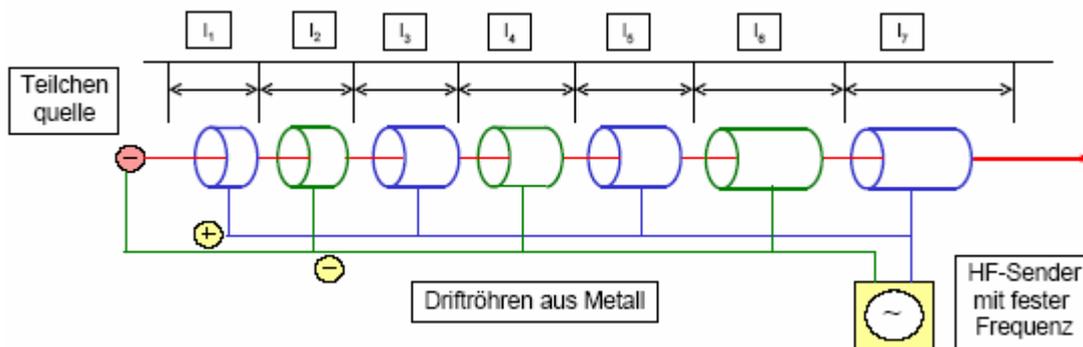


Abbildung 9: Linearbeschleuniger

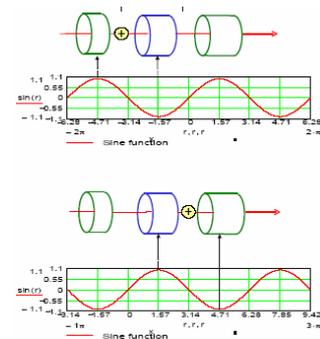


Abbildung 10: SLC - SLAC Linear Collider, bisher größter Linearbeschleuniger (3 km Länge, Energien bis 46 GeV, Elektronen und Positronen)

Energie des Elektrons nach der Röhre i :

$$E_i = ieU_0 \sin(\Psi_s)$$

dabei ist U_0 die maximale Spannung des HF Senders und Ψ_s die mittlere Phase mit der das Teilchen zwischen den Röhren passiert.



3.3. Kreisbeschleuniger

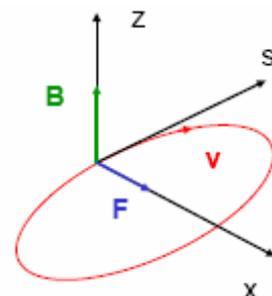
3.3.1. Zyklotron

Für ein geladenes Teilchen das sich senkrecht zum Magnetfeld bewegt gilt:

$$F = ma = qvB$$

Daraus ergibt sich eine Kreisbewegung des Teilchens:

$$m \frac{d}{dt} v = q \cdot v \cdot B$$



Aus dem Gleichgewicht zwischen Lorentzkraft und Zentrifugalkraft ergibt sich:

$$F_L = q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R} = F_Z$$

$$\rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{v}{\omega}$$

Die Zyklotronfrequenz ω ist unabhängig von Geschwindigkeit und Energie des Teilchens. Bei zunehmender Energie und Geschwindigkeit läuft das Teilchen mit größerem Radius im Magnetfeld um.

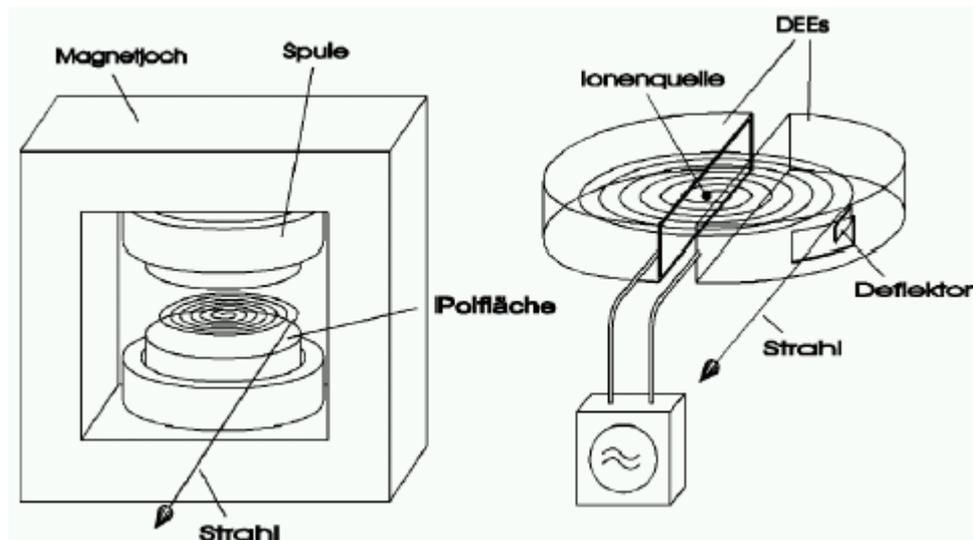


Abbildung 11: Zyklotron

Beispiel: Parameter eines Protonenzyklotron

Annahme: Das Magnetfeld hat eine Stärke von maximal $B = 1\text{ T}$

Die Umlauffrequenz ist gegeben durch:

$$\omega = \frac{e \cdot B}{m_p}$$

Damit ergibt sich die Frequenz von $f = \frac{\omega}{2\pi} = 15.244\text{ MHz}$

Bei einer kinetischen Energie von $E = 20\text{ MeV}$ ergibt sich der Radius des Zyklotrons:

$$E = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{c}{\omega} \sqrt{1 - \frac{m_p^2 c^4}{(E + m_p c^2)^2}} = 0.636\text{ m}$$

Bei einer Geschwindigkeit von $v = 6.093 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.3.2. Betatron

Das erste Betatron wurde von D. W. Kerst 1940 an der Universität Illinois gebaut. Elektronen wurden bis 2.3 MeV beschleunigt.

Wenig später wurde ein Betatron mit einer Energie von bis zu 20 MeV realisiert.

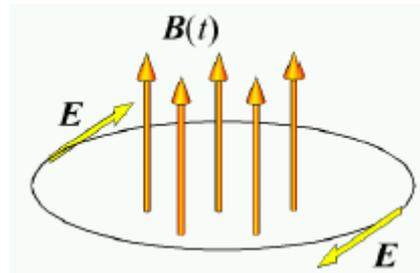
Heute werden Betatrons insbesondere für medizinische Anwendungen benutzt.

Das Spulenfeld wird mit Wechselstrom erzeugt:

$$\vec{B} = B_0 \sin \omega t$$

Für das elektrische Feld gilt:

$$|\vec{E}(t)| = -\frac{R}{2} \frac{d}{dt} |\vec{B}(t)|$$



Ein zeitlich verändertes Magnetfeld induziert in einem Leiter einen Elektrischen Strom.

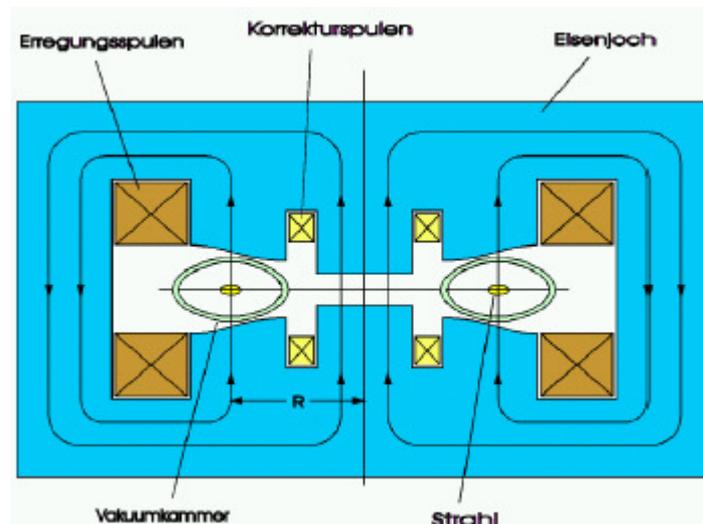


Abbildung 12: "Transformator", bei dem die Sekundärspule ein Teilchenstrahl ist.

Schwingungen der Teilchen um die Sollbahn heißen „Betatron-Schwingung“. (auch bei anderen Beschleunigern)

Beispiel: Parameter eines Betatrons

Angenommen, das Magnetfeld wird mit einem Puls betrieben. In einer Zeitspanne von $\Delta t = 5 \mu\text{s}$ wird das Feld um $\Delta B = 1 \text{ T}$ verändert. Der Radius des Beschleunigers ist $R = 5 \text{ m}$.

$$E = -\frac{R}{2} \frac{\Delta B}{\Delta t} = -5 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Damit ergibt sich für das elektrische Feld um den Beschleuniger:

$$E_{\text{int}} = 2\pi R E = -1.571 \cdot 10^7 \text{ V}$$

3.3.3. Das Rennbahn Mikrotron

Elektronen erreichen schnell relativistische Geschwindigkeiten. Für $v=c$ geht folgendes Beschleuniger-Konzept:

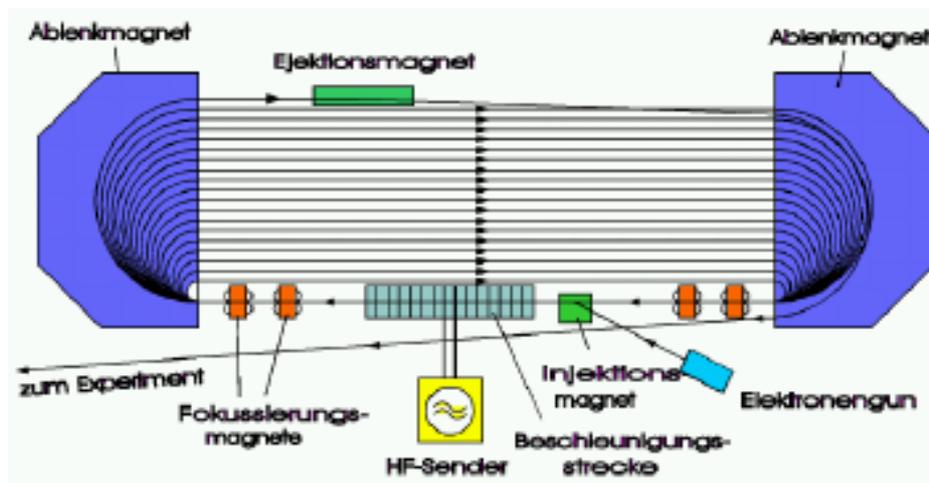


Abbildung 13: Mikrotron

Die Bahnlänge ändert sich pro Umlauf exakt um ein Vielfaches der HF-Wellenlänge. Dadurch sehen die Teilchen jeweils dieselbe (stabile) HF-Phase.

Das Mikrotron kann für Elektronen bis 1 GeV realisiert werden. Bei höheren Energien ist es wegen der allzu großen Magneten technisch begrenzt.

3.3.4. Synchrotron

Mit einem Zyklotron oder Betatron ist die Energie der Teilchen begrenzt.

- Man kann keine beliebig großen Magnete bauen
- Das Magnetfeld ist auf 1-2 T bei einer normalleitenden Spule, bzw. 5-10 T bei Magneten mit supraleitender Spule begrenzt.
- Im Betatron kann die Beschleunigung nur über einen Teil eines Magnetzyklus erfolgen

Um hohe Energie zu erreichen, wurde das Synchrotron entwickelt. Das Synchrotron ist der am meisten verbreitete Beschleuniger. Es ist ein Kreisbeschleuniger, in dem die Teilchen viele Umläufe machen. Das Magnetfeld wird erhöht, wenn der Strahl beschleunigt wird. Dadurch bleibt die Teilchenbahn (ungefähr) konstant.

Der Energiegewinn wird durch ein elektrisches Feld und die Erhöhung eines magnetischen Feldes synchron erzielt.

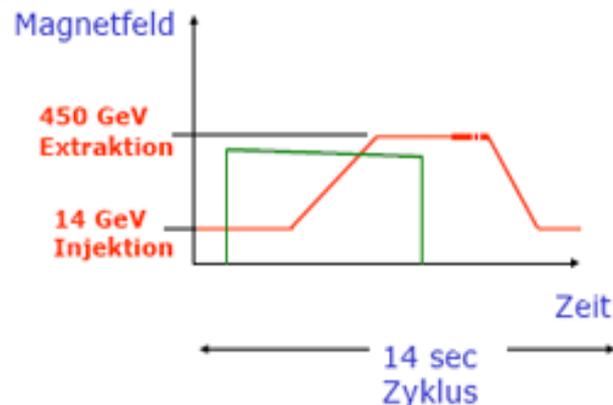


Abbildung 14: Injektions-/Extraktionsenergien am Protonensynchrotron CERN-SPS

Entwicklung des Synchrotrons:

- 1943 wurde es von M. O. Oliphant vorgeschlagen
- 1945 wurde es etwa zeitgleich von E. M. McMillan an der Universität von Kalifornien und V. Veksler in der Sowjetunion entwickelt.
- Das erste funktionierende Synchrotron wurde in Birmingham von F. Goward und D. Barnes aufgestellt

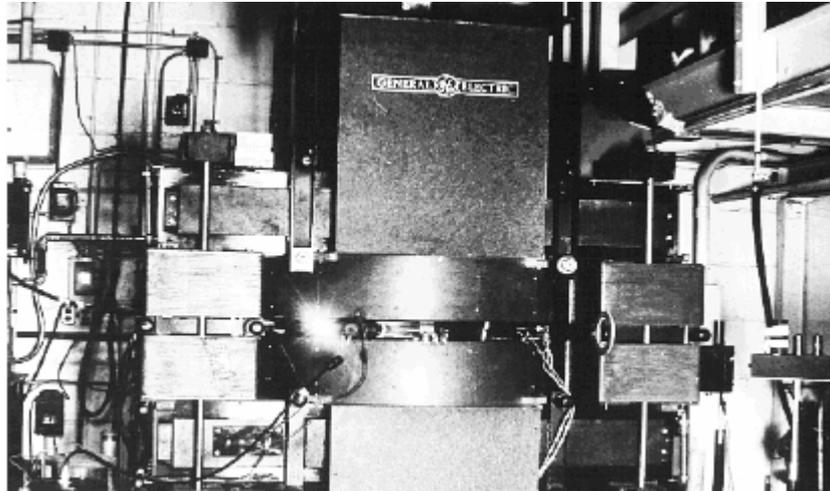
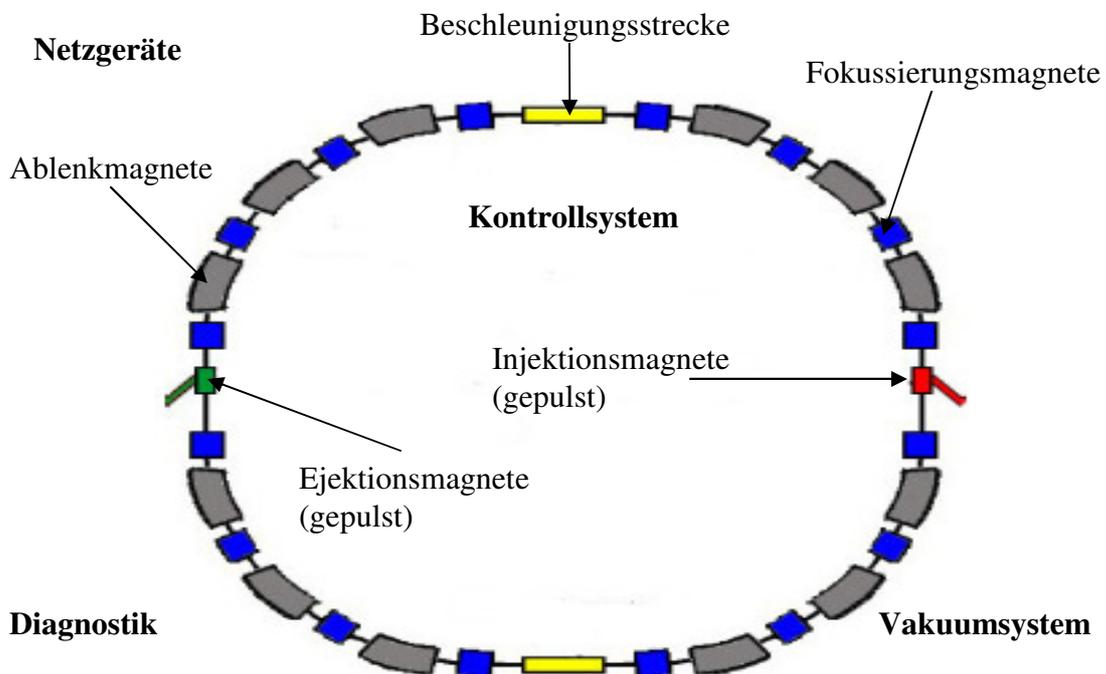


Abbildung 15: 70 MeV-Synchrotron, General Electric Research Lab, 1947; Durch die Vakuumkammer aus Glas konnte man die Strahlung beobachten.

Aufbau eines Synchrotrons:



Beispiel: Protonensynchrotron CERN-SPS



Abbildung 16: Protonensynchrotron CERN-PS

Die Länge des Beschleunigers ist $l = 6911 \text{ m}$ und der Krümmungsradius der Ablenkmagnete ist $R = 754 \text{ m}$. Die Länge der Ablenkmagnete ist L .

$$L = 2\pi l = 4.738 \text{ km}$$

Der Impuls ist durch die Stärke des Ablenkmagnetfelds und Krümmungsradius R gegeben:

$$p = e \cdot R \cdot B$$

Mit der Injektionsenergie von $E_{\text{in}} = 14 \text{ GeV}$ und der Endenergie $E_{\text{top}} = 450 \text{ GeV}$ ergibt sich das Feld in den Ablenkmagneten zu:

$$B_{\text{in}} = \frac{E_{\text{in}}}{e \cdot R \cdot c} = 0.062 \text{ T}$$

$$B_{\text{top}} = \frac{E_{\text{top}}}{e \cdot R \cdot c} = 1.991 \text{ T}$$

Die Magnetfeldrampe dauert etwa $T_{\text{ramp}} = 4 \text{ s}$.

Ein Umlauf dauert $T_{\text{rev}} = \frac{L}{c}$ (mit $v = c$)

Die Anzahl der Umläufe während der Rampe ist $N_{\text{ramp}} = \frac{T_{\text{ramp}}}{T_{\text{rev}}}$.

Die Energieänderung pro Umlauf ist $\Delta E_{\text{turn}} = \frac{E_{\text{top}} - E_{\text{in}}}{N_{\text{ramp}}} = 2.513 \text{ MeV}$

3.3.5. Speicherring

Der Speicherring ist ein Sonderfall eines Synchrotrons. Die Teilchen werden in der Regel beschleunigt, und für lange Zeit (Stunden oder sogar Tage) gespeichert.

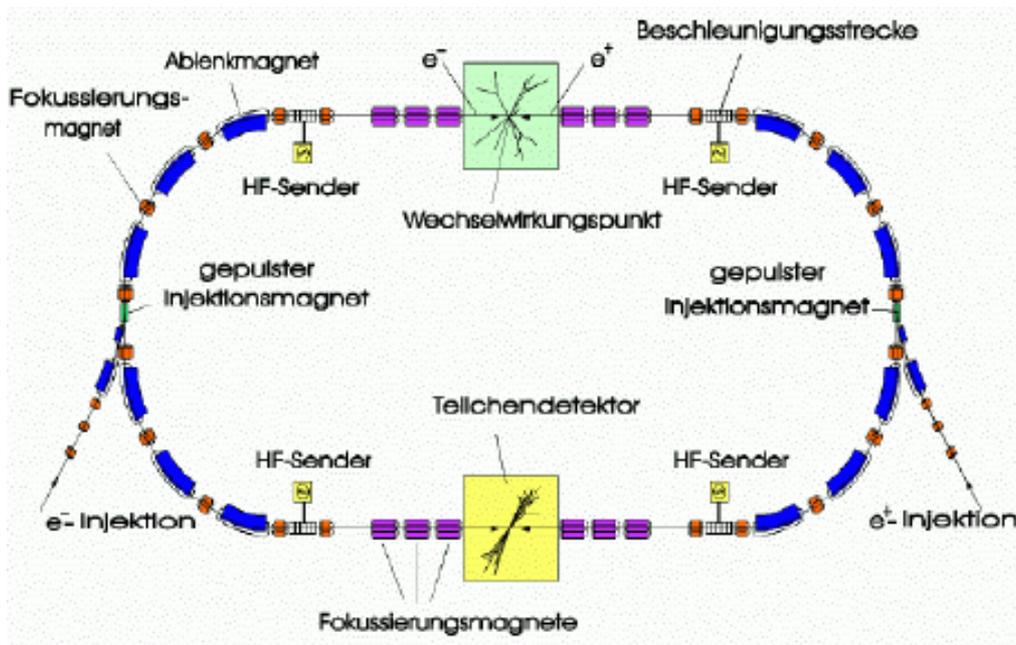
Die wichtigste Anwendung von Speicherringen ist die Erzeugung von Synchrotron-Strahlung und die Erzeugung von neuen Teilchen.

Der größte Kreisbeschleuniger war LEP. LEP wurde nach 12 Jahren Betriebszeit abgeschaltet. In den LEP Tunnel mit einer Länge von etwa 27 km wird der supraleitende Protonenbeschleuniger LHC installiert.



Abbildung 17: Schwerpunktsenergien LEP (links), LHC (rechts)

Aufbau eines Speicherrings:

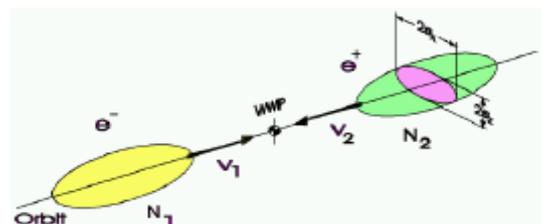


Luminosität:

Wegen $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B}) = -e(-\vec{v} \times \vec{B})$ können Teilchen und Antiteilchen in derselben Magnetfeldstruktur geführt werden.

Für die Wechselwirkungsrate gilt:

$$\frac{dN}{dt} = L\sigma$$

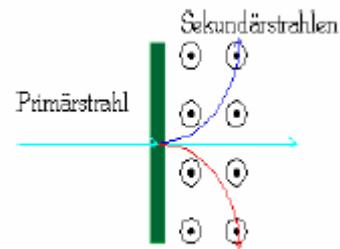


Wobei σ der Wirkungsquerschnitt und L die Luminosität.

$$L = \frac{1}{4\pi} \frac{f_u N_1 N_2}{\sigma_x \sigma_y}$$

Andere Teilchen werden durch Teilreaktionen erzeugt. Dazu lässt man hochenergetische Teilchen auf Materie treffen.

Ein Primärstrahl trifft auf Materie und erzeugt dabei Sekundär-Teilchen. Mit Hilfe von Magnetfeldern können diese nach Ladung und Masse getrennt werden. Stabile Sekundärteilchen (Anti-Protonen, Positronen) können in Speicherringe geleitet werden, angereichert und weiter beschleunigt werden.



Manchmal sind auch die Zerfallsprodukte interessant; so enthält man z.B. Neutrino-Strahlen.

Moderne Beschleunigeranlagen liefern eine ganze Reihe von Teilchenarten: Protonen und Antiprotonen, Elektronen und Positronen, Neutronen, Pionen und Kaonen, ..., Neutrinos, schwere Ionen bis zu Blei

4. Teilchenfokussierung

Teilchen haben unterschiedliche Anfangsparameter (Position und Winkel) und laufen mit der Zeit auseinander.

Mit der Annahme, dass zwei Teilchen eine Winkeldifferenz von 10^{-6} rad haben, wären sie Teilchen nach einer Strecke von 10^6 m um einen Meter auseinander gelaufen. Bei LEP, mit einer Länge von 26860 m, wäre das nach 50 Umläufen (5 ms)

Ebenso würden Teilchen durch die Gravitation „herunterfallen“

An verschiedenen Stellen des Beschleunigers soll der Strahl eine definierte Dimension bekommen:

- Am Kollisionspunkt im Speicherring sollen die Strahlen klein sein
- Teilchen mit unterschiedlicher Energie sollen nicht auseinander laufen.

4.1. Geometrische Fokussierung

Zwei Teilchen die mit gleicher Energie und leicht unterschiedlichem Anfangswinkel starten, treffen sich nach jedem halben Umlauf:

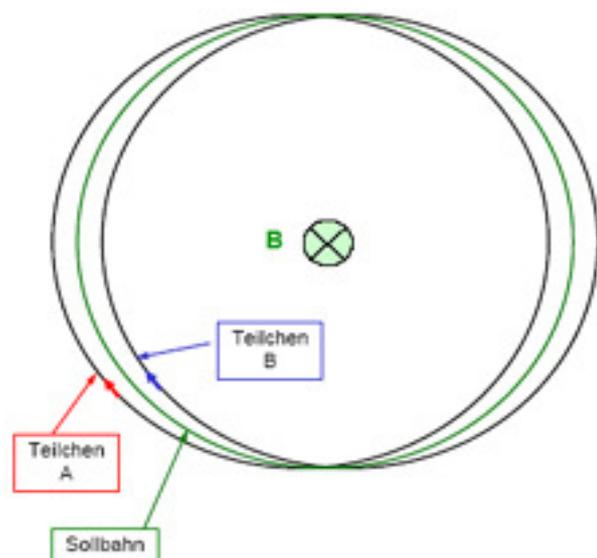
Beispiel: *schwache Fokussierung*
 Sei der Winkel zwischen beiden Teilchen $\alpha = 1$ mrad.

Der Maximale abstand der Sollbahn ist:

$$x_{\max} = \alpha R$$

Bei einem Radius von 1 m wäre dieser Abstand $x_{\max} = 1$ mm

Bei einem Radius von 1000 m wäre dieser Abstand $x_{\max} = 1$ m



Die schwache Fokussierung gilt nur in der ebene senkrecht zum Magnetfeld.

In der anderen ebene laufen zwei Teilchen mit unterschiedlichen Anfangswinkeln kontinuierlich auseinander.

Es wird eine fokussierende Kraft benötigt.

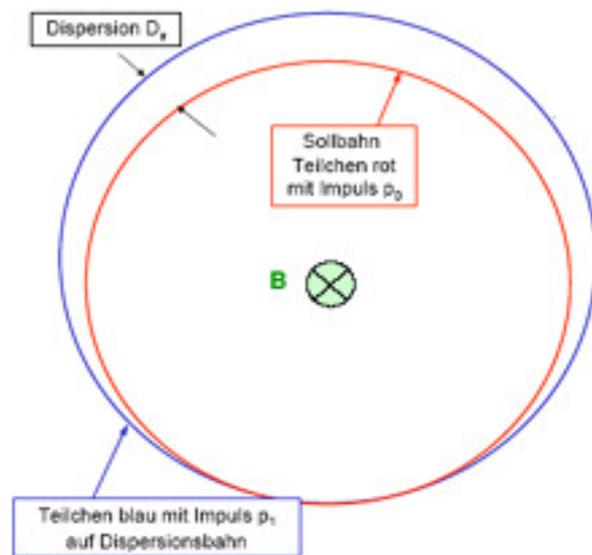
4.2. Dispersion im homogenen Dipolfeld

Zwei Teilchen, die mit unterschiedlicher Energie und gleichem Winkel von der gleichen Position starte, treffen die nach jedem Umlauf.

$$R_0 = \frac{p_0}{qB_z}$$

$$R_1 = \frac{p_1}{qB_z} = \frac{p_0 + \partial p}{qB_z}$$

$$x_D = 2(R_1 - R_0) = \frac{\partial p}{qB_z} = D_z \partial p$$



4.3. Magnettypen

4.3.1. Dipolmagnet

Konstantes Magnetfeld zwischen den Polen

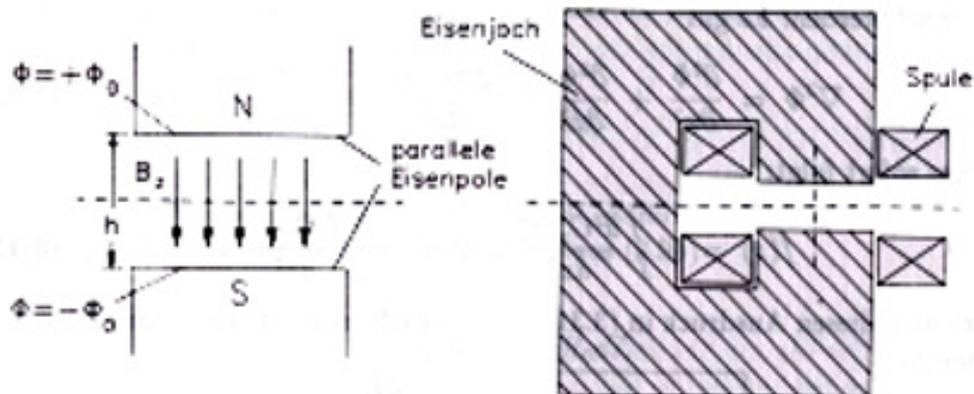
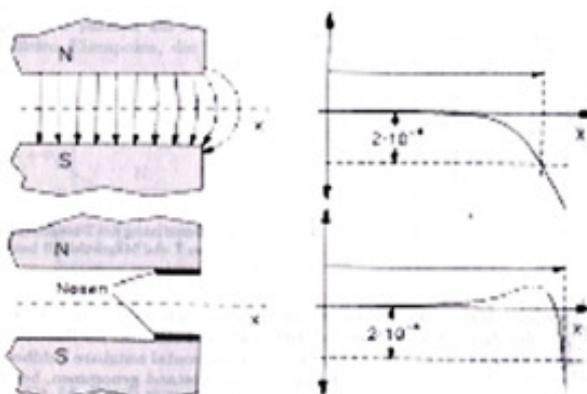
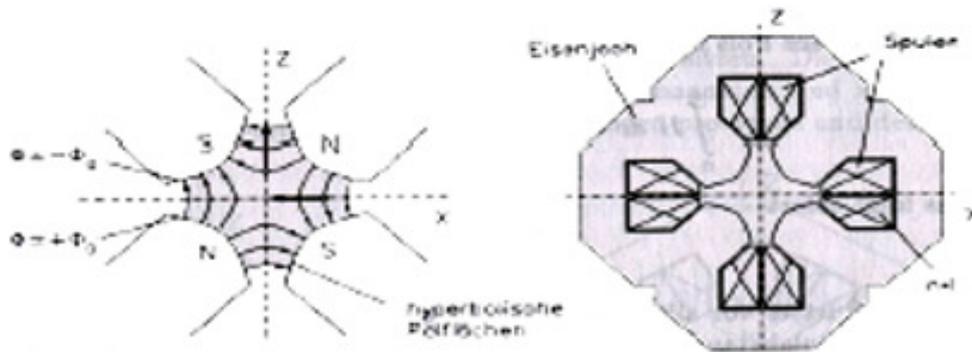


Abbildung 18: Dipolmagnet



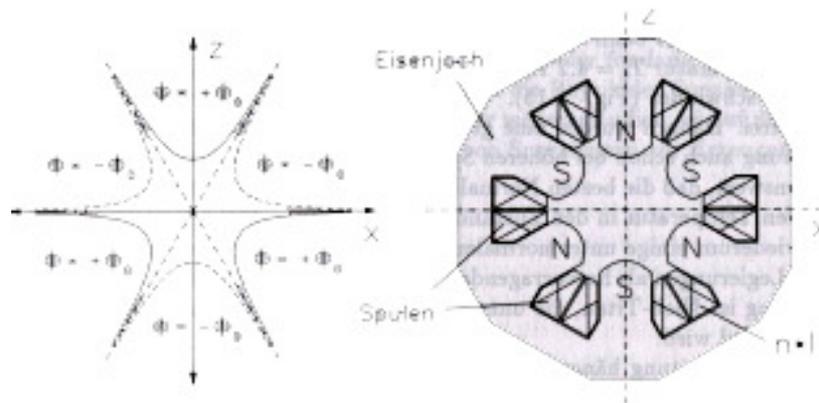
4.3.2. Quadrupolmagnet

Feld im Zentrum Null, linear ansteigend



4.3.3. Sextupolmagnet

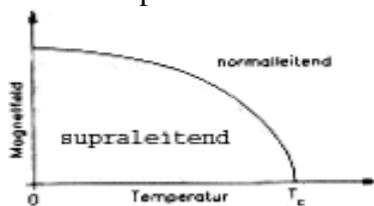
Feld im Zentrum Null, quadratisch ansteigend



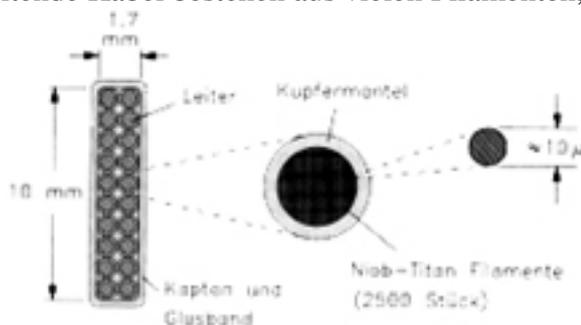
4.3.4. Supraleitende Magnete

Normaleitende Magnete begrenzen Feldstärke aus maximal 1-2 T. Für höhere Magnetfeldstärken werden supraleitende Magnet benötigt.

Dazu sind tiefe Temperaturen für hohe kritische Feldstärken nötig (1.8 K bei LHC)



Supraleitende Kabel bestehen aus vielen Filamenten, um große Oberfläche zu haben

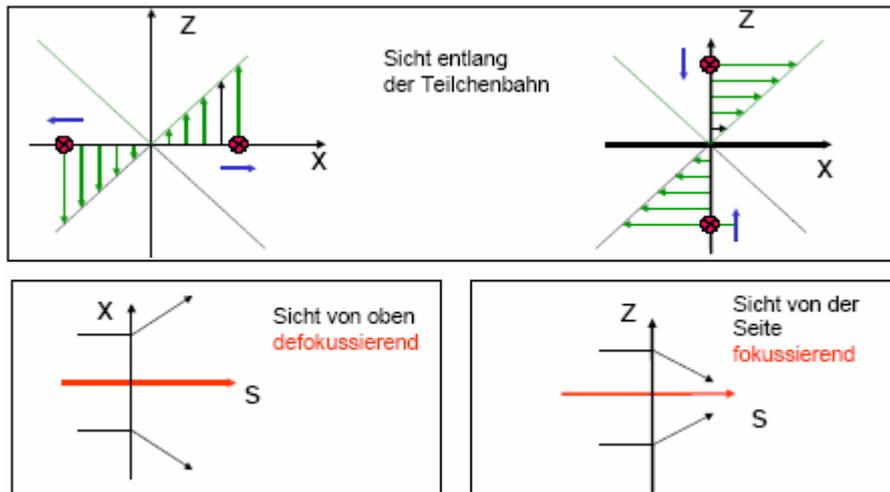


4.4. Teilchenablenkung in einem Quadrupolmagnet

Wir betrachten ein Teilchen mit positiver Ladung in s-Richtung, in die Blattebene hinein im Quadrupolfeld:

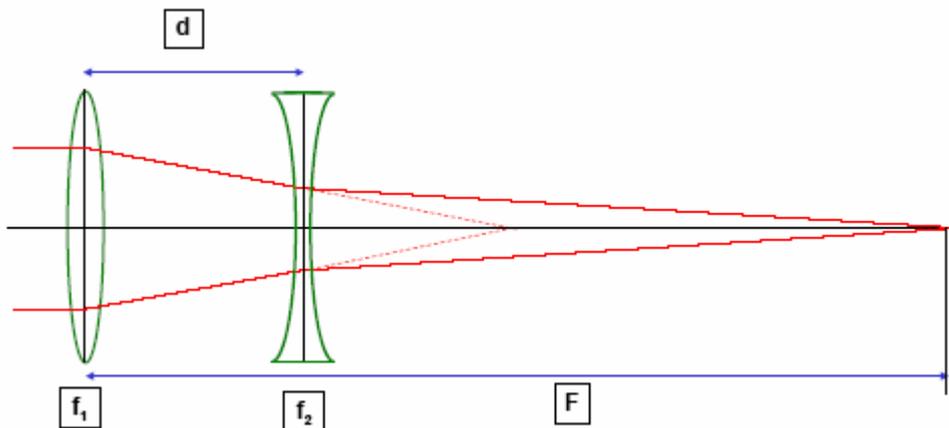
$$B_z = \text{const } x$$

$$B_x = \text{const } z$$



Die Teilchen werden also in x-Richtung defokussiert und in z-Richtung fokussiert. Durch das hintereinander schalten zweier Quadrupolmagnete, die zueinander um 90° gedreht sind, kann man eine Fokussierung in x- und z-Richtung erreichen.

Fokussierung eines Linsensystems in einer Ebene:



Es ergibt sich für die Brennweite:
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1 f_2}$$

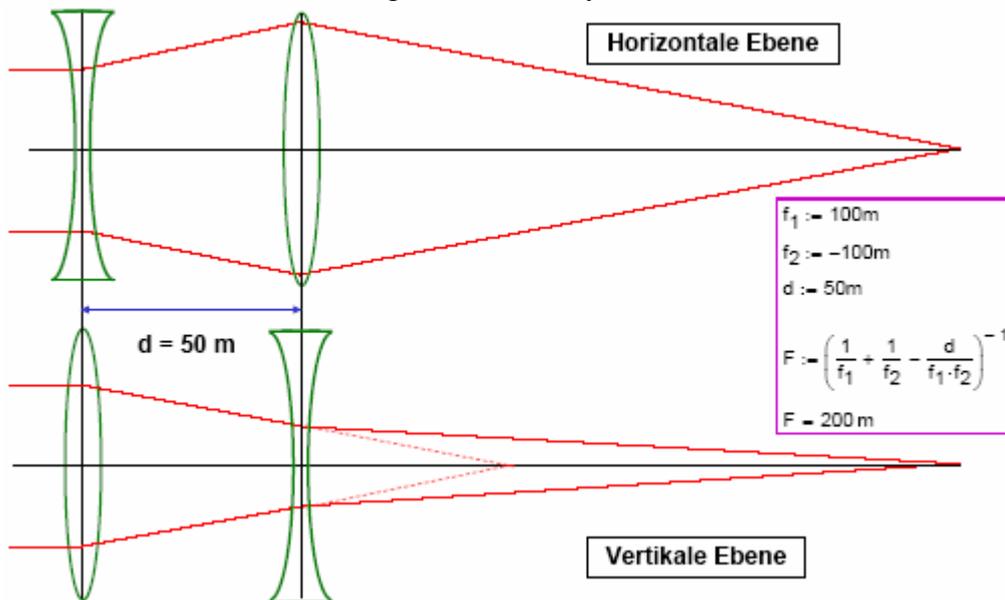
Wie in der Lichtoptik können die Teilchenbahnen über Transformationsmatrizen berechnet werden. Hat ein Teilchen die Koordinaten: Position x_0 und Winkel x'_0

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix}$$

Für dünne Linsen gilt:
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

Für die Driftstrecke gilt weiter: $M = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Damit erhält man für die Fokussierung eines Linsensystems in beiden Ebenen:



5. Bewegung von geladenen Teilchen im Magnetfeld

Das Koordinatensystem setzen wir in Bezug auf die Idealbahn. Wir betrachten nur die transversalen Komponenten des Magnetfeldes und nehmen an, dass die Abweichung der Teilchenbahn klein ist gegenüber dem Radius.

5.1. Multipolentwicklung

Lorentzkraft: $F_x = -evB_z$

Zentrifugalkraft: $F_f = \frac{mv^2}{R}$

Aus dem Gleichgewicht der Kräfte ergibt sich mit $p = mv$:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{e}{p} B_z \quad \text{und} \quad \frac{1}{R_z} = -\frac{e}{p} B_x$$

Das Magnetfeld wird nun um die Sollbahn entwickelt:

$$B_z = B_{z0} + \frac{dB_z}{dx} x + \frac{d^2 B_z}{2! dx^2} x^2 + \dots$$

und weiter:

$$\frac{e}{p} B_z = \frac{1}{R} + kx + \frac{m}{2!} x^2 + \frac{o}{3!} x^3 + \dots$$

Damit können wir die Multipolstärken definieren:

- Dipolfeld zur Strahlablenkung: $\frac{1}{R} = -\frac{e}{p} B_{z0}$
- Quadrupolfeld zur Fokussierung: $k = \frac{e}{p} \frac{dB_z}{dx}$
- Sextupolfeld zur Kompensation der Chromatizität: $m = \frac{e}{p} \frac{d^2 B_z}{2! dx^2}$
- Oktupolfeld zur Korrektur von Feldfehlern, und zur Unterdrückung von Strahlinstabilitäten: $o = \frac{e}{p} \frac{d^3 B_z}{3! dx^3}$

5.2. Bewegungsgleichung

Um die Differentialgleichung der Teilchenbahn im mitbewegten System zu lösen, benutzt man folgende vereinfachende Annahmen:

- Das Magnetfeld ist transversal
- Man führt die Multipolentwicklung des Magnetfeldes durch
- Die Teilchen bewegen sich im wesentlichen in Richtung s
- $\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{d}{ds}$
- Der Impuls ist nahezu fest: $p = p_0 + \Delta p$, wobei Δp klein ($<1\%$)

Damit ist die Bewegungsgleichung linear. Die generelle Differentialgleichung für die Teilchenbewegung lautet dann:

$$x''(s) + \left[\frac{1}{\rho^2(s)} - k(s) \right] x(s) = \frac{1}{\rho(s)} \frac{\Delta p}{p}$$

und in vertikaler Richtung: $z''(s) - k(s) z(s) = 0$

$\rho(s)$ ist der Krümmungsradius des Ablenkfeldes, $\frac{\Delta p}{p}$ ist die Abweichung des Impulses vom Sollimpuls p und $k(s)$ ist die Quadrupolstärke.

Die vollständige Herleitung der Bewegungsgleichung eines Teilchens beim Durchlaufen der Magnetstruktur eines Beschleunigers wird bei K. Wille, S. 54-58, vorgeführt.

Die Lösung der Bewegungsgleichung in den Ablenkmagneten ähnelt der Lösung der Quadrupole. Dies sieht man anhand der Struktur:

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0 \quad \text{Fokussierender Quadrupol mit Stärke } k$$

$$x''(s) + \frac{1}{\rho^2(s)} x(s) = 0 \quad \text{Ablenkmagnet mit Radius } \rho$$

Damit korrespondiert: $-k(s) \Leftrightarrow \frac{1}{\rho^2(s)}$

Rechteckmodell für den Quadrupolmagneten:

Quadrupolmagnet mit $k=k_0$ innerhalb des Magneten und $k=0$ außerhalb.

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0, \text{ mit } k(s) = \frac{e}{p} \frac{dB_z(s)}{dx}$$

Defokussierender Quadrupol mit konstantem $k>0$:

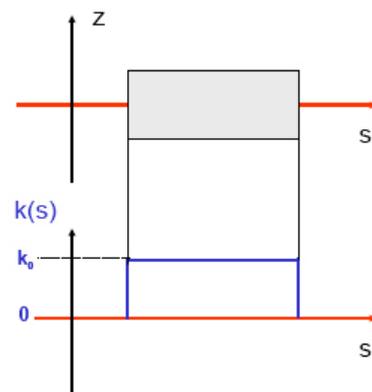
$$x(s) = A \cosh(s\sqrt{k}) + B \sinh(s\sqrt{k})$$

$$x'(s) = \sqrt{k} A \cosh(s\sqrt{k}) + \sqrt{k} B \sinh(s\sqrt{k})$$

Fokussierender Quadrupol mit konstantem $k<0$:

$$x(s) = A \sin(s\sqrt{k}) + B \cos(s\sqrt{k})$$

$$x'(s) = \sqrt{k} A \cos(s\sqrt{k}) - \sqrt{k} B \sin(s\sqrt{k})$$



Teilchentransport durch eine komplexe Struktur: „F0D0-Zelle“

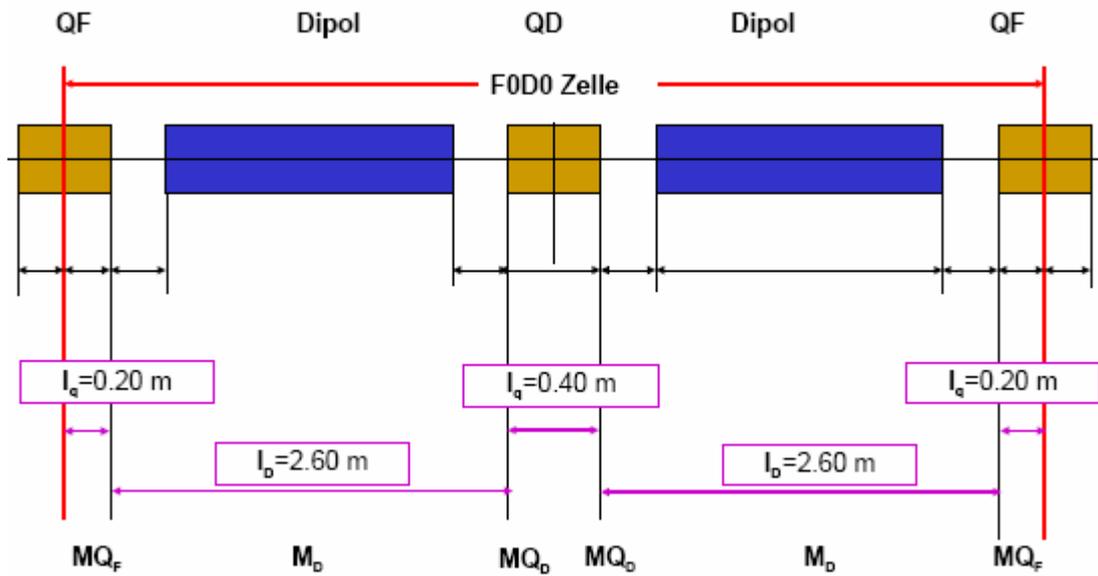


Abbildung 19: F0D0-Zelle

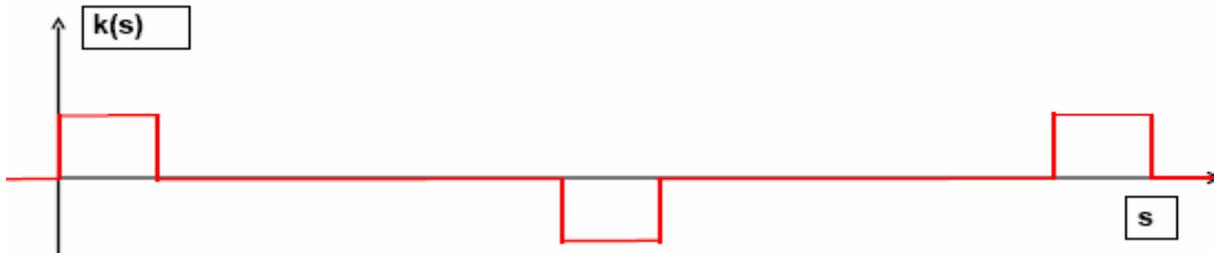


Abbildung 20: Quadrupolfeld einer F0D0-Zelle

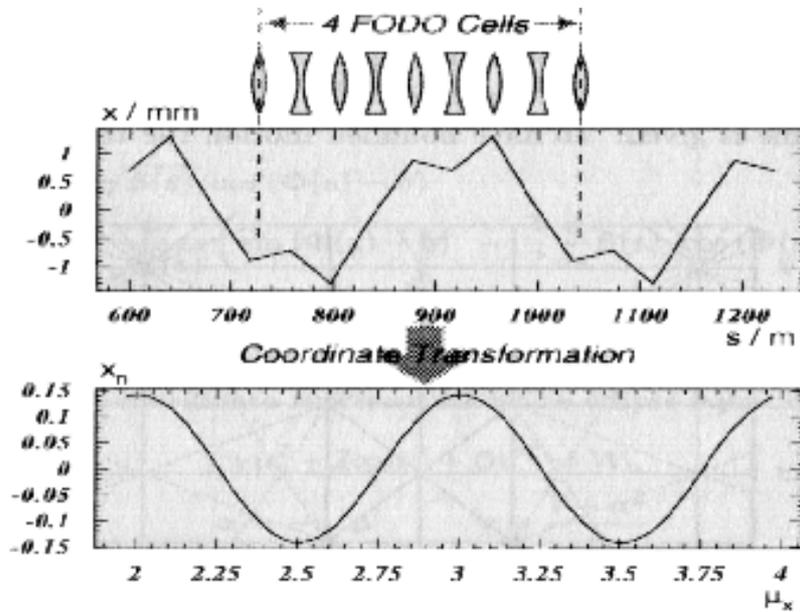


Abbildung 21: Teilchenbahn in F0D0-Zelle

5.3. Bahnberechnung

Vor- und Nachteile der Matrizenrechnung:

- Für jedes Teilchen lässt sich die Bahn mit Matrizen berechnen.
- Diese Methode ist notwendig, und mit Hilfe von Computerprogrammen „relativ“ einfach.
- Für viele Fragestellungen ist diese Methode zu komplex.
z.B. „Was passiert, wenn ein Teilchen im Magnet 122 um einen Winkel von 0.01 mrad abgelenkt wird?“
- Über die Bewegung eines Teilchens im Vielteilchensystem lässt sich nur wenig aussagen.

Mit dem Formalismus der **Betatronfunktion und Betatronschwingungen** lassen sich diese Probleme in den Griff bekommen.

5.3.1. Dispersionsbahn

Die Bahn eines Teilchens bei $\frac{\Delta p}{p} = 1$ wird Dispersionsbahn $D(s)$ genannt. Sie ist nur in den Ablenkmagneten relevant:

$$D''(s) + \frac{1}{R^2} D(s) = \frac{1}{R}$$

Damit ergibt sich insgesamt:

$$x_g(s) = x(s) + D(s) \frac{\Delta p}{p}$$

Für die Dispersion des Dipols benötigt man 3x3 Matrizen (siehe dazu auch K. Wille, S. 85).

5.3.2. Momentum Compaction Factor

Ein Teilchen mit Impulsabweichung läuft auf einer anderen Bahn um, deren Länge im Allgemeinen unterschiedlich von der Länge der Sollbahn ist. Der momentum compaction factor wird als relative Längenänderung bei Impulsabweichung definiert:

$$\alpha = \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\frac{\Delta p}{p}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{\Delta p}{p}$$

Es lässt sich zeigen, dass für den momentum compaction factor gilt:

$$\alpha = \frac{1}{L} \oint \frac{D(s)}{\rho(s)} ds$$

Teilchen mit größerer Energie im Vergleich zur Sollenergie laufen weiter außen um und haben eine größere Geschwindigkeit. Dadurch den äußeren Umlauf haben sie eine größere Bahnlänge und benötigen eine längere Umlaufzeit. Durch die größere Geschwindigkeit haben sie jedoch eine kürzere Umlaufzeit.

Es müssen beide Effekte berücksichtigt werden, um die Umlaufzeit zu berechnen.

Die Änderung der Umlaufzeit für ein Teilchen mit Impulsabweichung ist:

$$\frac{\Delta T}{T} = \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta p}{p} \quad \text{wobei } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

5.4. Betafunktion und optische Parameter

Für Teilchen ohne Impulsabweichung und für Strecken ohne Ablenkmagnet gilt die Differentialgleichung vom Hill'schen Typ:

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0$$

Man verwendet dazu den Lösungsansatz:

$$x(s) = A \cdot u(s) \cdot \cos(\Psi(s) + \phi)$$

Durch einsetzen in die Bewegungsgleichung folgt:

$$A \cdot [u'' - u\Psi'^2 - ku] \cdot \cos(\Psi + \phi) - A \cdot [2u'\Psi' + u\Psi''] \cdot \sin(\Psi + \phi) = 0$$

Diese Gleichung muss für alle Phasen und für $A \neq 0$ richtig sein, daher folgt:

$$\left. \begin{array}{l} u'' - u\Psi'^2 - ku = 0 \\ 2u'\Psi' + u\Psi'' = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u'' - \frac{1}{u^3} - k \cdot u = 0$$

Dies erhält man mit:

$$\begin{aligned} 2\frac{u'}{u} + \frac{\Psi''}{\Psi'} &= \frac{d}{ds}(\ln u^2 + \ln \Psi') = \frac{d}{ds} \ln(u^2 \Psi') = 0 \\ \Rightarrow \Psi' &= \frac{c}{u^2} \end{aligned}$$

Wir führen nun die **Betafunktion** ein:

$$\beta(s) := u^2(s)$$

Weiter benötigen wir die **Emittanz** ε_i , so dass für die Teilchenbahn gilt:

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon_i} \cdot \sqrt{\beta(s)} \cdot \cos(\Psi(s) + \phi)$$

dabei gilt dann für die **Betatronphase**: $\Psi(s) = \int_0^s \frac{1}{\beta(\sigma)} d\sigma$

ε_i und ϕ sind Eigenschaften der Teilchen. $\beta(s)$ und damit auch $\Psi(s)$ ist eine Eigenschaft des Beschleunigers.

Die Maximale Amplitude an der Position s ist:

$$x_{\max}(s) = \sqrt{\varepsilon_i} \cdot \sqrt{\beta(s)}$$

Sie Strahlgröße an der Position s ist:

$$\sigma_x(s) = \sqrt{\varepsilon_x} \cdot \sqrt{\beta_x(s)} \quad \text{und} \quad \sigma_z(s) = \sqrt{\varepsilon_z} \cdot \sqrt{\beta_z(s)}$$

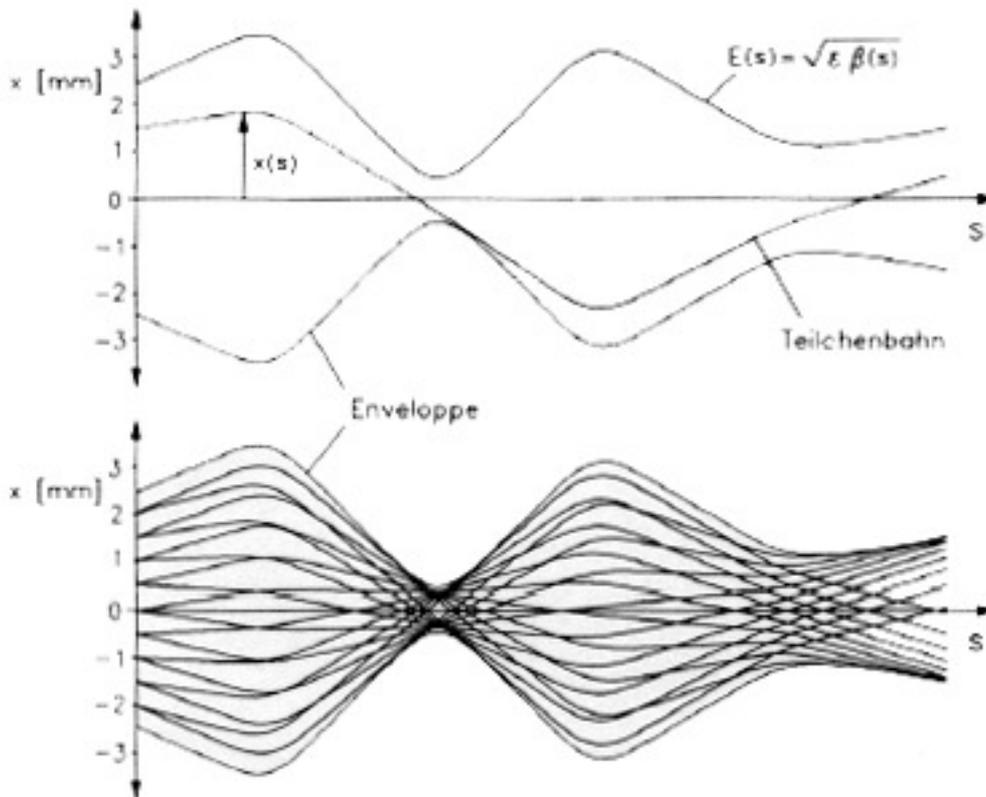


Abbildung 22: Teilchenbahnen im Beschleuniger

Beispiel: Teilchenverteilung im Strahl

In einem Strahl sind die Teilchen in guter Näherung gaußförmig verteilt. Die transversalen Dimensionen sind durch $\sigma_z = 1 \text{ mm}$ und $\sigma_x = 1 \text{ mm}$ gegeben. Die Anzahl der Teilchen im Bunch ist $N = 10^{11}$

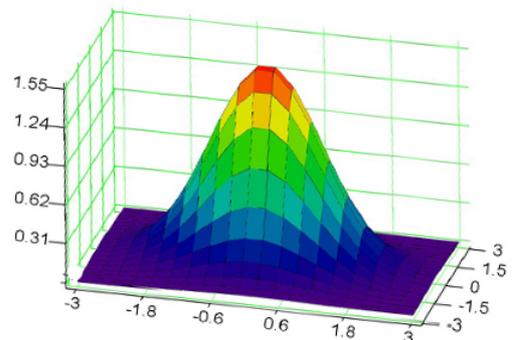
Die transversale Teilchendichte ist:
$$\rho(x, z) = \frac{N}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$

Zur Kontrolle:
$$N = \int_{-5\text{mm}}^{5\text{mm}} \int_{-5\text{mm}}^{5\text{mm}} \rho(x, z) dx dz = 9.9999 \cdot 10^{10}$$

Dabei werden σ_z und σ_x , die Standardabweichung in horizontaler und vertikaler Richtung, als „Strahlbreite“ bezeichnet. Die Ladungs- bzw. Teilchendichte ist dort auf 60.7% abgefallen. Es gilt für die mittlere Emittanz oder Strahlemittanz ϵ_{sta} :

$$\sigma(s) = \sqrt{\epsilon_{\text{sta}} \beta(s)}$$

Sie ist eine Invariante bei Bewegung in konservativen Kraftfeldern (wie auch die Einteilchen Emittanz)



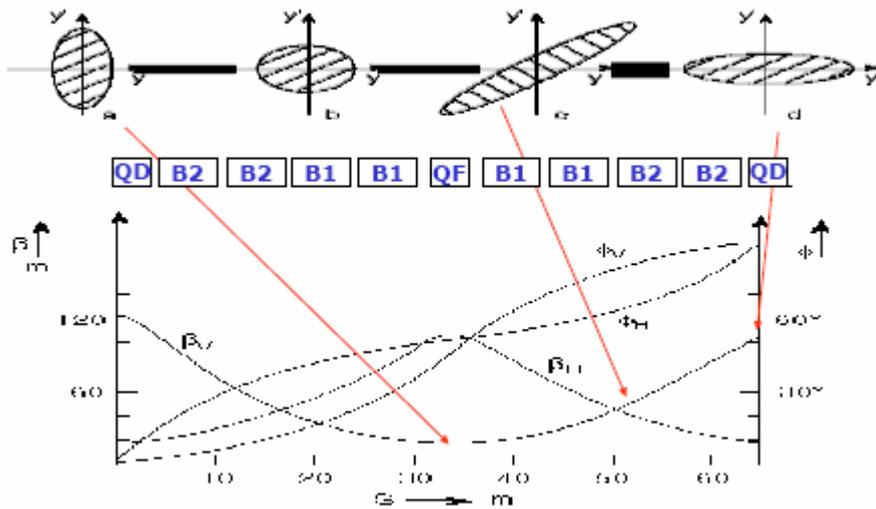


Abbildung 23: Optische Funktion entlang einer Zelle

6. Synchrotronstrahlung

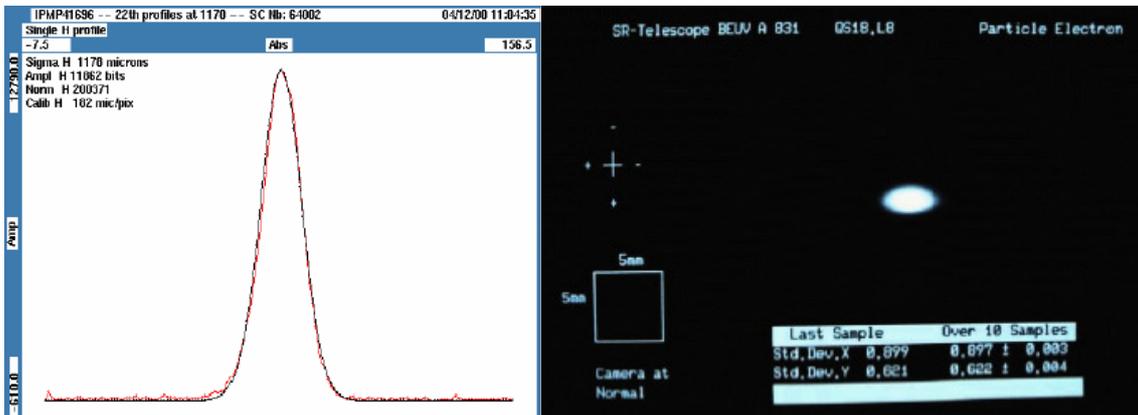


Abbildung 24: Strahlprofil im LEP-Beschleuniger – Synchrotronlicht

Für die klassische Strahlung einer beschleunigten Ladung ($v \ll c$) gilt die Larmorgleichung:

$$P_s = \frac{e^2 c \left(\frac{d}{dt} p(t) \right)^2}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^2}$$

Die azimuthale Winkelverteilung ist:

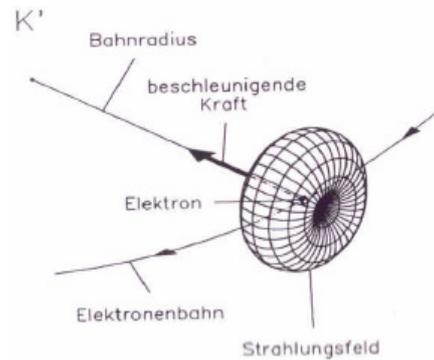
$$\frac{dP_s}{d\Omega} = \frac{e^2 \left(\frac{d}{dt} p(t) \right)^2}{6\pi\epsilon_0 m_0^2 c^3} \sin^2 \Psi$$

Das ist identisch mit dem Hertz'schen Dipol.

Betrachten wir nun die Synchrotronstrahlung im Kreisbeschleuniger im Ruhesystem des Strahlteilchens.

Mit einer Lorentztransformation $d\tau = \frac{1}{\gamma} dt$ und Einsetzen des Viererimpulses erhält man für die abgestrahlte Leistung:

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^2} \left[\left(\frac{d}{d\tau} p(t) \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{d\tau} \right)^2 \right]$$



Für Kräfte in Richtung der Bewegung (Linearbeschleuniger, Beschleunigungsstrecken im Kreisbeschleuniger) ergibt sich:

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^2} \left[\left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \right]$$

Für Kräfte senkrecht zur Bewegung (Magnetfelder, Kreisbeschleuniger, Quadrupole in Linearbeschleunigern) ergibt sich:

$$P_s = \frac{e^2 c \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^2} \left[\left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \right]$$

Wir nähern gegen die Lichtgeschwindigkeit. Mit $\frac{dp}{dt} = p \frac{v}{\rho} \approx \frac{E}{\rho}$ und $\gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$ erhalten wir:

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^4} \frac{E^4}{\rho^2}$$

Da die Masse der Teilchen im Nenner in der vierten Potenz steht, ist die Abstrahlung von Synchrotronstrahlung für schwere Teilchen (z.B. Protonen) zu vernachlässigen.

Beispiel: Abstrahlung bei Beschleunigung in Richtung des Impulses

Mit der Gleichung $\frac{dp}{dt} = \frac{dE}{ds}$ ergibt sich bei einem elektrischen Feld von 15 MV:

$$dE = 15 \text{ MeV}; ds = 1 \text{ m}$$

$$P_s = \frac{e^2 c \left(\frac{dE}{ds} \right)^2}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^2} = 3,971 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

Die abgestrahlte Leistung ist unabhängig von der Energie des Elektrons.

Beispiel: Beschleunigung senkrecht zur Bewegung (Modellbeschleuniger)

Es werden folgende Parameter angenommen:

Ablenkradius: $\rho_{sr} = 3,82 \text{ m}$

Energie der Elektronen: $E_{sr} = 1,6 \text{ GeV}$

Länge des Beschleunigers: $L_{sr} = 24 \text{ m}$

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0 (m_0 c^2)^2} \frac{E_{sr}^4}{\rho_{sr}} = 3.036 \cdot 10^{-7} \text{ W pro Elektron}$$

Die Umlaufzeit in den Ablenkmagneten ist:

$$t_B = \frac{2\pi\rho_{sr}}{c} = 8.005 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

und damit

$$f_{rev} = \frac{1}{t_B} = 1.249 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

Der Energieverlust pro Umlauf ist damit:

$$U_{rev} = P_C t_B = 1.517 \cdot 10^{-4} \text{ GeV}$$

Dieser Energieverlust muss durch Beschleunigungsstrecken ausgeglichen werden. Dazu ist eine Spannung U_{RF} nötig:

$$U_{RF} = \frac{U_{rev}}{e} = 1.517 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Im Speicherring soll eine Elektronenstrom von $I_{sr} = 0.1 \text{ A}$ gespeichert werden. Der Strom ist $I_m = N_e f_{rev} e$. Daher ergibt sich für die Anzahl der umlaufenden Elektronen:

$$N_e = \frac{I_m}{e \cdot f_{rev}} = 4.997 \cdot 10^{10}$$

Damit ergibt sich eine Gesamtleistung der Synchrotronstrahlung von

$$P_{total} = P_C N_e = 1.517 \cdot 10^4 \text{ W}$$

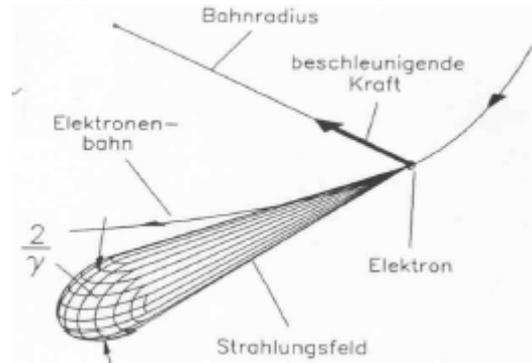


Abbildung 25: ESRF - European Synchrotron Radiation Facility (Grenoble)

Synchrotronstrahlung ist Röntgenstrahlung mit einer Energie von einigen eV bis zu einigen hundert keV (oder sogar einigen MeV). Die erste Nutzung der Synchrotronstrahlung fand am SLAC, BNL und am DESY parasitär zur Teilchenphysik statt. Heute gibt es viele Beschleuniger zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung (z.B. ESRF – Grenoble, BESSY – Berlin). Weitere Beschleuniger sind in Bau und in Planung.

Beispiel: Vergleich LEP und LHC

$$\rho = 3000 \text{ m}$$

	<i>Elektronen</i>	<i>Protonen</i>
<i>Pro Teilchen:</i>		
	$E_{\text{LEP}} = 100 \text{ GeV}$	$E_{\text{LHC}} = 7000 \text{ GeV}$
	$P_{\text{LEP}} = 7.509 \cdot 10^{-6} \text{ W}$	$P_{\text{LHC}} = 1.586 \cdot 10^{-11} \text{ W}$
	$U_{\text{LEP}} = 2.947 \cdot 10^9 \text{ eV}$	$U_{\text{LHC}} = 6.226 \cdot 10^3 \text{ eV}$

Gesamtleistung der Synchrotronstrahlung:

$N_{\text{LEP}} = 10^{12}$	$N_{\text{LHC}} = 10^{14}$
$P_{\text{total LEP}} = 7.509 \cdot 10^6 \text{ W}$	$P_{\text{total LHC}} = 1.586 \cdot 10^3 \text{ W}$

*Die Leistung der im LHC abgestrahlten Synchrotronstrahlung ist klein im Vergleich zu LEP.
Die Strahlung fällt jedoch in supraleitende Magnete bei 1.9 K bis 20 K ...*

7. Beschleunigung und longitudinaler Phasenraum

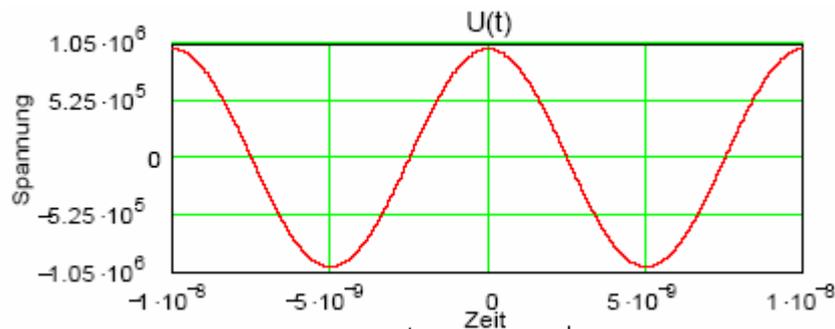
Wir betrachten eine Beschleunigung mit Hochfrequenzfeldern:

$$U(t) = U_0 \sin(2\pi f_{rf} t + dt)$$

Beispiel: *typisches Hochfrequenzfeld*

Frequenz $f_{rf} = 100 \text{ MHz}$

Maximale Spannung $U_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ V}$



7.1. Phasenfokussierung im Linearbeschleuniger



Teilchen laufen von links ins Cavity 1 ein. Um beschleunigt zu werden, muss die Phase des elektrischen Feldes richtig sein. Wir nehmen an, dass das Teilchen 1 zum Zeitpunkt $t_0=0 \text{ ns}$ durch das Cavity 1 mit einer Spannung von 1 MV beschleunigt wird. Ein Teilchen welches zu einem anderen Zeitpunkt durch das Cavity läuft. Wird entweder weniger beschleunigt, oder sogar abgebremst.

Somit kann in einem Hochfrequenzfeld kein kontinuierlicher Strahl beschleunigt werden. Dies ist nur mit Teilchenpaketen, so genannten Bunchen möglich.

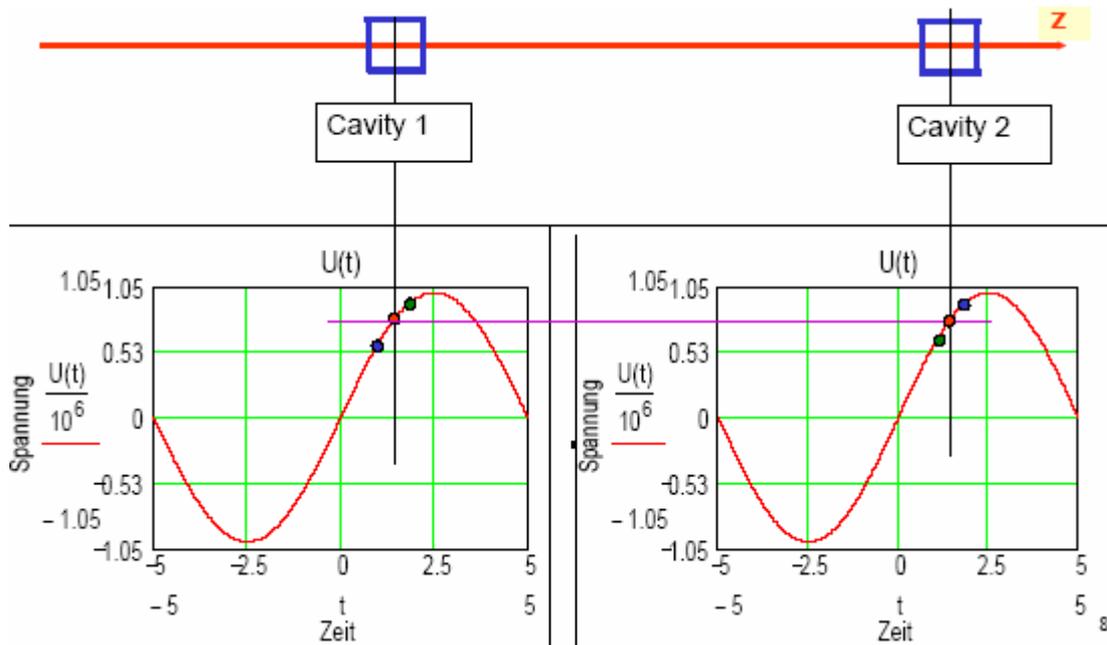
Da ein Bunch eine endliche Länge hat (einige Millimeter, bis etwa einem Meter), werden nicht alle Teilchen gleich beschleunigt.

Es kommt zur so genannten Phasenfokussierung.



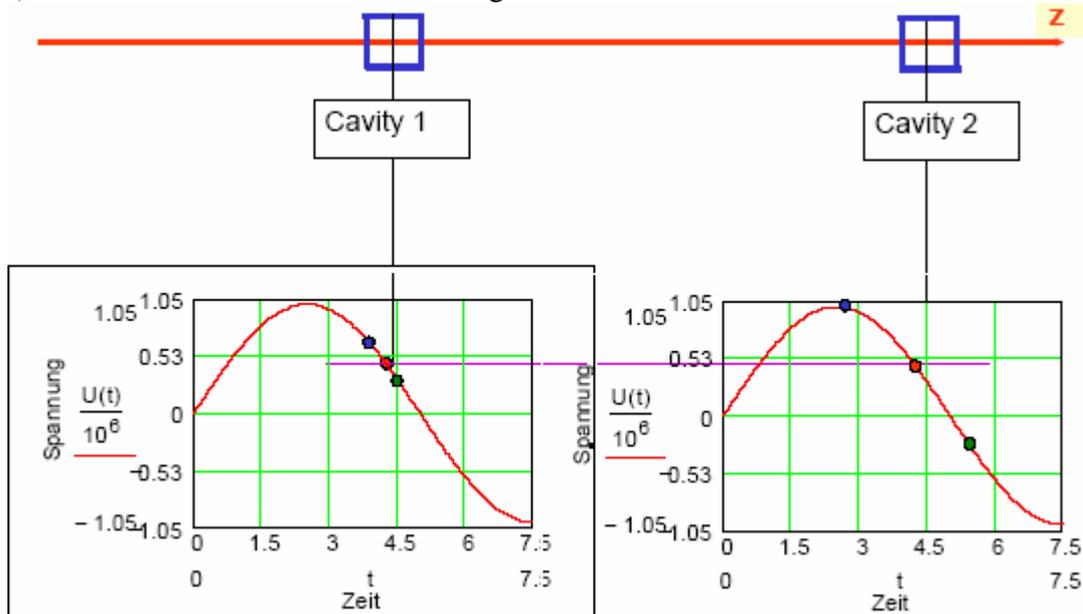
Es werden drei Teilchen angenommen. Die Geschwindigkeit der Teilchen ist deutlich kleiner als c . Das rote Teilchen besitzt Sollenergie. Das blaue hat mehr Energie, also eine größere Geschwindigkeit, das grüne eine niedrigere.

Das rote Teilchen läuft zum Zeitpunkt $t = 1.25 \text{ ns}$ in das Cavity ein. Es wird angenommen, dass die Feldstärke weiter ansteigt (ansteigender Ast der Schwingung). Das grüne Teilchen läuft später bei $t = 1.55 \text{ ns}$ ein und wird stärker beschleunigt. Das blaue Teilchen läuft früher bei $t = 0.95 \text{ ns}$ ein, und wird weniger beschleunigt.



Wenn die Energiedifferenz groß genug war, gilt nach Cavity 1 $v_{\text{grün}} < v_{\text{rot}} < v_{\text{blau}}$

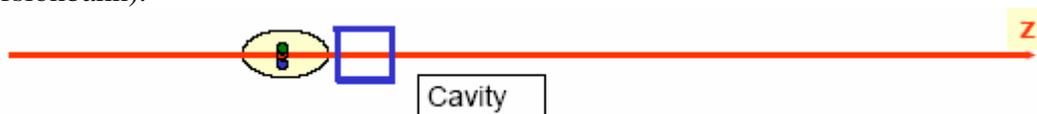
Betrachtet man das Verhalten der Teilchen, wenn die Feldstärke bereits abfällt (fallende flanke), kommt es zu Phasendefokussierung:



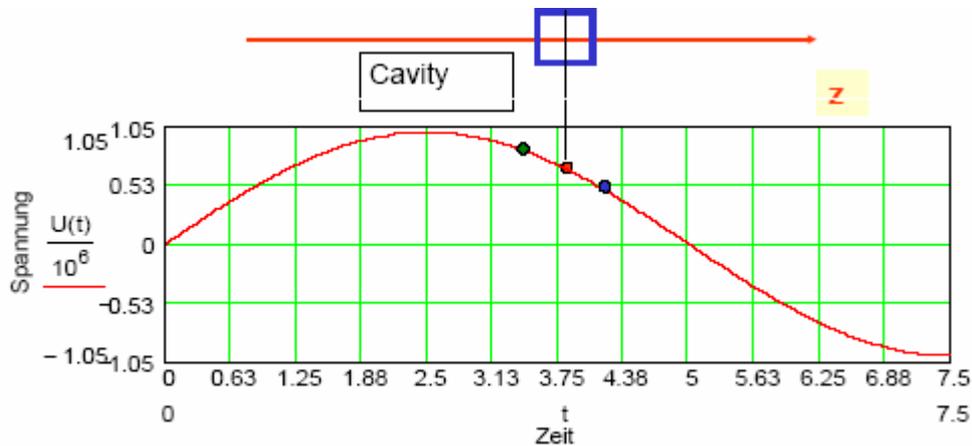
Das Teilchen mit weniger Energie – mit kleinerer Geschwindigkeit – läuft später bei $t = 1.55$ ns ein und wird weniger beschleunigt. Seine Geschwindigkeit verlangsamt sich in Bezug auf die anderen Teilchen.

7.2. Phasenfokussierung im Kreisbeschleuniger

Im Kreisbeschleuniger laufen Teilchen mit einer Impulsabweichung auf einer anderen Bahn (Dispersionbahn).



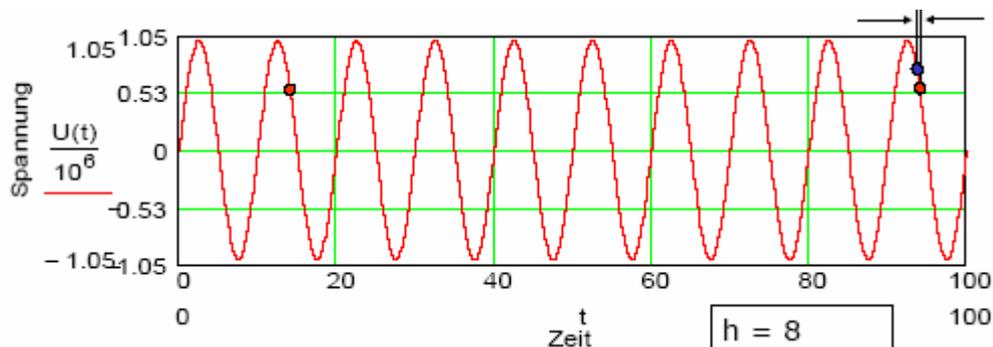
Es werden drei Teilchen angenommen. Die Geschwindigkeit der Teilchen ist nahezu Lichtgeschwindigkeit. Das rote Teilchen besitzt Sollenergie, das blaue sei mit mehr Energie, das grüne mit weniger. Beim ersten Durchlaufen wird angenommen, dass alle Teilchen gleichzeitig ins Cavity einlaufen und gleichermaßen beschleunigt werden. Das rote Teilchen läuft auf der Sollbahn um, das grüne läuft eine kürzere Bahn, das blaue eine längere.



Das Teilchen mit zu wenig Energie (grün) läuft früher ein und wird stärker beschleunigt. Es gewinnt Energie im Vergleich zum roten Teilchen. Das Teilchen mit zu viel Energie (blau) läuft später ein und wird weniger beschleunigt, es verliert Energie im Vergleich zum roten Teilchen.

Das Sollteilchen läuft um den Beschleuniger um. Damit es beim nächsten Umlauf in der Phase der Hochfrequenz beschleunigt wird, muss die Frequenz der Hochfrequenz ein Vielfaches der Umlauffrequenz sein.

$$\omega_{\text{HF}} = h \cdot \omega_{\text{rev}}, \text{ mit einem ganzen Koeffizienten } h \text{ („harmonic number“)}$$



Für die Phasenverschiebung gilt:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \omega_{\text{HF}} \cdot \Delta T = h\omega_{\text{rev}} \cdot \Delta T = 2\pi h \frac{\Delta T}{T_0} \\ &= 2\pi h \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta p}{p} \\ &= \frac{2\pi h}{\beta^2} \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta E}{E} \end{aligned}$$

Durch Differentiation erhält man weiter:

$$\Delta\dot{\psi} = \frac{\Delta\psi}{T_0} = \frac{2\pi h}{\beta^2 T_0} \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta E}{E}$$

7.3. Energieaufnahme im Cavity

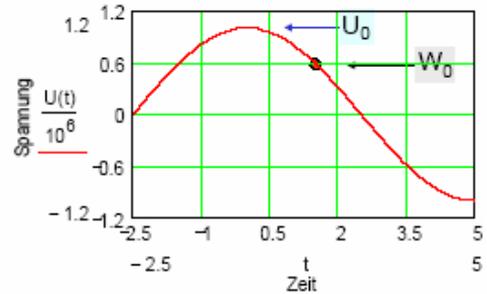
Es wird angenommen, dass das Magnetfeld ansteigt. Um auf konstanter Bahn zu laufen, wird das Sollteilchen beschleunigt, pro Umlauf mit einer Energie von:

$$W_0 = 2\pi e \cdot \rho \cdot R \frac{dB(t)}{dt}$$

Die Energie kommt vom Durchlauf durch das Cavity:

$$W_0 = e \cdot U_0 \cdot \sin(\psi_s)$$

U_0 ist hier die maximale Cavityspannung, ψ_s die Phase für das Sollteilchen.

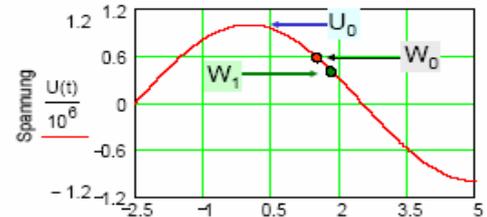


Läuft ein Teilchen mit abweichender Energie zu einem anderen Zeitpunkt (Phase) in das Cavity gilt:

$$W_1 = e \cdot U_0 \cdot \sin(\psi_s + \Delta\psi)$$

Die Energiedifferenz ist:

$$\varepsilon = \Delta E = W - E_0 = eU_0 \cdot [\sin(\psi_s + \Delta\psi) - \sin(\psi_s)]$$



Für Energieänderungen über viele Umläufe (Umlaufzeit T_0) gilt:

$$\dot{\varepsilon}(t) \approx \frac{\varepsilon}{T_0} = \frac{eU_0}{T_0} \cdot [\sin(\psi_s + \Delta\psi) - \sin(\psi_s)]$$

Weiter kann man für kleine Abweichungen ($\Delta\psi \ll \psi_s$) von der Sollphase nähern:

$$\sin(\psi_s + \Delta\psi) - \sin(\psi_s) \approx \Delta\psi \cos(\psi_s)$$

$$\rightarrow \dot{\varepsilon}(t) \approx \frac{eU_0}{T_0} \cdot \Delta\psi(t) \cos(\psi_s)$$

erneutes differenzieren ergibt:

$$\ddot{\varepsilon}(t) = \frac{eU_0}{T_0} \cdot \frac{d(\Delta\psi(t))}{dt} \cos(\psi_s)$$

Damit erhält man die Differentialgleichung für die Energieänderung von der Form eines harmonischen Oszillators:

$$\ddot{\varepsilon}(t) = h \cdot \frac{\omega_{\text{rev}}^2 e \cdot U_0 \cos(\psi_s)}{2\pi\beta^2 E} \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) \cdot \varepsilon(t)$$

Die Energieabweichung zwischen Sollteilchen und Teilchen mit abweichendem Impuls ist:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\Omega t}$$

Mit der Synchrotronfrequenz $\Omega = \omega_{\text{rev}} \sqrt{-h \cdot \frac{e \cdot U_0 \cos(\psi_s)}{2\pi\beta^2 E} \left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right)}$

Für ultrarelativistische Teilchen ($\gamma \gg 1$) ist $\left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) > 0$. Damit muss $\cos(\psi_s)$ negativ sein um eine reelle Frequenz zu erhalten. Die Teilchen befinden sich in der abfallenden Flanke ($\frac{\pi}{2} \leq \psi_s \leq \frac{3\pi}{2}$). Für $\left(\alpha - \frac{1}{\gamma^2} \right) < 0$ befinden sie sich in der ansteigenden Flanke ($-\frac{\pi}{2} \leq \psi_s \leq \frac{\pi}{2}$).

III. Teilchendetektoren

1. Einführung

Literatur:

- C. Grupen, Particle Detectors, Cambridge University Press
- K. Kleinknecht, Detektoren für Teilchenstrahlung, Teubner
- W. R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer
- PDG, Review of Particle Physics, Passage of Particles through Matter

1.1. Blaskammer

Die Blaskammer ist zwar längst historisch, aber anschaulich.

Beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch eine überhitzte Flüssigkeit (flüssiger Wasserstoff) bilden sich Blasen durch die entstandenen Ionen entlang einer Spur.

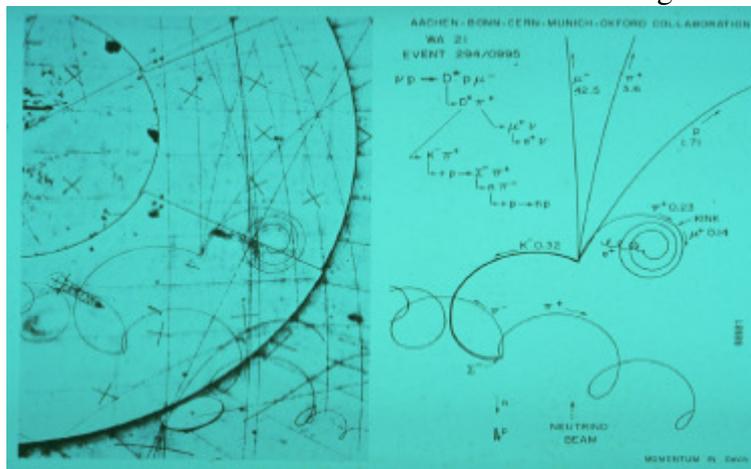
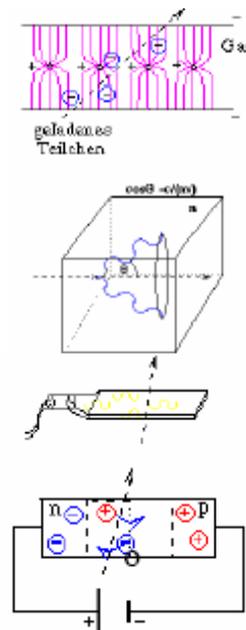


Abbildung 26: Ein Neutrino-Ereignis in der Big European Bubble Chamber (BEBC), CERN Photo

1.2. Moderne Detektoren

Prinzipien zum Teilchennachweis und zur Teilchenidentifikation:

- Gasdetektoren mit Ladungsnachweis durch Stoßionisation bei hohen elektrischen Feldstärken in der Nähe dünner Drähte
- Cerenkovlicht beim Durchgang von geladenen Teilchen durch transparente Medien, wenn die Teilchengeschwindigkeit höher als die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist.
- Szintillationslicht beim Durchgang von Teilchen durch bestimmte Materialien, das mit Hilfe von Fotoröhren (Photo-Multiplier) nachgewiesen wird.
- Ionisation in ladungsträgerverarmten Schichten von Halbleitern (p-n-Übergängen), Nachweis durch Stromfluss in Sperrrichtung.



Zum Nachweis von bestimmten Teilchen wird eine Kombination der Detektoren benötigt. Prinzipiell ist die innerste Lage ein Spurdetektor, dann folgen zwei Kalorimeter (ein elektromagnetisches und ein hadronisches) und zuletzt eine Myonen-Kammer.

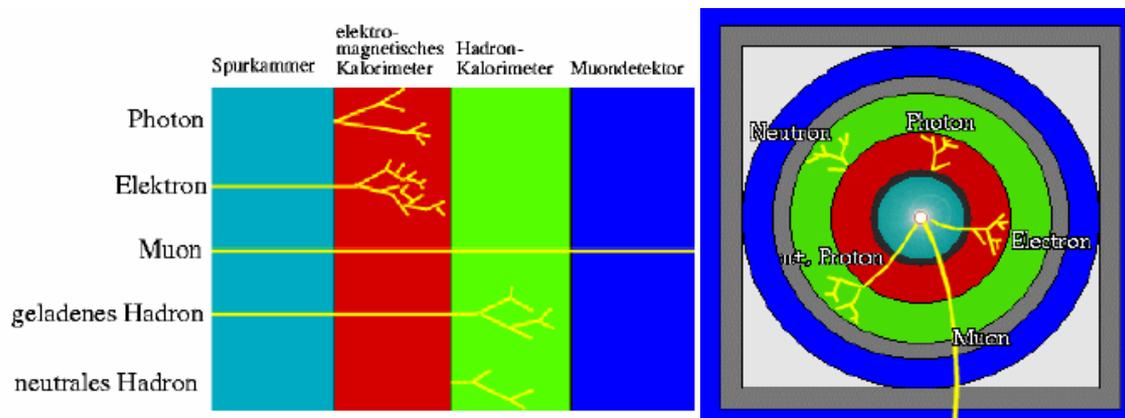
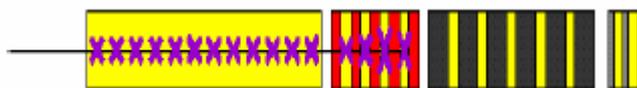


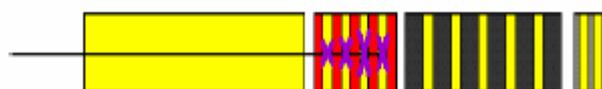
Abbildung 27: prinzipieller Aufbau eines Detektorsystems

Elektronen:



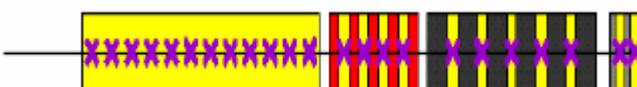
- Signale im Spurdetektor
- Vollständige Energieabgabe im ersten Kalorimeter durch Kaskaden von Bremsstrahlung und Paarbildung.

Photonen:



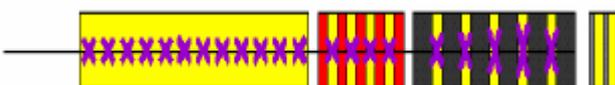
- keine Signale in der Spurdetektor
- vollständige Energieabgabe im ersten Kalorimeter durch Kaskaden von Paarerzeugung und Bremsstrahlung

Myonen:



- Signale im Spurdetektor
- Minimal-Ionisierende Spur in den Kalorimetern
- Signale in den Myon-Kammern

Geladene Hadronen:



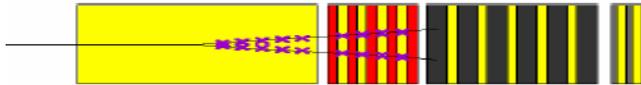
- Signale im Spurdetektor
- Nur Ionisationsspur im ersten Kalorimeter
- Vollständige Energieabgabe durch Kernwechselwirkungen im zweiten Kalorimeter

Neutrale Hadronen:

- keine Spur im Spurdetektor

- keine Ionisationsspur im ersten Kalorimeter
- Vollständige Energieabgabe durch Kernwechselwirkungen im zweiten Kalorimeter

Kurzlebige Teilchen:



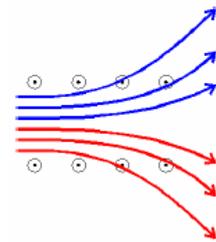
Kurzlebige Teilchen zerfallen im Detektor in langlebige Teilchen. Durch präzise Vermessung der Zerfallsorte, Vermessung der Impulse der Zerfallsprodukte und Identifikation der Zerfallsprodukte lässt sich die Ruhemasse rekonstruieren.

$$m^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2$$

1.3. Impulsmessung

Die Messung des Impulses geladener Teilchen wird durch die Messung der Krümmung der Teilchenspur in einem Magnetfeld durchgeführt.

$$R = \frac{p}{q \cdot B}$$

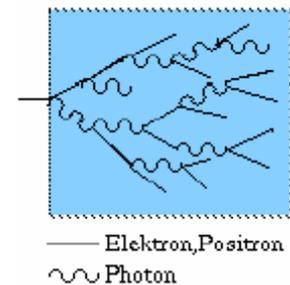


Bei den heute üblichen Teilchenenergien (einige 10-100 GeV) sind hohe Magnetfeldstärken in großen Volumina notwendig.

Beispiel: 1.4 Tesla Zentraldetektor der ALEPH-Kollaboration am LEP-Beschleuniger und 4 Tesla beim CMS-Detektor

1.4. Energiemessung, Kalorimeter

Elektronen oder Positronen erzeugen in Materie Bremsstrahlungspotonen. Photonen erzeugen in Materie Elektron-Positron-Paare oder übertragen über den Compton-Effekt einen Teil ihres Impulses auf Elektronen im Material. Dadurch entstehen in einer Kaskade immer mehr geladene Teilchen („elektromagnetische Schauer“). Hadronen erzeugen in Materie Sekundärteilchen durch Kernwechselwirkungen (hadronische Schauer).

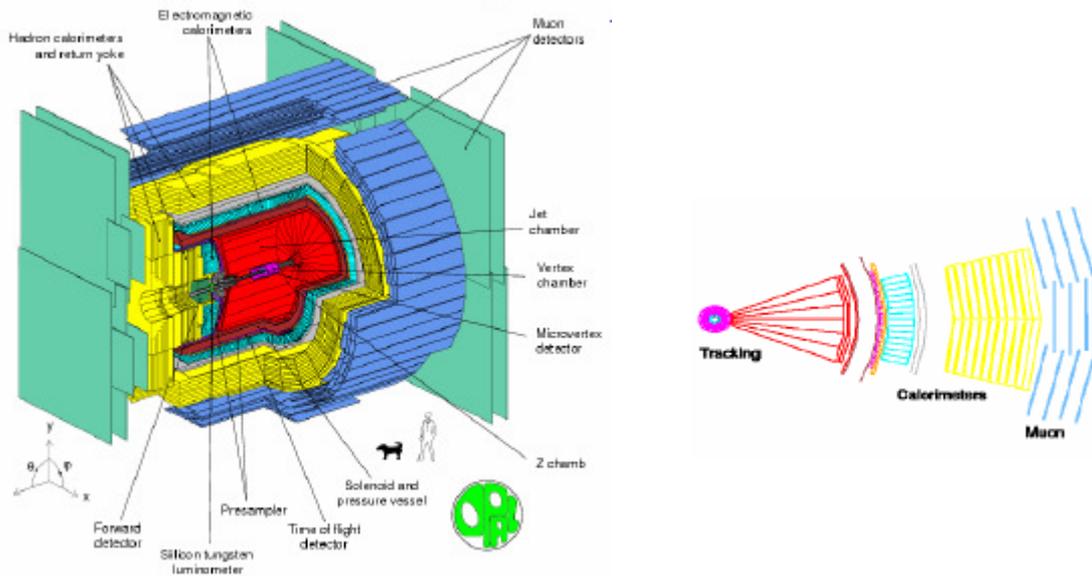


Die Energie kann so aus der Anzahl der im Kalorimeter erzeugten geladenen Sekundärteilchen bestimmt werden, d.h. aus der Messung der insgesamt durch Ionisation erzeugten Ladung.

Damit hat man eine statistische Größe, deren Genauigkeit proportional zu deren Wurzel ist.

1.5. Beispiele für Detektorsysteme

OPAL-Detektor am e^+e^- -Beschleuniger LEP:



Für die Planung der Hardware, die Entwicklung der Software und zur Datenanalyse sind Computersimulationen von Detektoren wesentlich.

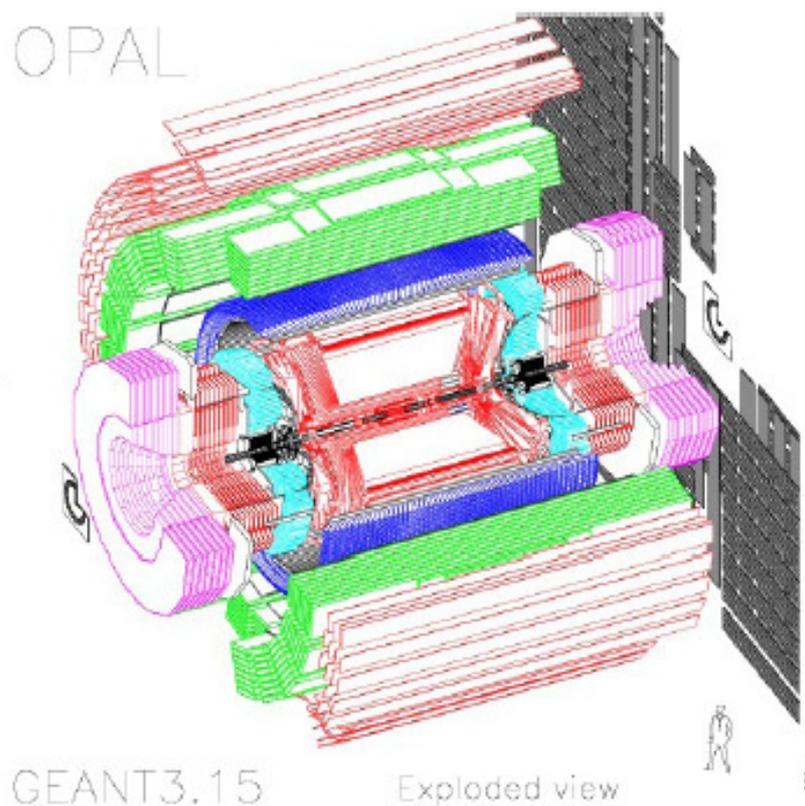


Abbildung 28: Opaldetektor als Computer-Modell

LHC-Detektor CMS:

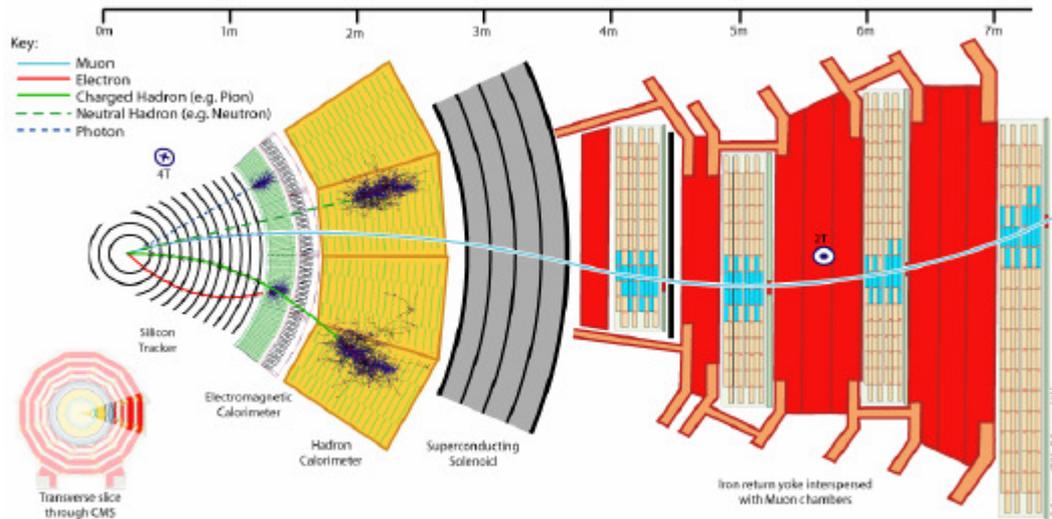


Abbildung 29: Detektorsystem des CMS-Detektors

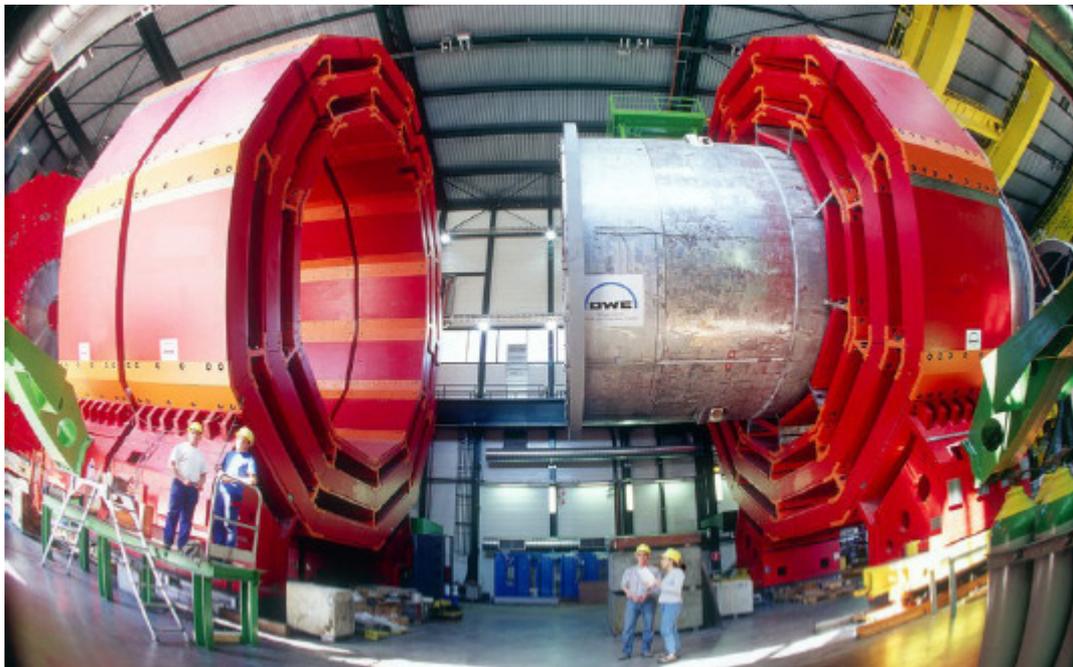


Abbildung 30: Aufbau des CMS-Detektors (Sommer 2004)

2. Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

2.1. Energieverlust

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\text{total}} &= \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{Ion}} - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{Brems}} - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{Paar}} - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{nuk}} \\ &= a(Z, A, E) + b(Z, A, E) \cdot E \end{aligned}$$

$a(Z, A, E)$: Ionisation und atomare Anregung

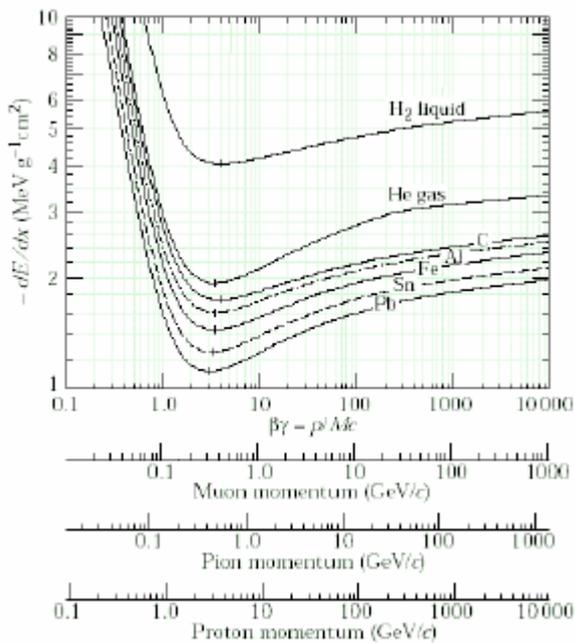
$b(Z, A, E)$: Bremsstrahlung, Paarerzeugung und Kernwechselwirkung

a und b sind für verschiedene Materialien tabelliert. Die einzelnen Beiträge zum Energieverlust wollen wir im Folgenden näher diskutieren.

2.1.1. Energieverlust durch Ionisation

Energieverlust durch Ionisation und Atomanregung:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I^2} T^{\text{max}} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$



N_A : Avogadro-Zahl

z : Ladung des Teilchens

Z : Ladung des Materials

I : Ionisationsenergie

δ : Materialkonstante

Elektronenradius:

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi m_e c^2}$$

maximale kinetische Energie:

$$T^{\text{max}} = \frac{2m_e p^2}{m^2 + m_e^2 + 2m_e \frac{E}{c^2}}$$

$$\frac{-4\pi N_A r_e^2 m_e c^2}{A} = 0.307075 \frac{\text{MeVcm}^2}{\text{g}}$$

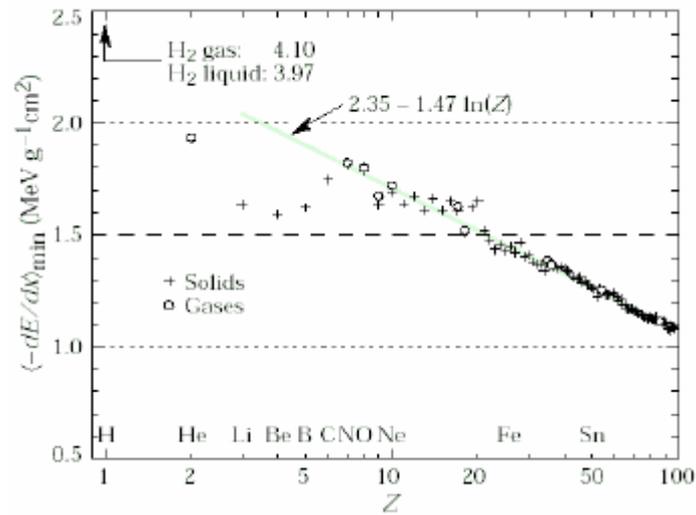


Abbildung 31: Abhängigkeit von Z - Die eingezeichnete Linie ist ein Fit für $Z > 6$. eine einfache Abhängigkeit von Z ist nicht zu erwarten, da der Energieverlust von mehreren Variablen abhängt.

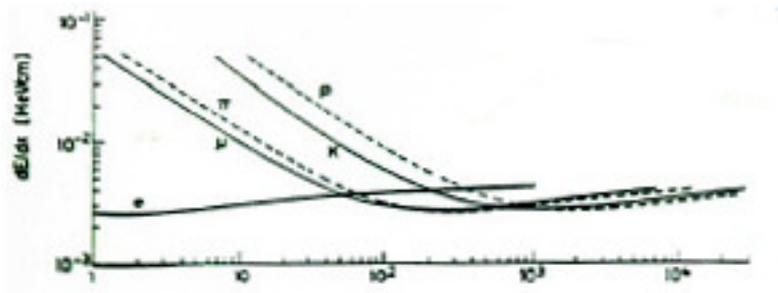


Abbildung 32: Energieverlust von unterschiedlichen Teilchen in Argon

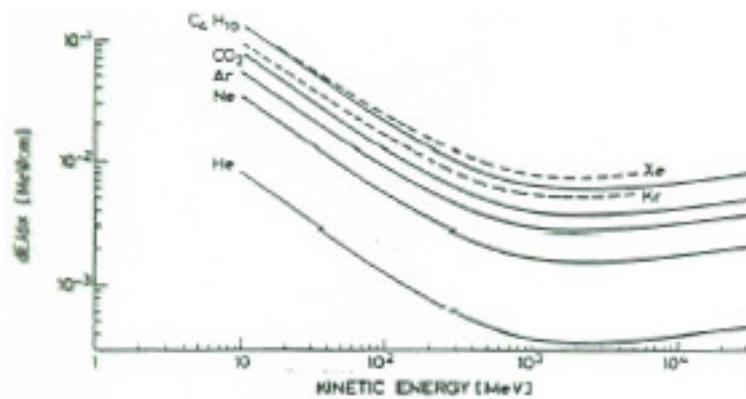
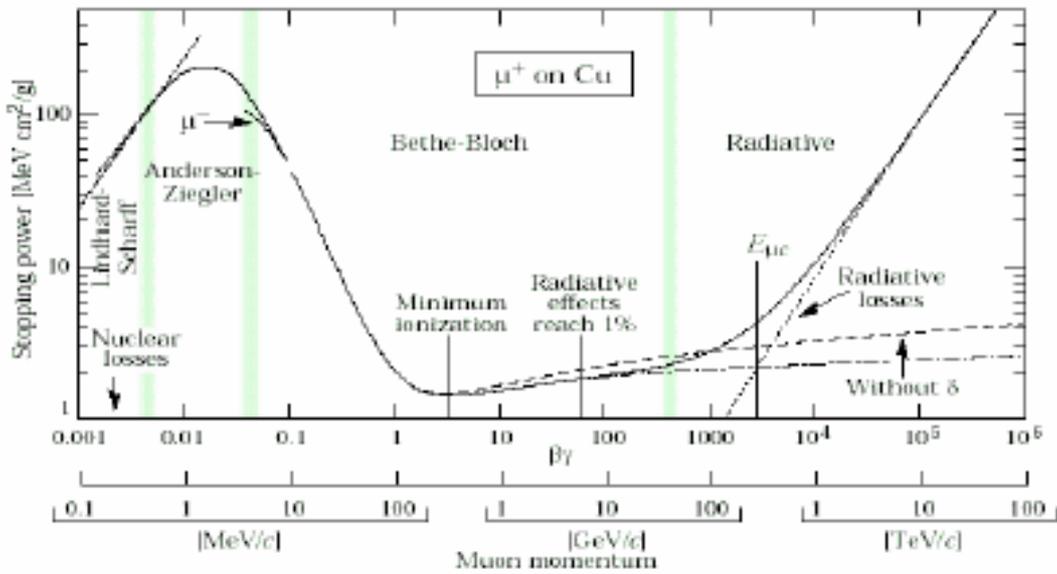


Abbildung 33: Energieverlust von Protonen in verschiedenen Gasen

Beispiel: Energieverlust von Myonen in Materie



a) Reichweite von Teilchen in Materie

Die Reichweite kann durch Integration der Bethe-Bloch-Formel gewonnen werden:

$$\langle R \rangle = \int_E^0 \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

Die Bethe-Bloch-Formel beschreibt jedoch den „mittleren Energieverlust“. Für einzelne Teilchen gibt es daher statistische Abweichungen:

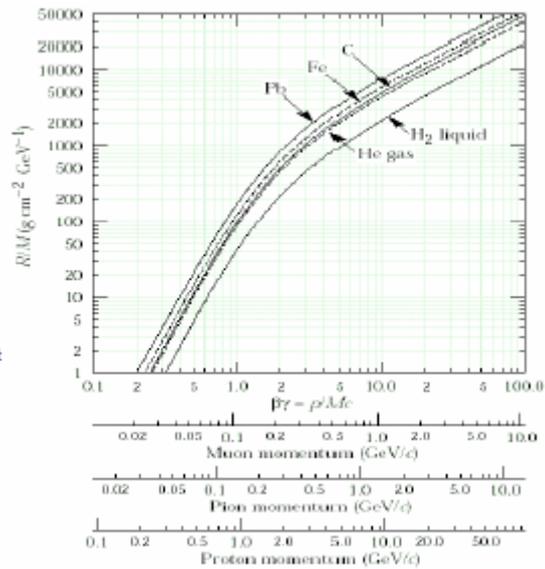
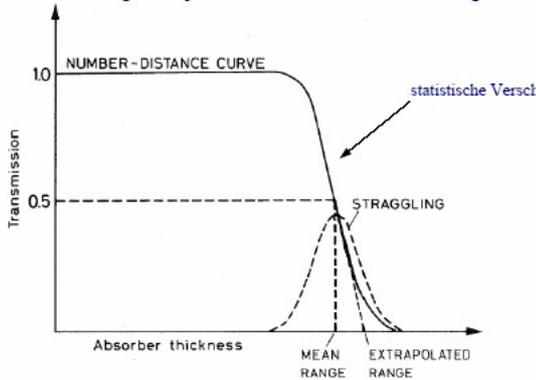


Abbildung 34; Reichweite von Teilchen in unterschiedlichen Materialien

Wegen des $\frac{1}{\beta^2}$ -Terms in der Bethe-Bloch-Formel nimmt der Energieverlust pro Längeneinheit am Ende der Reichweite stark zu (Bragg-Peak). Des Weiteren werden langsame Teilchen von Atomen eingefangen und dadurch Kernprozesse ausgelöst. Diese Verstärkung des Bragg-Peaks führt zu einer hohen „biologischen Wirksamkeit“ von Hadron-Strahlung am Ende der Reichweite (Anwendung zur Tumor-Therapie).

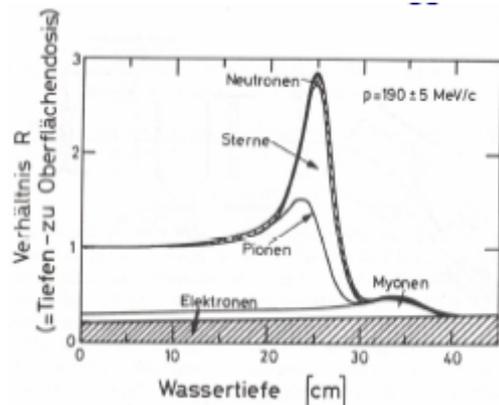


Abbildung 35: Tiefenprofil der Energieabgabe

b) Fluktuationen

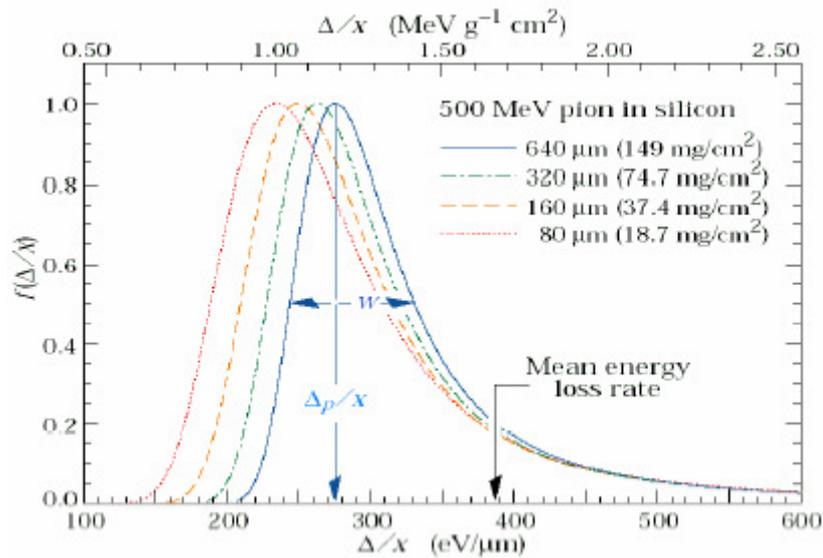
Der Energieverlust in Materialien ist eine statistische Größe. Insbesondere in dünnen Lagen treten starke Fluktuationen auf (Abweichungen vom mittleren Energieverlust). Diese Fluktuationen werden näherungsweise durch die akzeptable Approximation der Landau-Verteilung beschrieben.

$$L(\lambda) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})}$$

Mit der Abweichung vom wahrscheinlichsten Wert λ :

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E^W}{\xi}, \text{ mit } \xi = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \rho x$$

Dabei ist ΔE der Energieverlust, ΔE^W der wahrscheinlichste Energieverlust, ρ die Dichte und x die Dicke der Schicht.

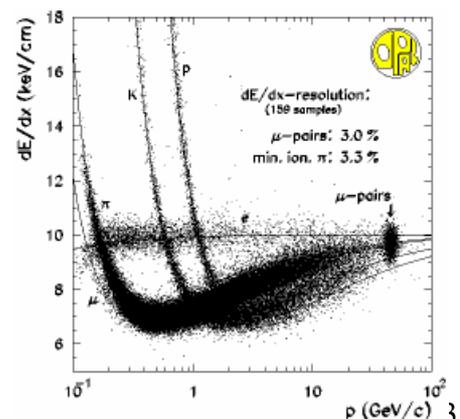


- Die Landau-Verteilung hat einen ausgeprägten Ausläufer zu hohen Werten des Energieverlusts.
- Ihre Momente divergieren.
- Für dicke Absorber (ab 50% Energieverlust) ist sie angenähert gaußförmig.
- Der wahrscheinlichste Wert ist wichtig zur Teilchenidentifikation.
- Der getrimmte Mittelwert über viele Lagen ist ein gutes Maß zur Teilchenidentifikation.

Damit ist der spezifische Energieverlust ein wichtiges Kriterium zur Teilchenidentifikation.

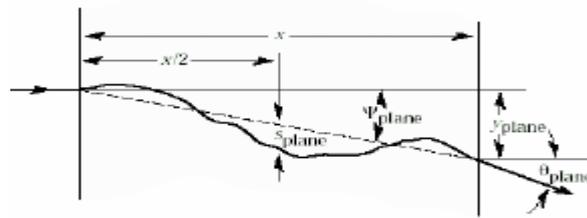
Beispiel: mittlerer Ionisationsverlust geladener Teilchen im Kammergas eines modernen Detektors (Messdaten mit überlagelter erwarteter mittlerer Ionisation):

Gas: Argon (88%), Methan (10%),
Iso-Butan (2%) bei einem Druck von 4 bar
Ca. 160 Messlagen



2.1.2. Vielfachstreuung durch Coulomb-Wechselwirkung

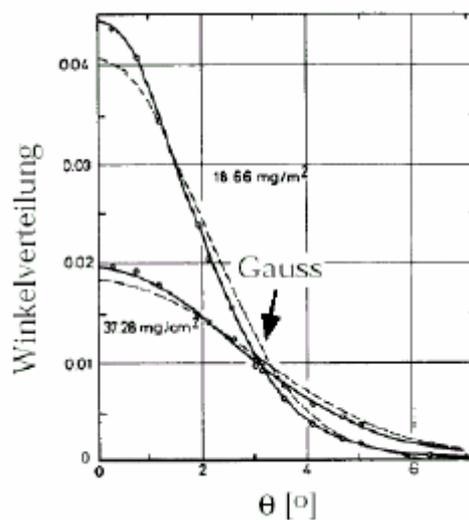
Viele Einzel-Streuungen bei kleinen Winkeln addieren sich auf. Die Verteilung ist nahezu Gauß-verteilt mit einer Breite θ_0 . Kerntreffer führen jedoch zu Ausläufern bei großen Streuwinkeln.



$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right] \quad \text{mit } X_0 = \frac{1}{\rho} \frac{716.4 \text{ A}}{Z(Z+1) \ln \frac{287}{\sqrt{Z}}}$$

Beispiel: Elektronen

Wir betrachten die Streuung von Elektronen mit $E=16 \text{ GeV}$ an einer Goldfolie.



Die Abweichungen von der Gauß-Verteilung sind gut sichtbar.

2.1.3. Bremsstrahlung im Kernfeld

Photon-Bremsstrahlung ist bedeutend für leichte geladene Teilchen, also Elektronen und Positronen. Sie ist proportional zur Energie und umgekehrt proportional zum Massenquadrat.

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dx} &= 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} z^2 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 E \ln \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{E}{X_0} \\ \rightarrow E &= E_0 \exp\left(\frac{-x}{X_0}\right) \end{aligned}$$

X_0 definiert dabei die so genannte „Strahlenlänge“, die für unterschiedliche Materialien tabelliert ist.

Material	Z	A	X_0	$\frac{X_0}{\rho}$	E_c
Wasserstoff	1	1.01	63	700000	350
Helium	2	4.00	94	530000	250

Lithium	3	6.94	83	156	180
Kohlenstoff	6	12.01	43	18.8	90
Stickstoff	7	14.01	38	30500	85
Sauerstoff	8	16.00	34	24000	75
Aluminium	13	26.98	24	8.9	40
Silizium	14	28.09	22	9.4	39
Eisen	26	55.85	13.9	1.76	20.7
Kupfer	29	63.55	12.9	1.43	18.8
Silber	47	109.9	9.3	0.89	11.9
Wolfram	74	183.9	6.8	0.35	8.0
Blei	82	207.2	6.4	0.56	7.40
Luft	7.3	14.4	37	30000	84
SiO ₂	11.2	21.7	37	12	57
Wasser	7.5	14.2	36	36	83

Dabei ist E_c die Energie, bei der Verluste durch Ionisation und Bremsstrahlung gleich groß werden. Jenseits der kritischen Energie dominiert Bremsstrahlung.

2.1.4. Paarerzeugung

Paarerzeugung findet vor allem bei schweren Teilchen und hohen Energie statt. Dabei werden Elektron-Positron-Paare über virtuelle Photonen im Kernfeld erzeugt.

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\text{Paar}} = b_{\text{Paar}}(Z, A, E) \cdot E$$

z.B. Myonen von 100 GeV in Eisen $b = 0.3 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}}$

2.1.5. Photonukleare Wechselwirkung

Photonukleare Wechselwirkung ist die inelastische Wechselwirkung mit Kernen.

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\text{nuk}} = b_{\text{nuk}}(Z, A, E) \cdot E$$

z.B. Myonen von 100 GeV in Eisen $b = 0.04 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}}$

2.1.6. Beispiele

Energieverlust von Myonen:

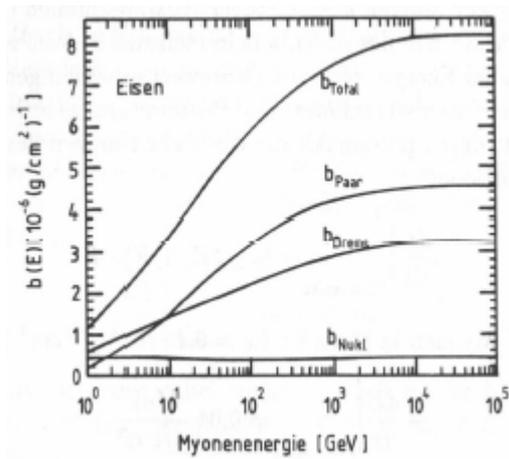


Abbildung 37: b-Parameter für Myonen

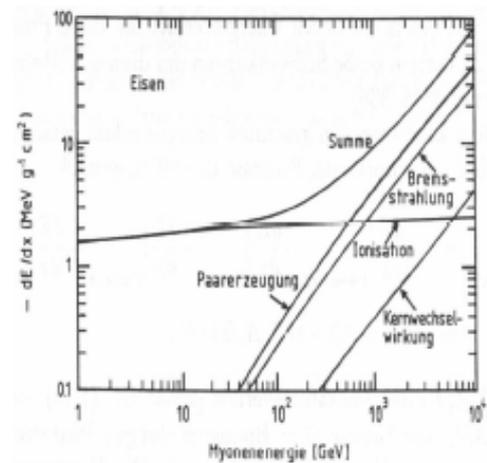


Abbildung 36: Beiträge zum Energieverlust von Myonen in Eisen

Energieverlust von Elektronen:

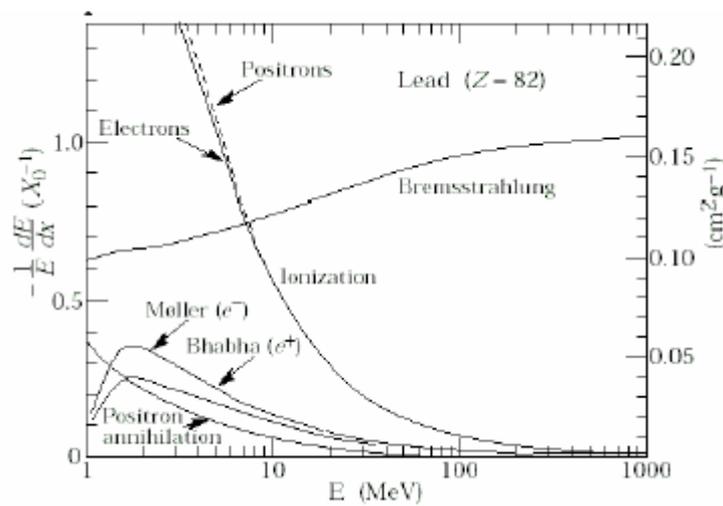
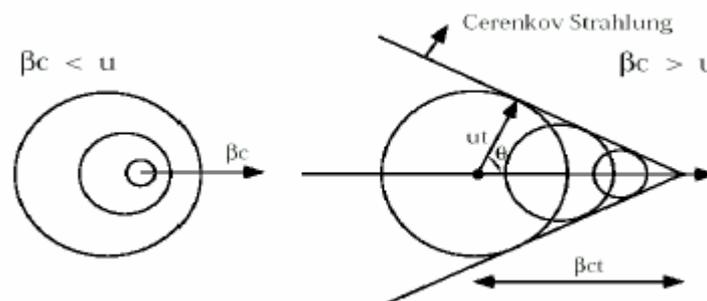


Abbildung 38: Beiträge zum Energieverlust von Elektronen in Blei

Bei hohen Energien ist für Elektronen nur noch Bremsstrahlung relevant.

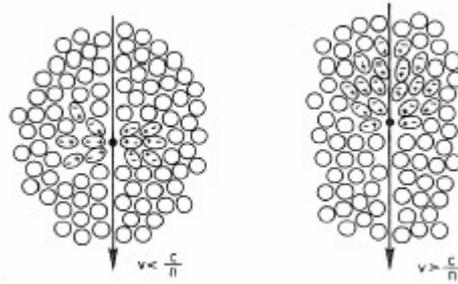
2.2. Cerenkov-Strahlung

Cerenkov-Strahlung entsteht, wenn sich Teilchen in einem Medium schneller als die Lichtgeschwindigkeit in diesem Medium bewegen (analog zum Überschallknall).



Der Abstrahlwinkel ist $\cos(\theta) = \frac{1}{\beta n}$, wobei n der Brechungsindex des Mediums ist.

Durch die kohärente Abstrahlung durch Polarisation des Mediums entsteht für $v > \frac{c}{n}$ ein resultierendes Dipolfeld.



Die Anzahl der abgestrahlten Photonen ist gegeben durch:

$$\frac{dn}{dl} = 2\pi\alpha z^2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n(\lambda)}\right) \frac{1}{\lambda^2} d\lambda$$

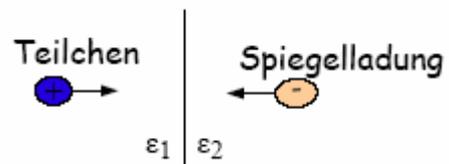
Wegen des Schwelleneffekts ist die Cerenkov-Strahlung wichtig für die Teilchenidentifizierung. Dazu werden Medien mit Brechungsindex nahe Eins benötigt.

Beispiel: In Wasser $n=1.3$

$$\frac{dE}{dx} = 0.42 \frac{\text{keV}}{\text{cm}} \text{ (Ionisationsverlust ca. 5000mal größer)}$$

2.3. Übergangsstrahlung

Übergangsstrahlung entsteht bei Durchgang von Teilchen durch Grenzschichten zwischen Medien mit unterschiedlicher Dielektrizitätskonstante.



Geladene Teilchen und eine Spiegelladung bilden zeitlich veränderlichen Dipol und damit elektromagnetische Strahlung.

- Die abgestrahlten Photonen besitzen Energien im Röntgenbereich. Deren Energie steigt mit der Teilchenenergie, d.h. mit γ (die meisten anderen Effekte sind geschwindigkeitsabhängig).
- Der Abstrahlungswinkel θ ist proportional zu $\frac{1}{\gamma}$
- Die Zahl der Übergangsstrahlungsphotonen kann durch eine periodische Abfolge von Grenzschichten erhöht werden (Folien, Fasern, ...).
- Der Energieverlust durch Übergangsstrahlung ist im Vergleich zu anderen Prozessen vernachlässigbar.
- Die Übergangsstrahlung ist wichtig zur Teilchenidentifikation. Periodische Anordnung von Folien und Lücken führt zu Schwellenverhalten ab einem bestimmten γ -Faktor

2.4. Knock-on Elektronen

Knock-on oder δ -Elektronen können in seltenen Einzelprozessen aus einem Atom ausgelöst werden. Sie sind hochenergetisch mit $E_{\text{kin}} \gg E_{\text{ion}}$.

Solche Prozesse sind selten. Sie besitzen folgende Winkelverteilung:

$$\cos \theta = \frac{T_e}{p_e} \cdot \frac{p_{\text{max}}}{T_{\text{max}}}$$

Beispiel: Bei 20 Teilchendurchgängen von 500 MeV Pionen durch 300 μm Silizium mit $E_{\delta} > 100 \text{ keV}$ tritt nur ein solches Ereignis ein.

3. Wechselwirkung von Photonen in Materie

Zum Photon-Nachweis müssen zunächst geladene Teilchen erzeugt werden. Die geschieht durch:

- Photo-Effekt (dominant bei kleinen Energien)
- Compton-Effekt
- Paarerzeugung (dominant bei großen Energien)

Absorption bzw. Streuung ist ein statistischer Prozess, bei dem ein Photon vernichtet wird. D.h. Photonen haben in Materie keine individuelle Reichweite, sondern erfahren eine exponentielle Abschwächung.

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

Dabei ist x die Massenbelegung in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ und $\mu = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i$

3.1. Photoeffekt

Für den Wirkungsquerschnitt in der Born-Näherung gilt:

$$\sigma_{\text{photo}} = \sqrt{\frac{32}{\epsilon^7}} \alpha^4 Z^5 \sigma_{\text{Th}}^e$$

Mit $\frac{E_\gamma}{m_e c^2}$ und dem Thompson-WQ $\sigma_{\text{Th}}^e = \frac{8}{3} \pi r_e^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$

Bei hohen Energien gilt:

$$\sigma_{\text{photo}} = 4\pi \frac{1}{\epsilon} r_e^2 \alpha^4 Z^5$$

Ca. 80% der Wechselwirkung findet mit Elektronen der inneren Schale statt, da die Nähe des Kerns für Impulserhaltung sorgt. Zusätzliche Auger-Elektronen bzw. Photonen entstehen eventuell durch auffüllen von inneren Schalen.

In der Nähe von Absorptionskanten ist der Wirkungsquerschnitt modifiziert.

3.2. Compton-Streuung

Compton-Streuung ist eine Streuung an quasi-freien Elektronen.

Aus der Viererimpuls-Erhaltung gilt:

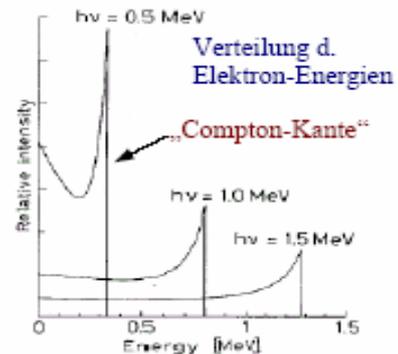
$$E_\gamma = E_\gamma' (1 + \epsilon (1 - \cos \theta_\gamma))$$

Es gilt der Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left[\left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \right) \left(\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right]$$

Beim Compton-Prozess wird auch ein neues Photon erzeugt, das weitere Prozesse auslösen kann. Auf das Elektron wird nur ein Teil der Photon-Energie übertragen. Man definiert daher den Energiestreuquerschnitt

$$\sigma_{CS} = \frac{E_\gamma'}{E_\gamma} \cdot \sigma_c$$



weiter definiert man den Energie-Absorptionsquerschnitt

$$\sigma_{CA} = \sigma_C - \sigma_{CS}$$

In der Astroteilchenphysik ist der inverse Compton-Effekt wichtig. Das ist der Energieübertrag eines hochenergetischen Elektrons auf ein Photon aus Sternenlicht oder kosmischer Hintergrundstrahlung.

3.3. Paarerzeugung

Die Schwellenenergie für die Paarerzeugung beträgt $E_\gamma > 2m_e c^2$ oder $\epsilon > 2$. Für kleine Energien d.h. $1 \ll \epsilon < \frac{1}{\alpha^2 Z^2}$ gilt:

$$\sigma_{PP} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left(\frac{7}{9} \ln(2\epsilon) - \frac{109}{54} \right)$$

Der Wirkungsquerschnitt bei großen Energien lautet:

$$\sigma_{PP} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left(\frac{7}{9} \ln \frac{183}{\sqrt[3]{Z}} - \frac{1}{54} \right) \approx \frac{7}{9} \frac{A}{N_A} \frac{1}{X_0}$$

Der Wirkungsquerschnitt strebt gegen diesen Energieunabhängigen Grenzwert.

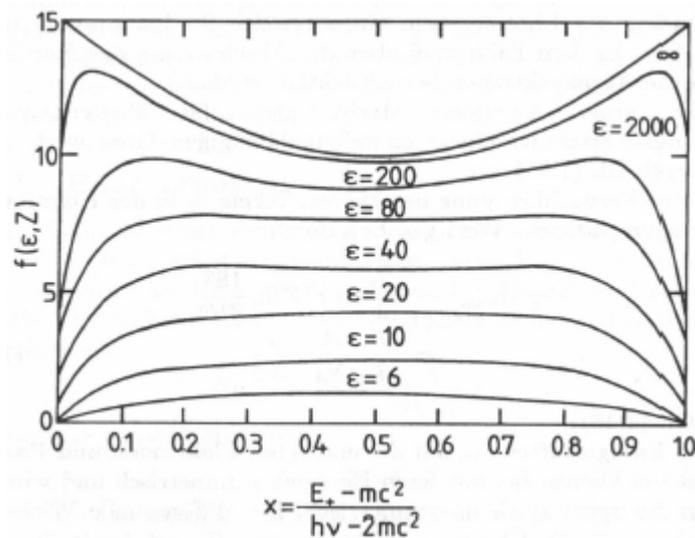
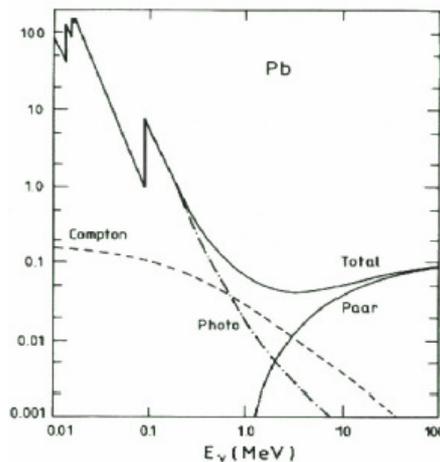
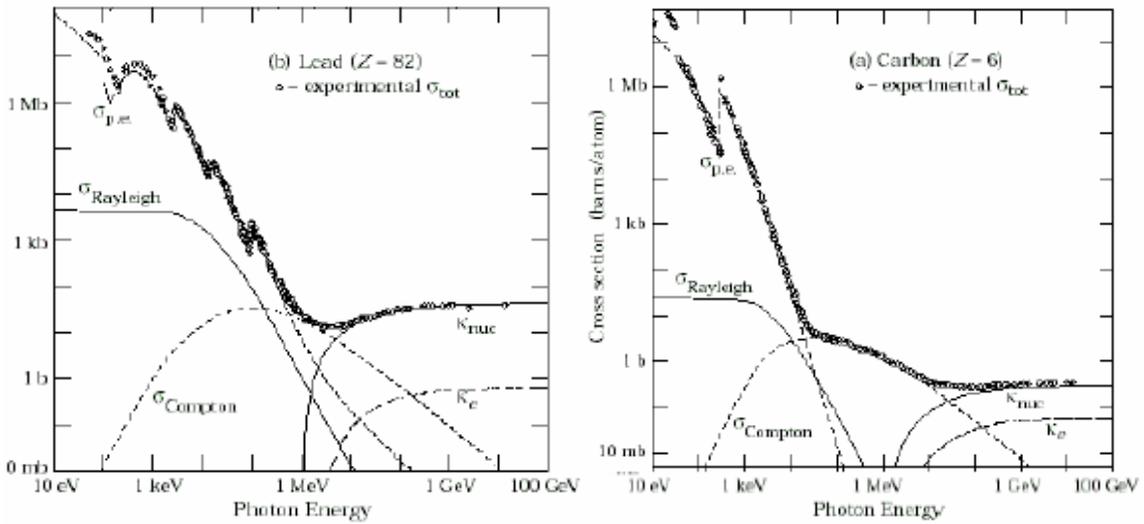


Abbildung 39: Energieaufteilung zwischen Positron und Elektron

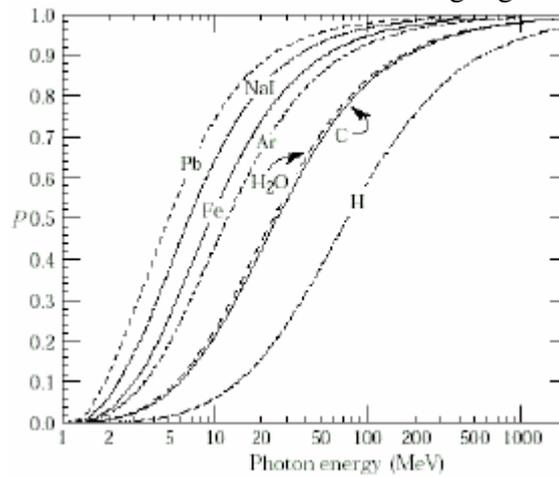
Damit können wir nun die vollständige Wechselwirkung von Photonen betrachten. Wir betrachten zuerst die Beiträge zum Massenabsorptionskoeffizienten in Blei ($\mu \propto \sigma$).



Für hochenergetische Photonen ist praktisch nur noch Paarerzeugung wichtig. Wie man auch anhand der Messdaten für den Wirkungsquerschnitt in Blei und Kohlenstoff in den nachfolgenden Abbildungen sieht:

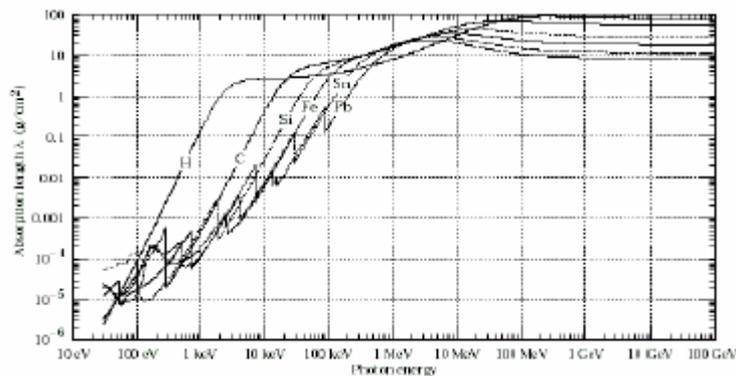


Betrachten wir weiter die Wahrscheinlichkeit für Paarerzeugung in unterschiedlichen Stoffen:



Insbesondere in Blei dominiert Paarerzeugung bei Photon-Energien über 10 MeV.

Weiter betrachten wir noch die Absorptionslänge $\lambda = \frac{\rho}{\mu}$ für verschiedene Materialien:



3.4. Photon-Kaskaden

Hochenergetische Photonen in Materie erzeugen e^+e^- -Paare. Diese Strahlen hochenergetische Photonen ab, die wiederum e^+e^- -Paare erzeugen, ... So entsteht eine Kaskade aus Photonen und e^+e^- -Paaren, ein elektromagnetischer Schauer.

Nach jeder Strahlungslänge verdoppelt sich in etwa die Teilchenzahl. Der gleiche Effekt ist auch bei Elektronen zu beobachten.

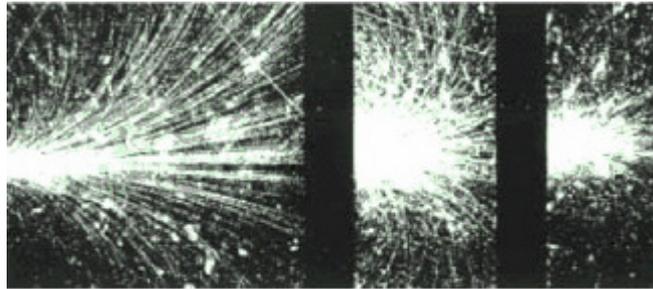
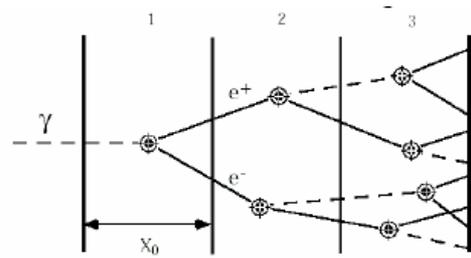


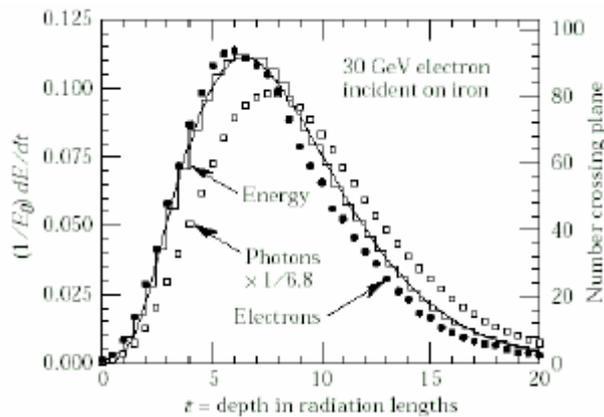
Abbildung 40: Photon-Induzierter Schauer in einer Nebelkammer; die schwarzen Bereiche sind Blei-Platte; senkrecht zur Bildebene wirkt ein Magnetfeld

Die longitudinale Schauerentwicklung wird durch den hochenergetischen Teil der Kaskade charakterisiert. Sie skaliert mit der Strahlungslänge X_0 . Mit steigender Photon-Anzahl dringt sie tiefer ins Material ein. Niederenergetische Elektronen $E < E_C$ verlieren ihre Energie durch Ionisation und Anregung.

Zur Charakterisierung des Schauerverhaltens und der Energiedeposition führt man zwei dimensionslose Variablen ein:

$$t = \frac{x}{X_0} \quad \text{und} \quad y = \frac{E}{E_C}$$

Beispiel: Energiedeposition von 30 GeV Elektronen in Eisen



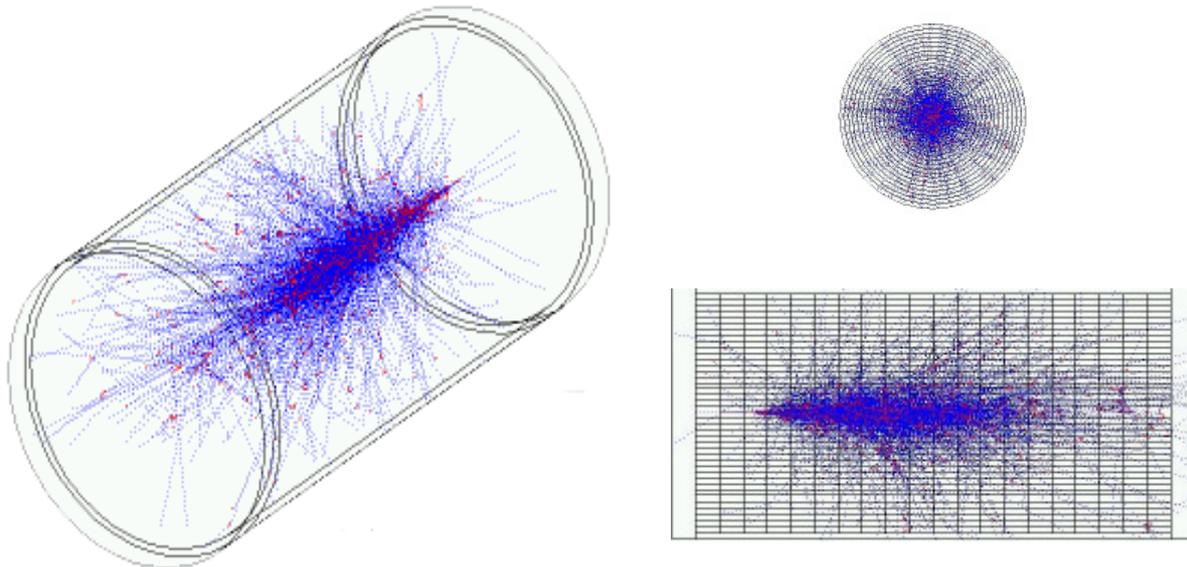
Die transversale Schauerentwicklung ist charakterisiert durch den Moliere-Radius R_M :

$$R_M = X_0 \frac{E_S}{E_C}, \quad \text{mit} \quad E_S = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} m_e c^2 = 21.2 \text{ MeV}$$

90% der Energiedeposition ist innerhalb von R_M , 99% liegen innerhalb von $3.5 R_M$.

Beispiel: Elektromagnetischer Schauer

Simulation eines 10-GeV Schauers mit Geant3 in einem Bleiglas-Block der Länge $10 X_0$.



4. Wechselwirkung von Hadronen in Materie

Elastische oder inelastische Streuung von Hadronen an Kernen findet aufgrund der starken Wechselwirkung statt. Mit der einfachen Vorstellung:

$$\sigma \propto \pi R_K^2 A^{\frac{2}{3}} \approx 35 \text{mb} A^{0.7}$$

Der Prozess ist von folgender Struktur:

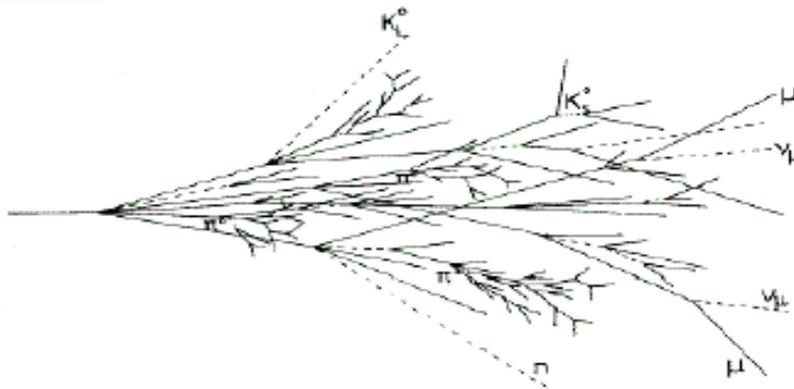


Wieder definiert man Wechselwirkungs- bzw. Absorptionslängen:

$$N(x) = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda_{w,a}}}$$
$$\lambda_{w,a} = \frac{A}{N_A \rho \sigma_{\text{tot},a}} \approx 35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \frac{\sqrt[3]{A}}{\rho}$$

- Hadronische Prozesse sind wegen der geringen Reichweite der starken Wechselwirkung seltener als die elektromagnetische Wechselwirkung.
- Inelastische Wechselwirkungen führen zur Produktion von Sekundär-Hadronen
- Es bildet sich eine Hadron-Kaskade aus hochenergetischen Hadronen und niederenergetischen Kernfragmenten aus. Die Kernbindungsenergie ($\sim 20\%$) trägt dabei nicht zur sichtbaren Energie bei.
- Es entstehen dabei Photonen, insbesondere aus π^0 -Zerfällen. Sie führen zu einer elektromagnetischen Komponente.
$$n(\pi^0) \approx \ln(E) - 4.6$$
- Dabei gibt es starke Fluktuationen wegen der recht kleinen Anzahl inelastischer Prozesse.
- Neutrale Hadronen, insbesondere Neutronen tragen Energie weit vom primären Teilchen weg.

Hadronische Kaskaden:



Der longitudinale Verlauf wird durch ein scharfes Maximum bei der ersten Wechselwirkung charakterisiert. Sie ist ähnlich einer lokalen Energiedeposition durch π^0 's. Typisch ist auch der allmähliche Anstieg mit Maximum bei $x \approx \lambda_w (0.2 \ln E + 0.7)$ und ein mit der Energie fallende hadronischer Energieanteil. ($f_h \approx \left(\frac{E}{E_0}\right)^{m-1}$, mit $0.8 \leq m \leq 0.85$ und $E_0 \approx 1$ GeV für Pionen, bzw. 2.6 GeV für Protonen)

Die Konversion in elektrische Signale ist üblicherweise unterschiedlich für elektromagnetische und hadronische Komponenten ($\frac{h}{e}$ -Verhältnis)

Dies führt zu einer nichtlinearen Detektorantwort für die π -Energie, falls $\frac{h}{e} \neq 1$. Die Antwort für Pionen und Elektronen ist unterschiedlich $\frac{x}{e} = 1 - \left(1 - \frac{h}{e}\right) \left(\frac{E}{E_0}\right)^{m-1}$

Kalorimeter mit $\frac{h}{e} = 1$ heißen kompensierend, $\frac{h}{e} = 1 \pm 0.02$ ist technisch erreicht (Zeus/HERA und D0/Tevatron)

Für die Auflösung hadronischer Kalorimeter gilt:

$$\frac{\Delta E}{E} \geq \frac{0.5}{\sqrt{E}}$$

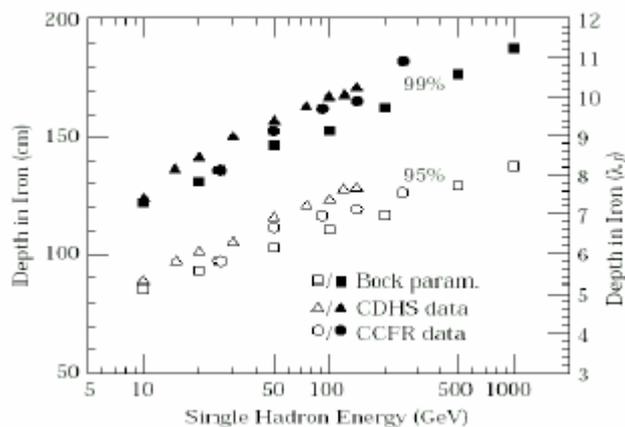


Abbildung 41: Benötigte Materialstärke von Eisen für 95% bzw. 99% Einschluss eines hadronisches Schauers

Aus der folgenden Materialtabelle ist zu sehen, dass ab einer Ordnungszahl von $Z > 6$ die hadronischen Wechselwirkungslängen viel größer als die Strahlungslänge X_0 sind.

Material	Z	A	σ_{total} [barn]	σ_{inel} [barn]	$\lambda_w \cdot \rho$ [g/cm ²]	$\lambda_a \cdot \rho$ [g/cm ²]
Wasserstoff	1	1.01	0.0387	0.033	43.3	50.8
Helium	2	4.0	0.133	0.102	49.9	65.1
Beryllium	4	9.01	0.268	0.199	55.8	75.2
Kohlenstoff	6	12.01	0.331	0.231	60.2	86.3
Stickstoff	7	14.01	0.379	0.265	61.4	87.8
Sauerstoff	8	16.0	0.420	0.292	63.2	91.0
Aluminium	13	26.98	0.634	0.421	70.6	106.4
Silizium	14	28.09	0.660	0.440	70.6	106.0
Eisen	26	55.85	1.120	0.703	82.8	131.9
Kupfer	29	63.55	1.232	0.782	85.6	134.9
Wolfram	74	183.85	2.767	1.65	110.3	185
Blei	82	207.19	2.960	1.77	116.2	194
Uran	92	238.03	3.378	1.98	117.0	199

5. Ionisationskammer

5.1. Planare Ionisationskammer

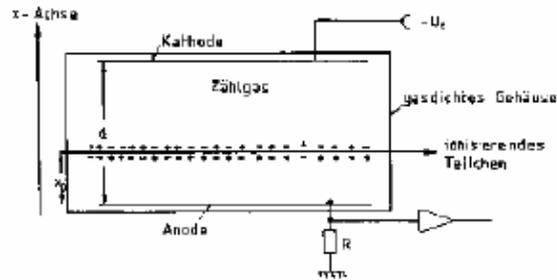
Aufbau: konstantes, homogenes elektrisches Feld mit Zählgas

$$|\vec{E}| = E_x = \frac{U_0}{d}$$

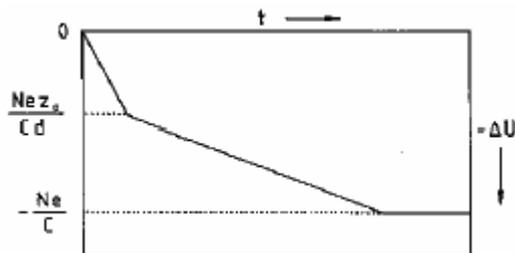
typisch: konstante Driftgeschwindigkeit,
keine Gasverstärkung

Formel für den Energieverlust:

$$\frac{1}{2} C U_0^2 - \frac{1}{2} C U^2 = N \int_{x_0}^x q E_x dx$$



Signalform:



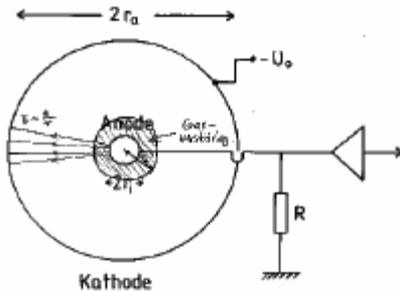
Der Vorteil von Ionisationskammern ist, dass der Aufbau und die Auslese sehr einfach sind. Sie liefert jedoch nur extrem kleine Signale, was empfindliche Vorverstärker erfordert. Ebenso ist die Signalamplitude vom Einschussort abhängig, was jedoch durch „Frisch-Gitter“ behoben werden kann.

5.2. Zylindrische Ionisationskammer

Aufbau: Zylindersymmetrischer Aufbau mit inhomogenem $\frac{1}{r}$ -Feld.

Damit ist das Potential $\sim \ln r$

Typisch: variable, feldabhängige Driftgeschwindigkeit, keine Gasverstärkung



$$E(r) = \frac{U_0}{r \ln \frac{r_0}{r_i}}$$

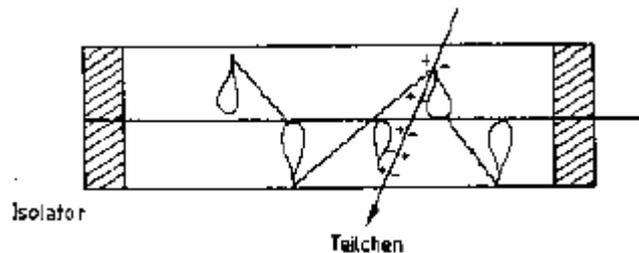
$$\Delta U^- = -\frac{Ne \ln \frac{r_0}{r_i}}{C \ln \frac{r_0}{r_i}} \quad \text{und} \quad \Delta U^+ = -\frac{Ne \ln \frac{r_0}{r_i}}{C \ln \frac{r_0}{r_i}}$$

6. Drahtkammern

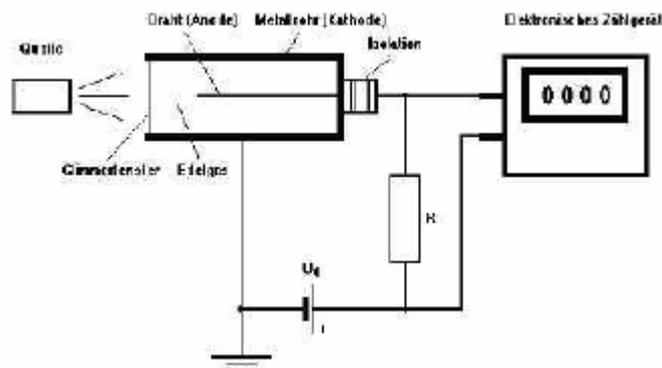
6.1. Auslösezähler (Geiger-Müller-Zähler)

Aufbau: Wie Proportionalzählrohr aber höhere Feldstärke

- Die Entladungen finden entlang des Zählrahtes statt.
 - Der Proportionalbereich ist überschritten
 - Die freigesetzte Ladungsmenge ist unabhängig von der Primäriodisation
- $Q = CU_0$



Bei einem selbstlöschenden Zähler werden mehratomige Gase zum Zählgas (Quencher) zugegeben. Eine elektronische Löschung wird durch einen großen Arbeitswiderstand R realisiert.



Ein großer Vorteil des Auslösezählers ist die einfache Bauweise und Handhabung. Dafür besitzt er aber eine lange Totzeit und es ist keine Mehrfachteilchenregistrierung möglich

6.2. Streamer-Rohr

Aufbau: Ebenso wie der des Auslösezählers, nur mit quadratischem Querschnitt. Er besitzt dicke Anodendrähte mit einem Durchmesser von 100 μm . Dazu wird eine hohe Anodenspannung von 5 kV angelegt.

Typisch: Das Streamer-Rohr besitzt einen sehr hohen Löschgasanteil (>50%) und eine Gasverstärkung von 10^{10} . Dadurch bleibt die Ladungslawine am Teilchendurchgangsort beschränkt. Die registrierte Ladung ist unabhängig von der Primärionisation.

Die Vorteile liegen damit auf der Hand. Durch die Segmentierung der Kathoden kann eine Ortsbestimmung entlang des Zähldrahtes vorgenommen werden. Der Aufbau und Betrieb bleibt extrem einfach. Er liefert große Signale an einem stabilen Arbeitspunkt. Noch dazu ist hier eine Vielteilchendetektierung möglich.

Problem bereiten hier die hohe Betriebsspannung, die erforderlich ist, und die Brennbarkeit der Löschgase.

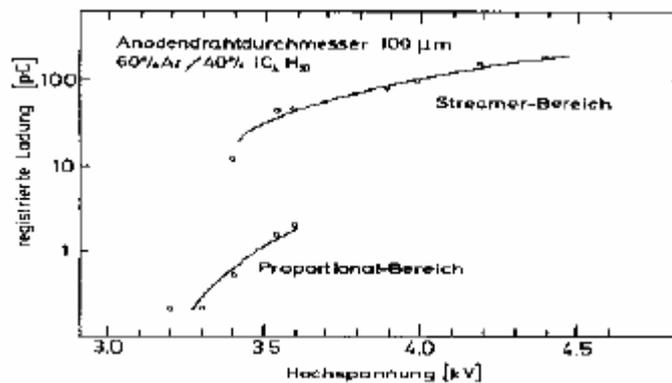


Abbildung 42: Diskontinuierlicher Übergang vom Proportional- in den Streamerbereich

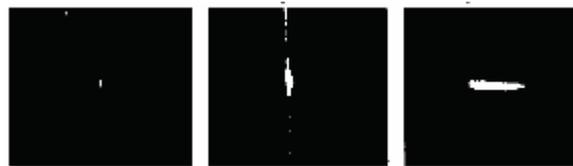


Abbildung 43: Vergleich der Gasentladung im Proportional-Bereich, beim Geiger-Müller-Zähler und im Streamer-Bereich

6.3. Vieldrahtproportionalkammer

Aufbau: Die Vieldrahtproportionalkammer besteht aus ebenen Lagen von Proportionalzählrohren ohne trennende Zwischenwände. Die Anodendrähte bestehen meist aus vergoldetem Wolfram mit einem Durchmesser von 10 μm - 30 μm . Der typische Anodenabstand beträgt 2 mm, der Abstand von Anodendraht zur Kathode 10 mm.

Typisch: auch hier kommt der Hauptteil des Ladungsimpulses auf dem Anodendraht von Ionen. Es handelt sich jetzt aber um einen Ortsdetektor mit der Möglichkeit der Messung des Energieverlustes der Teilchen. Die Gasverstärkung A geht bis zu 10^5 , bei einer Ortsauflösung von $\sigma(x) = \frac{d}{\sqrt{12}} = 577 \mu\text{m}$.

Kathodenauslese: wenn mindestens eine Schicht aus Kathoden Drähten senkrecht zu den Anodendrähten steht, verbessert sich die Ortsauflösung um den Faktor $\frac{1}{2}$.

Damit können die Größen der Impulse durch den Abstand von der Lawine abgeschätzt werden.

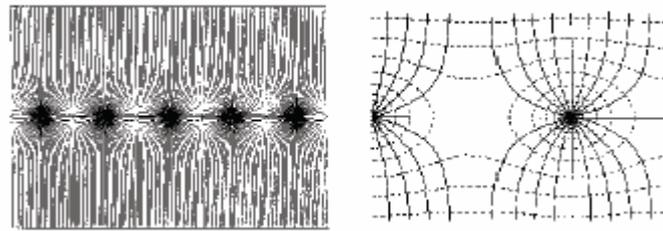


Abbildung 44: Feldlinien einer Vieldrahtproportionalkammer

Ein Vorteil ist wiederum die einfache robuste Bauweise. Die Drahtinstabilität durch elektrostatische Abstoßung und Durchhang führt jedoch zu Feldveränderungen. Bei Kathodenauslese ist zudem noch ein höherer mechanischer- und Impulsverarbeitungsaufwand nötig.

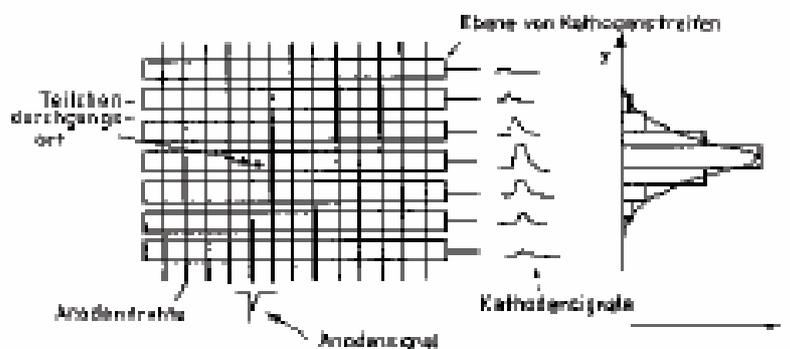


Abbildung 45: Illustration der Kathodenauslese in einer Vieldrahtproportionalkammer.

6.4. Ebene Driftkammern

Aufbau: Ähnlich der Vieldrahtproportionalkammer, aber viel weniger Drähte

Typisch: Durch die Messung der Driftzeit kann eine höhere Ortsgenauigkeit erzielt werden ($x = v_d \cdot \Delta t$). Dazu werden zur Feldverbesserung zwischen zwei Anodendrähten jeweils ein Potentialdraht eingeführt (oder mehrere), somit ergeben sich Genauigkeiten um die 200 μm . Teilweise werden auch zu den ursprünglichen Kathodendrähten Felddrähte und Korrekturdrähte eingeführt. Die gesamte Kammer wird in einzelne Zellen unterteilt.

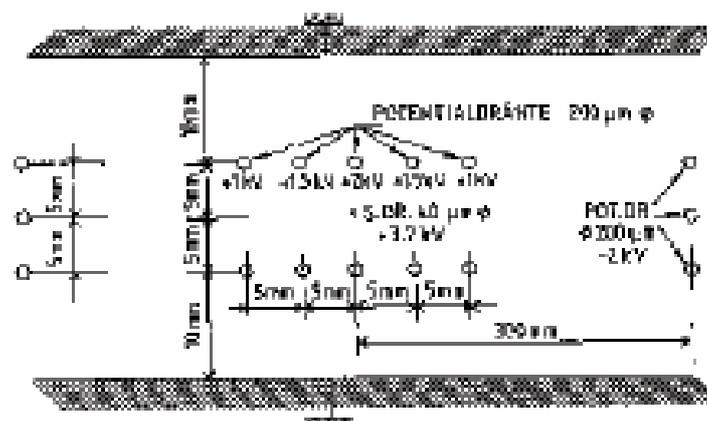


Abbildung 46: Zelle einer ebenen Driftkammer

Wie bereits angesprochen besteht der große Vorteil darin, dass zum einen weniger Drähte vorhanden sind und eine höhere Ortsauflösung erzielt werden kann. Diese Ortsauflösung ist ortsabhängig, wegen der Diffusion und der Primärionisationsstatistik der erzeugten Ladungsträger.

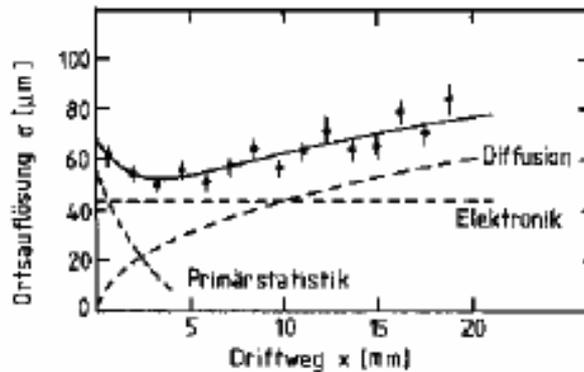


Abbildung 47: Ortsauflösung in Abhängigkeit vom Driftweg

6.5. Zylindrische Driftkammern

Driftkammern mit Zylindersymmetrie benötigt man für Experimente an Speicherringen mit solenoidalem Magnetfeld. Sie dienen zur Bestimmung von Ort und Impuls geladener Teilchen.

6.5.1. Zylinder-Proportionalkammer

Aufbau: Zylindrische Schichten von Proportionalkammern zur Spurvermessung

Typisch: Elektronen werden durch die Lorentzkraft abgelenkt. Dieser Effekt ist aber wegen des kurzen Driftweges zu vernachlässigen. Die Anodendrähte sind parallel zum Magnetfeld und das elektrische Feld ist radial gerichtet.

6.5.2. Zylinder-Driftkammer

Aufbau: Die Zylinder-Driftkammer besteht aus bis zu 20 zylindersymmetrischen Schichten von Driftzellen. Dabei wird ein Driftfeld durch eine geeignete Anordnung von Potentialdrähten ($\varnothing \sim 100 \mu\text{m}$) und Anodendrähten ($\varnothing \sim 30 \mu\text{m}$) erzeugt.

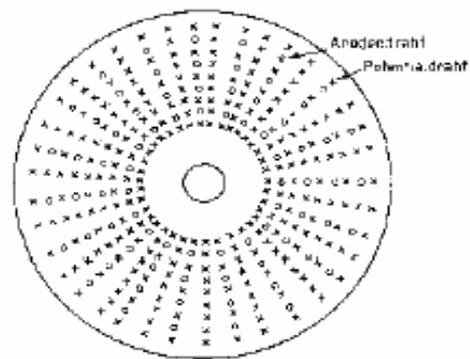
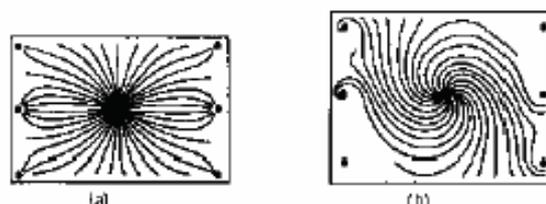


Abbildung 48: geschlossene Driftzellen

Typisch: Das Driftfeld liegt in der $r-\varphi$ -ebene senkrecht zum Magnetfeld. Dadurch ist der Lorentzwinkel zu beachten. Für eine offene Geometrie (z.B. TASSO) gilt eine Genauigkeit von $\sigma(r\varphi) = 200 \mu\text{m}$.

Die z -Koordinate wird entweder über die Stromteilungsmethode oder die Signallaufzeit ($\sigma(z)$ jeweils 1% der Drahtlänge) bestimmt. Sie kann aber auch über Stereodrähte ermittelt werden (TASSO $\sigma(z) = 3 \text{ mm}$)



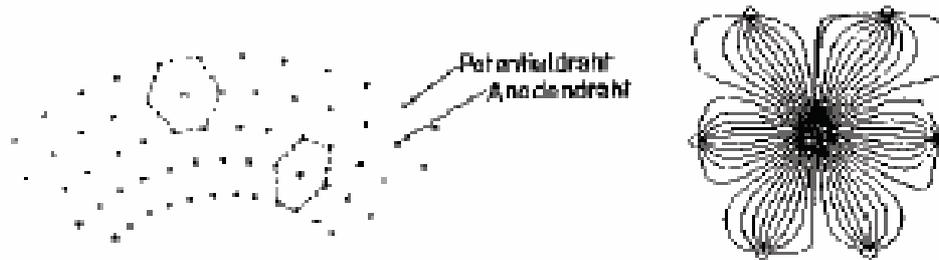


Abbildung 49: Hexagonale Driftzellegeometrie und Feldlinienverlauf

6.5.3. Jet-Driftkammer

Aufbau: Azimutale Segmentierung eines zylindrischen Volumens in Drifträume.

Typisch: Das elektrische Driftfeld und magnetische Feld (zur Impulsmessung) stehen senkrecht zueinander. Es kommt zu Feldverformungen durch Potentialstreifen

Die Vorteile einer Jet-Driftkammer sind das relativ homogene Driftfeld, so wie die vielen Anodendrähte entlang einer Spur. Damit kann eine Spur genau rekonstruiert und der Energieverlust genau gemessen werden.

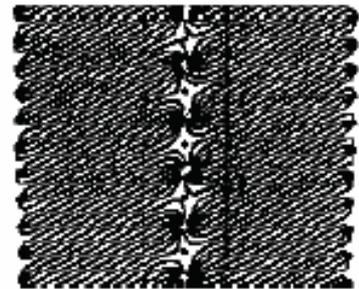


Abbildung 50: Drifttrajektorie

Die z-Koordinate wird mit der Stromteilungsmethode bestimmt.

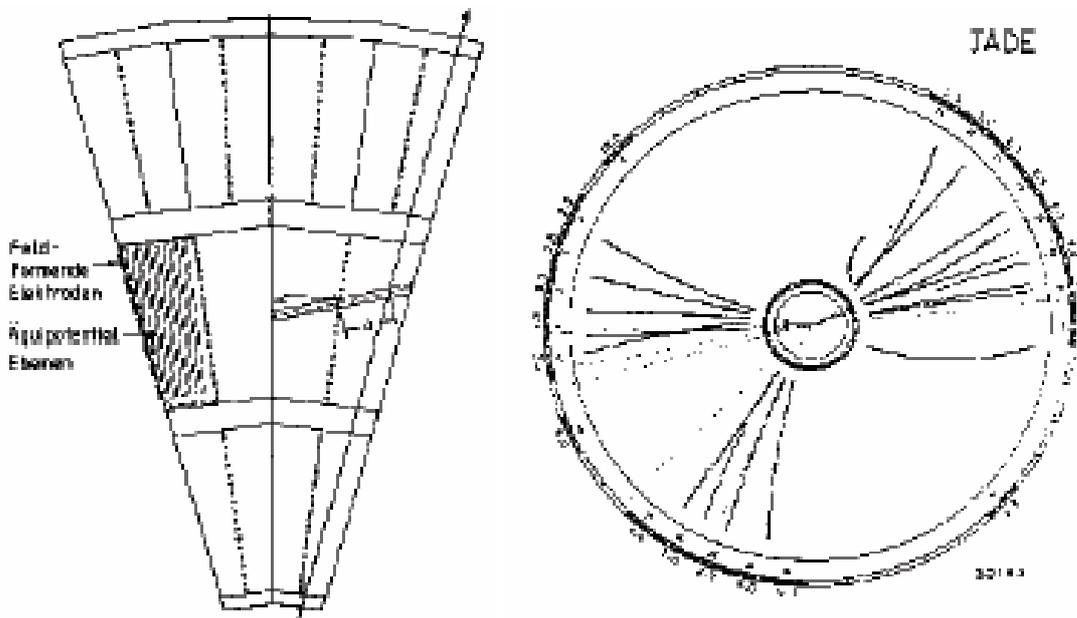


Abbildung 51: Zwei Segmente der Jet-Kammer des JADE-Experiments und die $r-\phi$ -Projektion der Wechselwirkungsprodukte einer Elektron-Positron-Kollision

6.5.4. Zeit-Projektionskammer TPC

Aufbau: Das Detektorvolumen ist frei von Anoden- und Potentialdrähten. Die erzeugten Ladungsträger müssen deshalb zu Endkappendetektoren driften.

Typisch: Das Elektrische Driftfeld und das Magnetfeld (zur Spurkrümmung) sind parallel. Die Ortsauflösung kann mit einer Genauigkeit von $\sigma(r\phi) = 200 \mu\text{m}$ und $\sigma(z) = 1 \text{ mm}$ gemessen werden.

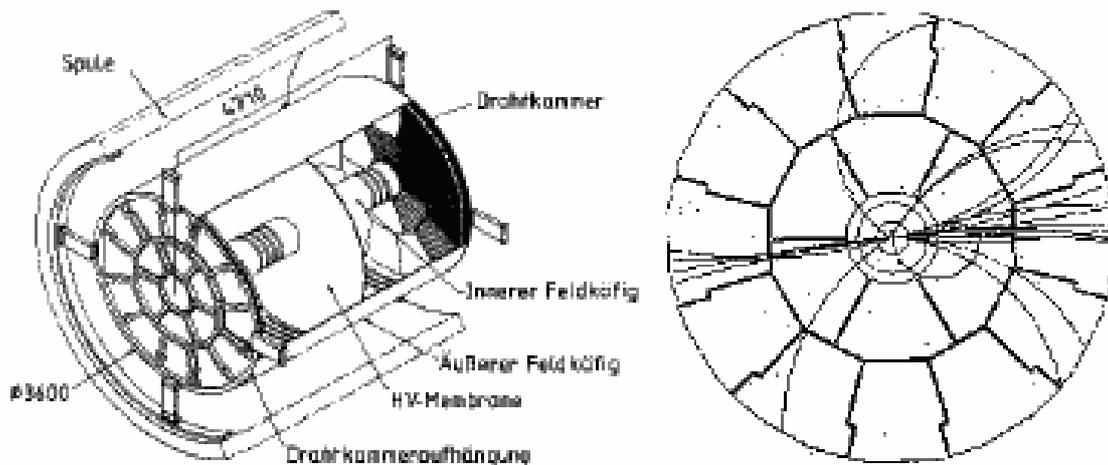
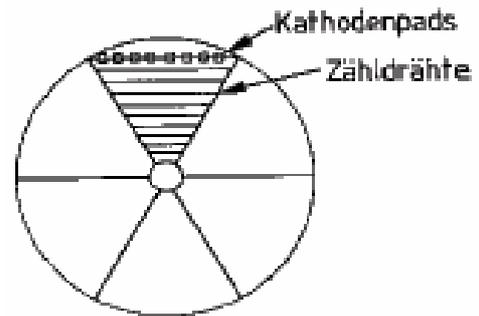
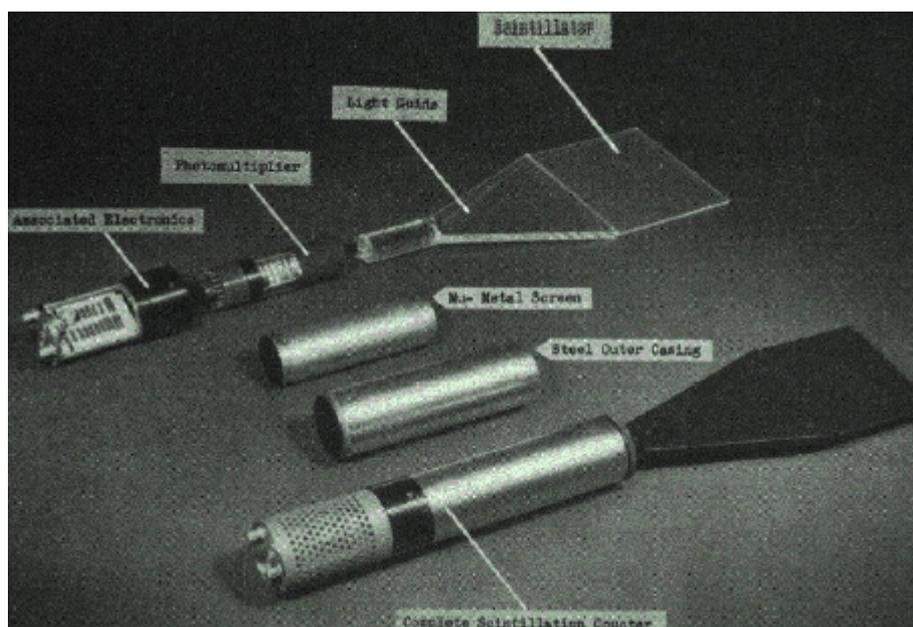


Abbildung 52: Aleph-Detektor als Beispiel eines TPC's und das Ergebnis eines Elektron-Positron-Kollisionsereignis

7. Szintillatoren



Szintillatoren sind Detektoren, die beim Einfall eines Teilchens ein Photon aussenden. Dieses Signal muss via Lichtleiter zu Photo-Multipliern geleitet werden, die die Signale verstärken. Die Lichtleiter sind lichtdicht eingepackt und transferieren das Licht durch Totalreflexion.

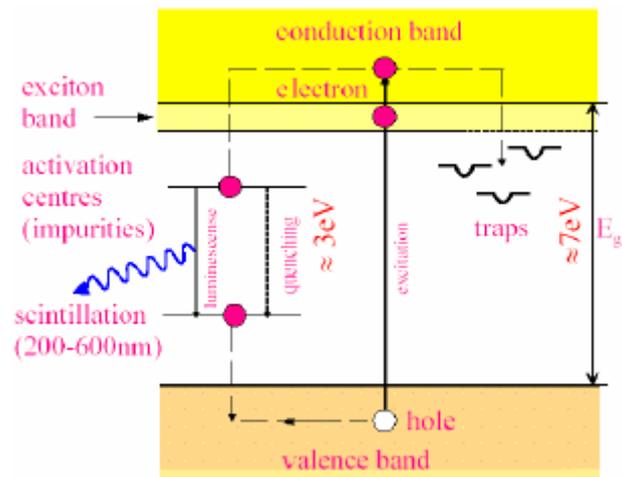
Durch adiabatische Lichtleiter, bei denen der Lichtweg aller Leiter gleich ist, kann eine höhere Zeitauflösung erreicht werden.

7.1. Anorganische Szintillatoren

(z.B. NaI(Tl), das ist ein Isolator mit einer Bandlücke von ca. 7 eV (~ 170 nm))

Die Wechselwirkung eines durchquerenden Teilchens im Szintillator führt zu Exzitonanregung. Das Exziton wandert im Festkörper bis zum Einfang durch das Aktivatorzentrum. Dort gibt es die Energie an ein Lumineszenz-Photon ab.

Die Abklingzeit ist relativ lang und beträgt ca. 230 ns. Die zweite Zeitkonstante durch so genanntes Fallen wird benötigt eine Abklingzeit von ca. 100 ms.



scintillator composition	density (g/cm ³)	index of refraction	wavelength of maximum emission (nm)	decay time constant (μs)	scintillation pulse height ¹⁾	notes
NaI	3.67	1.78	303	0.06	190	2)
NaI(Tl)	3.67	1.85	410	0.25	100	3)
CsI	4.51	1.80	310	0.01	6	3)
CsI(Tl)	4.51	1.80	565	1.0	45	3)
CaI(Na)	4.51	1.84	420	0.63	85	3)
KI(Tl)	3.13	1.71	410	0.24/2.5	24	3)
⁹ Li(Eu)	4.08	1.96	470-485	1.4	35	3)
CaF ₂ (Eu)	3.19	1.44	435	0.9	50	
BaF ₂	4.88	1.49	190/220 310	0.0006 0.63	5 15	
Bi ₄ (Ge ₂ O ₁₁)	7.13	2.15	480	0.30	10	
CaWO ₄	6.12	1.92	430	0.5/20	50	
ZnWO ₄	7.87	2.2	480	5.0	26	
CdWO ₄	7.90	2.3	540	5.0	40	
CsF	4.65	1.48	390	0.005	5	3)
CeF ₃	6.16	1.68	300 340	0.005 0.020	5	
ZnS(Ag)	4.09	2.35	450	0.2	150	4)
GSO	6.71	1.9	440	0.060	20	
ZnO(Ca)	5.61	2.02	385	0.0004	40	4)
YSO	4.45	1.8	420	0.035	50	
YAP	5.50	1.9	370	0.030	40	

Abbildung 53: Eigenschaften einiger anorganischen Szintillatoren

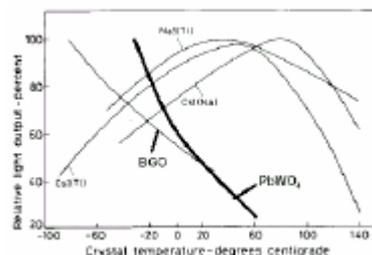
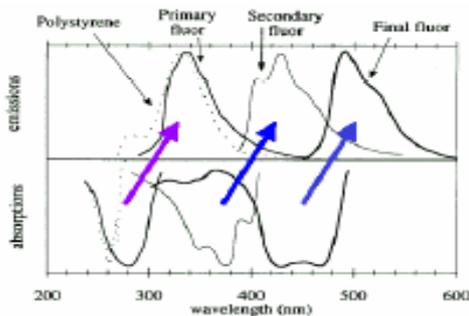
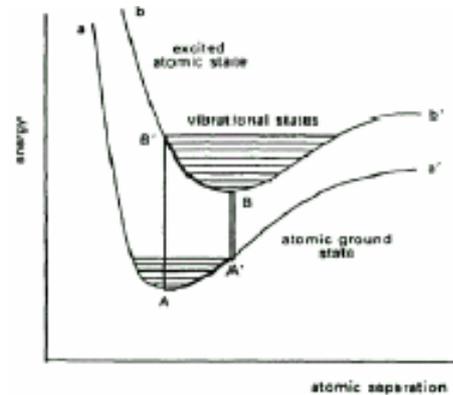


Abbildung 54: Temperaturabhängigkeit

7.2. Organische Szintillatoren

Zu den organischen Szintillatoren gehören Einkristalle wie Anthracen ($C_{10}H_{10}$), Flüssigszintillatoren und Plastiksintillatoren aus einer organische Substanz (Polystyrol), szintillierenden Molekülen und einer Fluorverbindung als Wellenlängenschieber.

Die Wechselwirkung eines durchquerenden Teilchens im Szintillator führt hier zu einer Anregung der Moleküle. Dadurch gibt es keine direkte Abregung mit kleinen Wellenlängen.



Durch die stufenweise Energieabgabe über die Fluorverbindung als Wellenlängenschieber wird die Energie sehr schnell (~ 10 ns) hin zu sichtbarem Licht verschoben.

scintillator	density (g/cm ³)	index of refraction	wavelength of maximum emission (nm)	decay time constant (ns)	scintillation pulse height ¹¹	MIC ratio ¹¹
Monocrystals						
naphthalene	1.15	1.58	348	11	11	0.800
anthracene	1.25	1.59	448	30-32	100	0.714
trans-9-fluorene	1.16	1.58	384	3-8	46	0.857
p-terphenyl	1.23		391	8-12	30	0.776
Plastics ¹⁰						
NE 102 A	1.032	1.58	425	2.5	65	1.105
NE 104	1.032	1.58	405	1.8	68	1.100
NE 110	1.032	1.58	437	3.3	60	1.105
NE 111	1.032	1.58	370	1.7	53	1.096
Plastics ¹⁰						
BC-400	1.032	1.581	423	2.4	65	1.100
BC-404	1.032	1.58	408	1.8	68	1.107
BC-408	1.032	1.58	423	2.1	64	1.104
BC-412	1.032	1.58	434	3.3	60	1.104
BC-414	1.032	1.58	392	1.8	68	1.110
BC-416	1.032	1.58	434	4.0	50	1.110
BC-418	1.032	1.58	390	1.4	67	1.100
BC-420	1.032	1.58	390	1.3	64	1.100
BC-422	1.032	1.58	376	1.6	55	1.105
BC-422Q	1.032	1.58	376	0.7	11	1.102
BC-428	1.032	1.58	400	12.5	50	1.103
BC-430	1.032	1.58	500	16.8	43	1.108
BC-434	1.049	1.58	423	2.2	60	0.995

Abbildung 55: Eigenschaften organischer Szintillatoren

Vergleich organischer/anorganischer Szintillatoren:

	Typ	N_γ/keV	τ/ns	λ/nm	X_0/cm
anorganisch	NaI (Tl)	40	230	410	2.6
	BGO	3	350	480	1.1
	CeF	5	5,20	300, 340	1.7
organisch	Anthrazen	17	30	450	30
	NE110 (fest)	10	3.3	430	40
	NE216 (flüssig)	13	3.5	430	50

8. Silizium-Detektoren

Die Grundidee war das Gas der Ionisationskammern durch Festkörper zu ersetzen. Der Vorteil wäre dabei die hohe Anzahl der Elektron-Loch-Paare.

Betrachten wir hierzu die Energie die nötig ist um ein Ladungsträgerpaar zu erzeugen in unterschiedlichen Materialien:

Szintillator:	~700 eV
Gase:	~30 eV
Silizium:	3.6 eV
Germanium:	2.8 eV

Man könnte also eine bessere Energieauflösung als z.B. im Szintillationszähler erreichen.

$$\frac{\Delta E}{E} \propto \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{W}{E}}$$

Beispiel: Verhältnis Halbleiterzelle - Szintillator

$$\frac{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{HLZ}}}{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\text{Sz}}} = \frac{\sqrt{\frac{3\text{eV}}{E}}}{\sqrt{\frac{700\text{eV}}{E}}} \approx 6 \cdot 10^{-2}$$

Halbleiter finden schon länger Verwendung beim Teilchennachweis:

- In den 50er Jahren entdeckte man, dass man mit pn-Übergängen Teilchen nachweisen kann. Dies führte zur Entwicklung von Halbleiterdetektoren zur Energiemessung
- In den 80er Jahren setzte man Halbleiterdetektoren zur präzisen Ortsmessung ein. Das Interesse ist vor allem durch die Entdeckung der kurzlebigen c- und b-Mesonen gestiegen ($\tau = (0.3 - 2) \cdot 10^{-12}$ s; $c\tau = (1-6) \cdot 10^{-4}$ m)
- Der allgemeine Technologische Fortschritt in der Fertigungstechnologie durch die Entwicklungen für die Mikroelektronik (lithographische Chipherstellung) ermöglicht intensive Nutzung.

Prinzip eines Halbleitersensors mit pn-Übergang:

1. Erzeuge ein elektrisches Feld:

Die Spannung für die Verarmung der vollen Sensor-Dicke ist:

$$V_{FD} = d^2 N_{\text{eff}} \frac{q}{2\epsilon\epsilon_0}$$

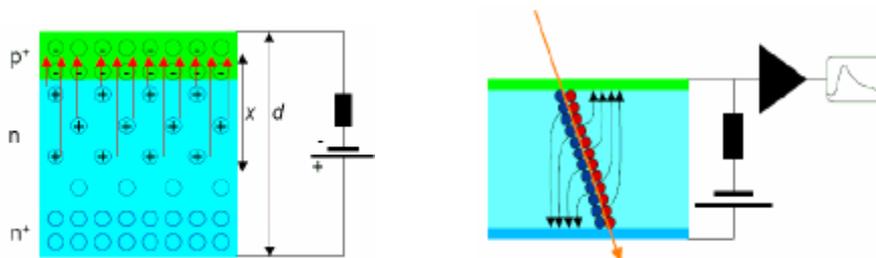
Dabei ist die effektive Dotierdichte N_{eff} gegeben durch die ursprüngliche Dotierung und die strahleninduzierten Veränderungen

2. Der Dunkelstrom muss möglichst gering gehalten werden:

$$I \propto \frac{1}{\tau_g} \cdot T^2 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \cdot \text{Volumen}$$

Die Ladungsträger-Lebensdauer τ_g ist gegeben durch die ursprüngliche Kristallqualität und die strahlinduzierten Veränderungen.

3. Die ionisierende Strahlung erzeugt freie Ladungsträger
 4. Ladungsträger driften zu den Elektroden und induzieren ein Signal



Silizium ist zurzeit der beste Kompromiss für Streifendetektoren.

Germanium besitzt eine kleine Bandlücke, ist also gut geeignet zur Energiemessung. Wegen der hohen intrinsischen Ladungsträgerkonzentration muss der Detektor dann jedoch mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden.

GaAs besitzt ein gutes Verhältnis zwischen der erzeugten Ladung und dem Rauschen. Die Ladungssammlungseffizienz ist aber stark von der Reinheit der Zusammensetzung abhängig. GaAs ist strahlungshart.

Diamant ist ebenfalls strahlungshart, aber noch sehr teuer. Die Ladungssammlungslänge beträgt $\sim 80 \mu\text{m}$. Diamantsensoren sind zukunftssträftig, obwohl sie Isolatoren und keine Halbleiter sind.

Eigenschaft	Si	Ge	GaAs	Diamant
Kernladungszahl	14	32	31/33	6
Massenzahl	28.1	72.6	144.6	12.0
Bandlücke [eV]	1.12	0.66	1.42	5.5
Strahlungslänge λ_0 [cm]	9.4	2.3	2.3	18.8
mittlere Energie zur Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares [eV]	3.6	2.9	4.1	~ 13
mittlerer Energieverlust dE/dx [MeV/cm]	3.9	7.5	7.7	3.8
mittleres erzeugtes Signal ¹⁴ [$e^-/\mu\text{m}$]	110	260	173	~ 50
Intrinsische Ladungsträgerkonzentration n_i [cm^{-3}]	$1.5 \cdot 10^{10}$	$2.4 \cdot 10^{13}$	$1.8 \cdot 10^5$	$< 10^3$
Elektronenbeweglichkeit [cm^2/Vs]	1500	3900	8500	1800
Löcherbeweglichkeit [cm^2/Vs]	450	1900	400	1200

Für die Signalerzeugung in Silizium muss beachtet werden, dass nur bei einer Temperatur von $T=0 \text{ K}$ das Leitungsband wirklich vollständig leer ist. Ansonsten ist die Verteilung gemäß der Fermi-Statistik. Bei Zimmertemperatur befinden sich

$$n_i = \sqrt{n_v n_c} \exp\left(-\frac{E_{\text{Gap}}}{2kT}\right) = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

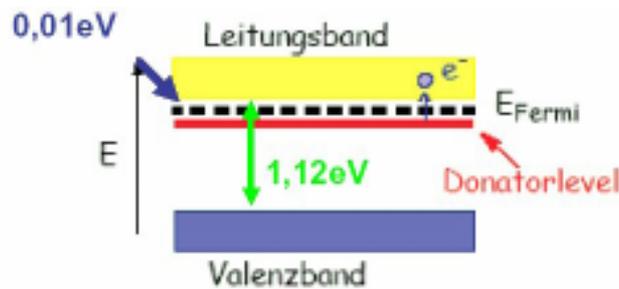
also etwa ein Anteil von 10^{-12} im Leiterband (Silizium $\sim 5 \cdot 10^{22} \text{ Atome/cm}^3$). In diesem Volumen befinden sich also ca. $4.5 \cdot 10^8$ freie Ladungsträger im Vergleich zu nur $3.2 \cdot 10^4$ Elektron-Loch-Paaren für MIP.

Um so ein Signal nachweisen zu können, muss die Anzahl der freien Ladungsträger drastisch reduziert werden. Dies geschieht entweder durch Kühlung oder einen p-n-Übergang in Sperrrichtung.

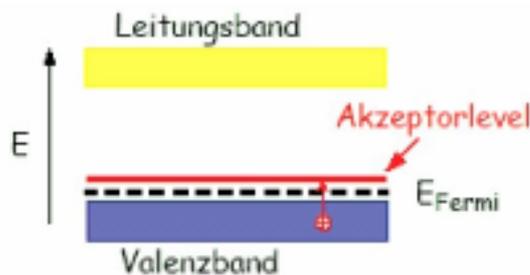
8.1. Dotierung von Halbleitern

Durch hinzufügen von Verunreinigungen kann die Leitfähigkeit von Halbleitern gezielt beeinflusst werden.

Durch Zufügen eines Elements der fünften Gruppe (Donator, z.B. As) erhält man einen n-Typ.

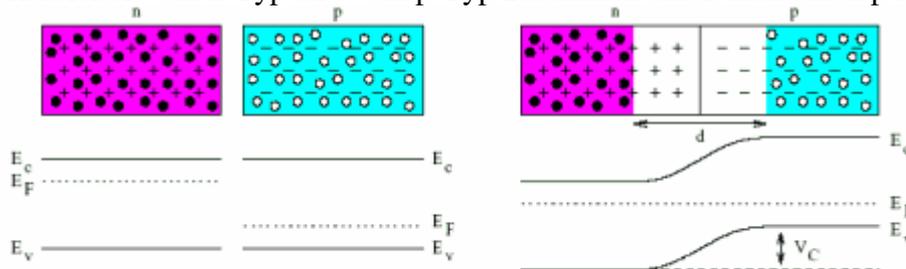


Durch Zufügen eines Elementes der dritten Gruppe (Akzeptor, z.B. B) erhält man einen p-Typ.



8.2. p-n-Übergang

Bringt man Halbleiter vom n-Typ und vom p-Typ zusammen erhält man einen p-n-Übergang.



Die Fermi-Grenzen stimmen im Gleichgewicht überein. Dadurch verschieben sich die Bänder gegeneinander. Es entsteht eine Ladungsfreie Zone der Dicke d , da die Ladungsträger in der Grenzschicht in das andere Gebiet diffundieren, um das Konzentrationsgefälle auszugleichen. Es entsteht eine Spannungsdifferenz V_C . Elektronen und Löcher rekombinieren. Es entsteht eine Verarmungszone.

Um Vielfachstreuung und Schauerbildung zu minimieren muss d klein gewählt werden. Für ein deutliches Signal (Faktor 10) über dem Noise Level benötigt man jedoch eine große Dicke.

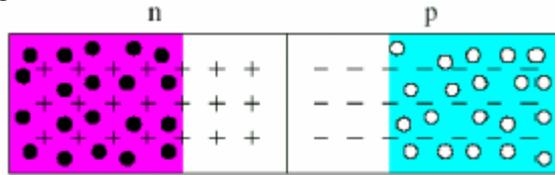
Eine Schichtdicke von $d \sim 300 \mu\text{m}$ erfüllt die Anforderungen.

$$N = \frac{dE}{dx} \cdot d \cdot \frac{1}{E_{eL}} \approx 30000$$

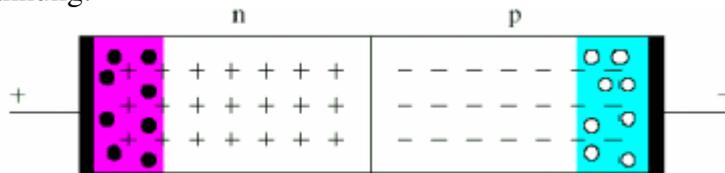
Es existieren also 30000 Elektron-Loch-Paare für ein MIP bei senkrechtem Durchgang.

8.3. Halbleiterdiode

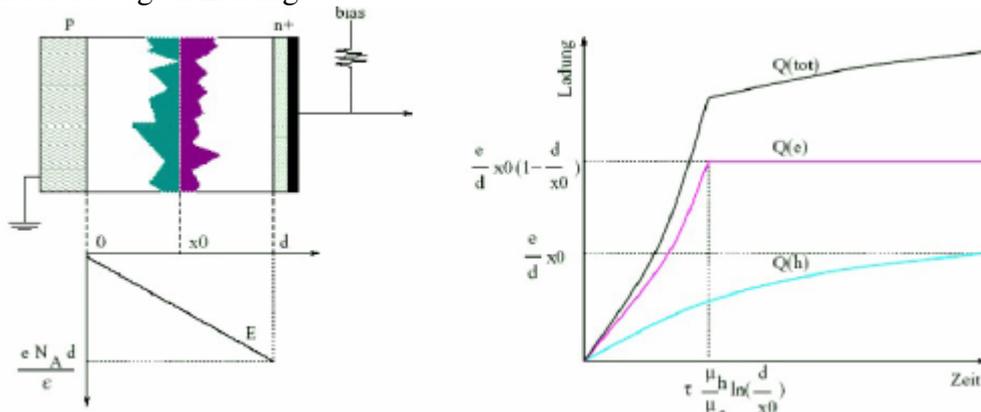
Ohne angelegte Spannung:



Mit angelegter Spannung:



Wenn nun ein Teilchendurchgang stattfindet, entsteht ein elektrisches Signal durch die Induktion der bewegten Ladung:

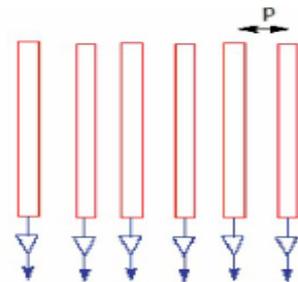


In Silizium ist die Mobilität der Löcher um einen Faktor 3 kleiner.

8.4. Streifendetektor

Mit digitaler Auslese ist eine Auflösung bis zu $\sigma_x = \frac{p}{\sqrt{12}}$ möglich.

Durch eine analoge Auslese ist eine verbesserte Auflösung von $\sigma_x \ll p$ möglich durch Ladungsteilung und Schwerpunktbildung. Die Auflösung wird begrenzt durch transversale Diffusion der Ladungsträger. Typische werte für Silizium sind $\sigma_x = 5-10 \mu\text{m}$, ein typischer Pitsch ist in der Größenordnung $p = 25-150 \mu\text{m}$.

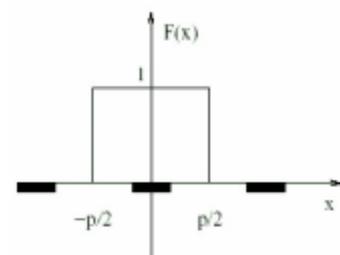


Zur Berechnung der Ortsauflösung setzt man wie folgt an:

$$F(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{p}{2} < x < \frac{p}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Damit ergibt sich ein Erwartungswert von $\langle x \rangle = 0$ mit einer

Varianz von $\sigma^2 = \frac{p^2}{12}$



Die Streifen sind kapazitiv gekoppelt, so dass sich das Signal über mehrere Streifen verteilt. Je nach Schwerpunktbildung und je nach Detektorgeometrie und anderen Faktoren gilt, $\sigma \approx 10 \mu\text{m}$.

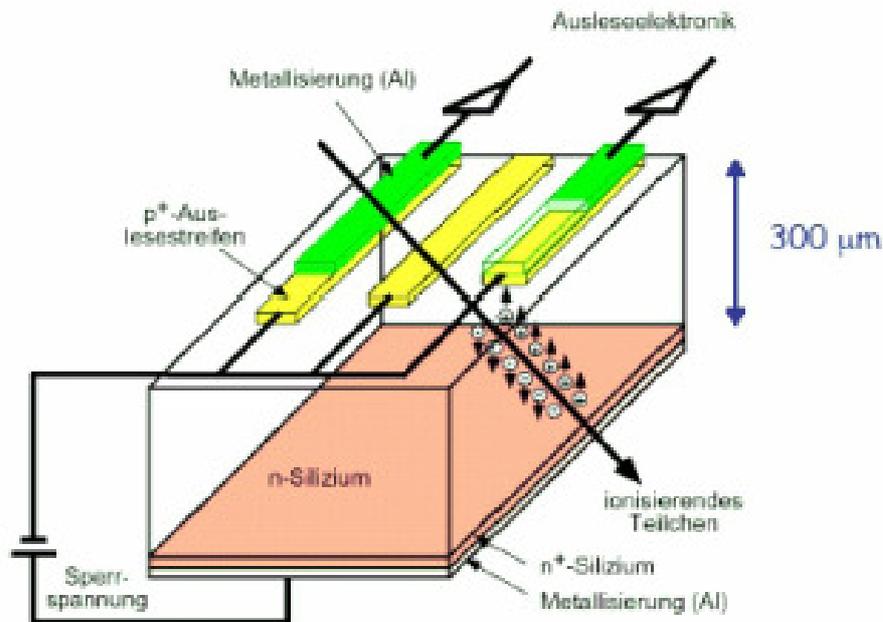
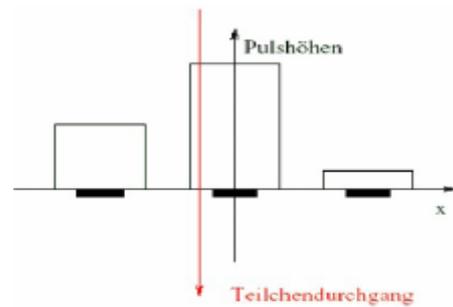
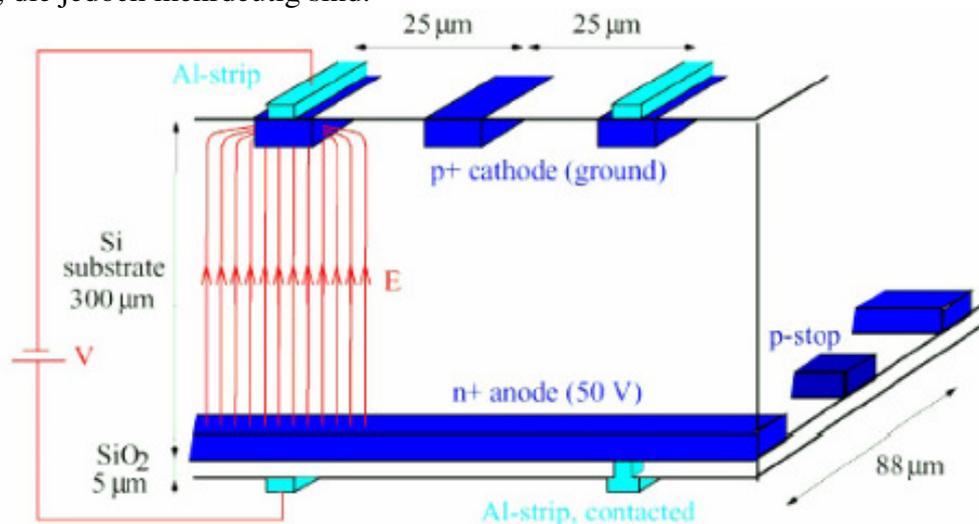


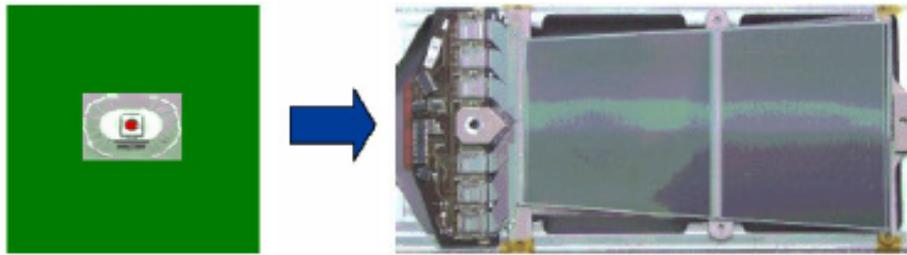
Abbildung 56: einseitige Streifen-Auslese

Die einseitige Strukturierung auf der p-Seite ist am einfachsten und billigsten. Sie ermöglicht ein MIP-Signal pro 300 μm Silizium von $\sim 24000e$. Die Streifenkapazität beträgt $\sim 1.5 \text{ pF/cm}$. Das führt zu einem Rauschen für 12cm Streifen von $\sim 1500e$. Die AC-Kopplung schützt die Elektronik vor Dunkelstrom. Eine Strukturierung der n-Seite erlaubt Messung der zweiten Koordinate. Ein doppelseitiger Streifenzähler liefert 2D-Information mit relativ wenigen Kanälen, die jedoch mehrdeutig sind.



Beispiel: Entwicklung in der Halbleitertechnik

1981 (NA11, CERN) benötigt für einen 9 cm^2 Sensor 10000 cm^2 Elektronik, 2004 (CMS, CERN) kommt mit 20 cm^2 Elektronik für einen 160 cm^2 Sensor aus.



Mit VLSI-Chips können Silizium-Detektoren in Collider-Experimente eingebaut werden. Seit Ende der 80er Jahre haben fast alle Collider-Experimente einen Silizium-Vertex-Detektor (zuerst in MARKII).

Zusätzlich erforderlich sind miniaturisierte Leiterplatten, Elektronik-Hybride.

Die kleinste Baugruppe ist ein Detektormodul. Sie erhält die Betriebsspannung und Steuersignale. Sie liefert analoge oder digitale Signale auf einer typischer seriellen Leitung (Kupfer oder Glasfaser).

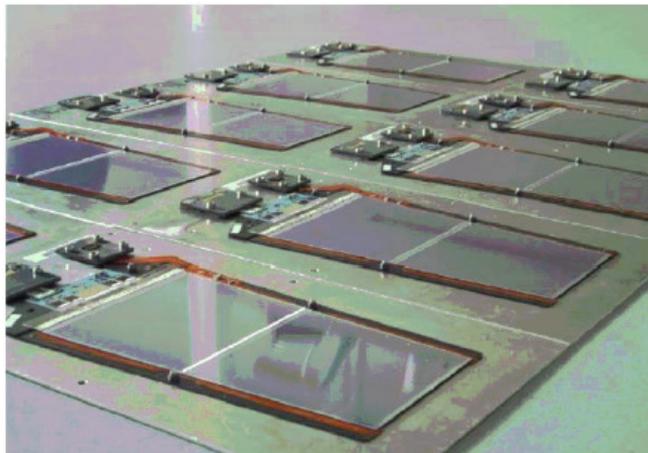


Abbildung 57: CMS-Module

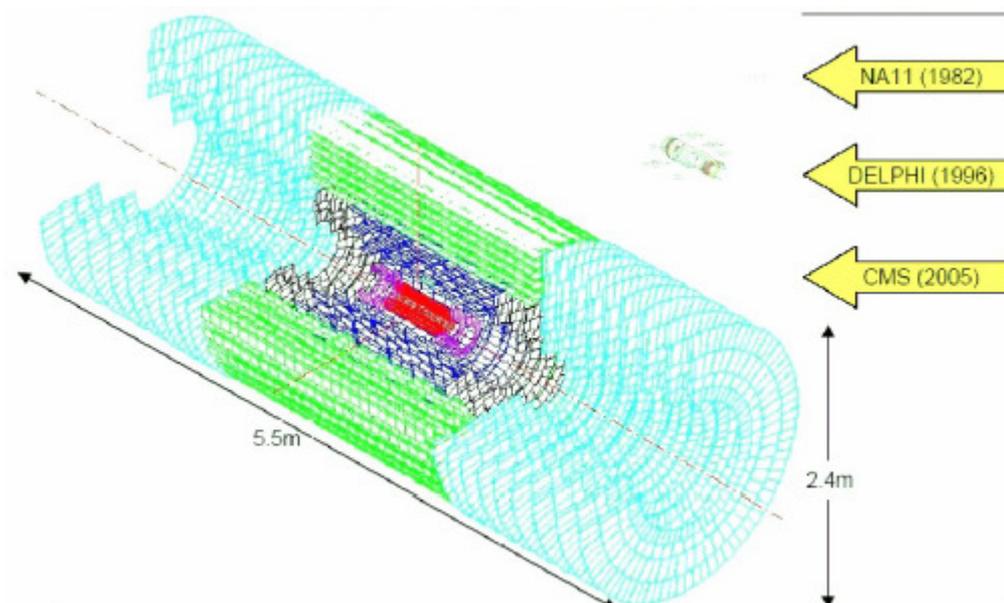


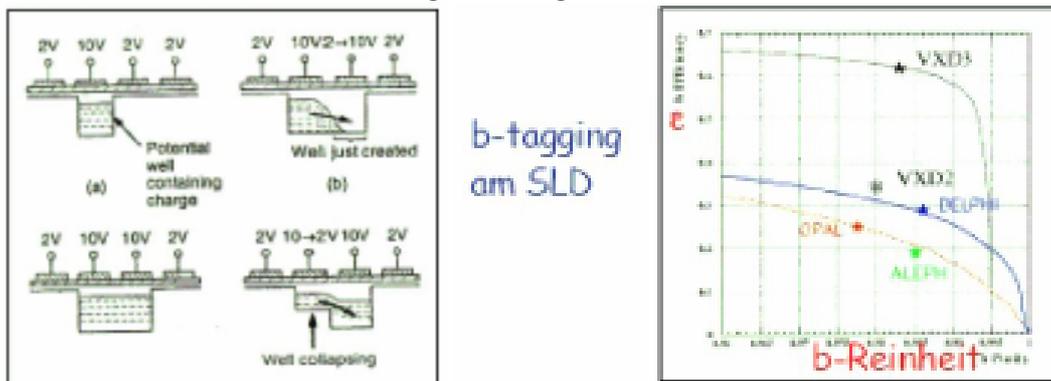
Abbildung 58: Größenvergleich verschiedener Siliziumdetektoren-Systeme

8.5. Charged Coupled Devices

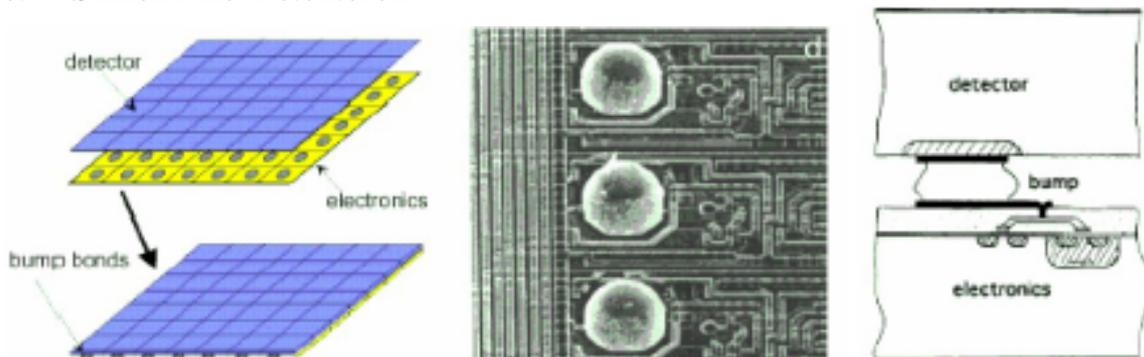
Der Vorteil der Charged Coupled Devices ist das viele Detektorkanäle mit wenig Ausleserarbeit realisierbar sind.

Dem gegenüber stehen die kleinen Ladungen ($\sim 2000e$), weswegen gekühlt werden muss. Ein weiteres Problem sind die langen Auslösezeiten von mehreren 1000 Transfers währenddessen der Detektor aktiv ist.

Diese Anwendung ist also nur sinnvoll bei nicht allzu hohen Teilchenraten (Elektron-Positron). Sie wurde z.B. am SLD erfolgreich eingesetzt.



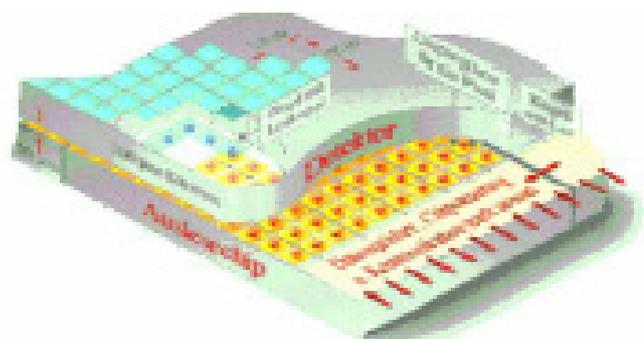
8.6. Silikon Pixel Detektoren



Silikon Pixel Detektoren sind in beide Richtungen segmentiert (Matrix). Dazu benötigt sie eine Auslöse Elektronik mit der gleichen Geometrie. Die Verbindung wird durch so genannten Bump Bondings hergestellt. Für diese komplexe Auslesearchitektur sind weiche Materialien wie Indium oder Gold notwendig. Man erreicht damit jedoch echte 2D Hits. Sie kommen auch in LHC-Experimenten zum Einsatz.

8.7. Hybrider Pixeldetektor

Hier wird die Diode in Pixel segmentiert. Dies ermöglicht eine 2D-Koordinatenmessung die durch viele Kanäle/Verbindungen ausgelesen werden muss. Die Ausleseelektronik geht damit über jeden Pixel auf gleicher Fläche. Durch die kleinen Kapazitäten, gibt es nur ein niedriges Rauschen ($\sim 200e$) und einen kleinen Dunkelstrom. Diese Prinzip wurde schon 94/95 in WA97, NA57; 96/97 bei DELPHI und 97/98 bei NA50 mit typischerweise 1 Mio. Pixel realisiert. Für CMS wird ein $200\mu A$ dicker n-on-n Pixeldetektor erstellt.



IV. Das Standardmodell

1. Elektroschwache Wechselwirkung

Die schwache Wechselwirkung, die aus dem Neutronenzerfall bekannt war, war bis 1934 ein Rätsel.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

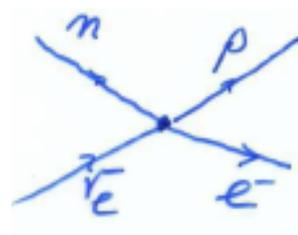
oder als Streuprozess:

$$n + \nu_e \rightarrow p + e^-$$

E. Fermi führte dann in Analogie zur QED einen Vertex für die schwache Wechselwirkung ein.



$$M = \left(-\frac{e^2}{q^2} \right) j^{\text{em}\mu}(p) j^{\text{em}\mu}(p)$$



$$M = G_{(F)} (\bar{u}_p \gamma^\mu u_n) (\bar{u}_e \gamma_\mu u_{\bar{\nu}_e})$$

mit:

$$j^{\text{em}\mu}(p) = -e\bar{u}_e + \gamma^\mu u_e$$

$$j^{\text{em}\mu}(p) = e\bar{u}_p + \gamma^\mu u_p$$

Damit lassen sich die Messgrößen für die Streuung und den Zerfall bestimmen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{CM}} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{S} \frac{p_t}{p_i} |M|^2; \text{Streuung}$$

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{2m} (2\pi)^4 \delta^4(p - p_1 \dots p_n) \cdot \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{2\pi^3 \cdot 2E_i}; \text{Zerfall}$$

Bemerkenswert ist dabei die Ladungsänderung um ± 1 bei der schwachen Wechselwirkung.

Bessere Messungen, z.B. Spinänderung in Kernen beim schwachen Zerfall, erzwingen jedoch eine Verallgemeinerung:

$$(\bar{u}_p \gamma^\mu u_n) \rightarrow (\bar{u}_p O^i u_n)$$

wobei der Operator O^i alle bilinearen Größen darstellen kann:

$\mathbf{1}$	Skalar
γ_μ	Vektor

$\sigma^{\mu\nu}$	Tensor
$\gamma^5 \gamma^\mu$	Pseudo-Vektor, Axialvektor
γ^5	Pseudo-Skalar

SS oder VV werden als Fermi-Übergänge, TT und AA werden als Gamman-Feller-Übergänge (1936) bezeichnet.

1957 wurde von Wu et al. experimentell nachgewiesen, dass die Parität maximal verletzt ist. Dies hat zur Folge das man einen Paritätsoperator für links- und rechtshändige Zustände benötigt.

$$u_L := \frac{1 - \gamma^5}{2} u$$

$$u_R := \frac{1 + \gamma^5}{2} u$$

Im selben Jahr wurde von Goldhaber et al. Gezeigt, das Neutrinos linkshändig sind, also

$$\bar{u}_\nu \gamma^\mu u_e \rightarrow \bar{u}_\nu \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_e$$

Das ist der geladene Strom für Leptonen. Für Quark ist er analog mit zusätzlichen CKM-Elementen.

Damit sind aber noch nicht alle Probleme beseitigt, denn für den Streuquerschnitt bei hohen Energien gilt:

$$M = J_{np}^L \cdot J_{e\nu}^L \text{ in der QED jedoch } M = J_{np}^L \cdot J_{e\nu}^L \cdot \frac{1}{q^2}$$

$$\rightarrow \sigma_{\text{tot}}(\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e) = \frac{G_F^2}{\pi} \cdot S$$

Was jedoch unphysikalisch ist. Die moderne Fermi-Theorie gilt also nur bei kleinen Energien.

Dieses Problem kann man umgehen, indem man einen W-Propagator einführt:



Damit wird das Matrixelement:

$$M = J_{np\alpha}^L \cdot J_{e\nu\beta}^L \frac{-g^{\alpha\beta} + \frac{q^\alpha q^\beta}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2} \approx \begin{cases} 1 & \text{für } q^2 \ll M_W^2 \\ \frac{1}{q^2} & \text{für } q^2 \gg M_W^2 \end{cases}$$

Betrachtet man die Kopplung erhält man $\frac{M_W^2 G_F}{\sqrt{2}}$ und kann mit $M_W^2 G_F \approx e^2$, $M_W \sim 90 \text{ GeV}$ abschätzen.

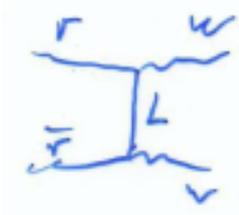
Es bleiben aber immer noch Probleme:

Der Übergang $\nu_e \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ W^-$ unter Austausch eines Elektrons wird divergent bei hohen Energien.

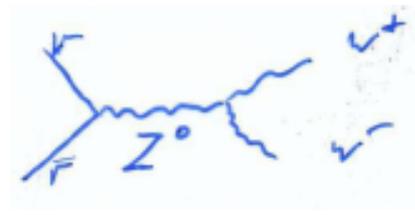


Um dies zu Umgehen muss das Teilchenspektrum erweitert werden.

Es muss also entweder ein schweres Lepton eingeführt werden oder ein neutrales schwaches Boson:



oder



Die Einführung des Z^0 führt jedoch immer noch zu Problemen in höheren Ordnungen. Man benötigt also eine bessere Theorie mit verlässlichen Vorhersagen, auch in höheren Ordnungen (Eine renormierbare Theorie).

Ein befriedigendes Ergebnis lieferte dann die GSW-Theorie 1967.

1.1. Glashow-Salam-Weinberg-Modell

(oder: Das Standard-Modell der elektroschwachen Wechselwirkung)

Dazu benötigt man eine neue Eichgruppe: $U(1) \times U_L(2)$

Die dazugehörigen Teilchen sind:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L & e^-_R, \chi_R & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L & \mu^-_R, \chi_R & \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L & \tau^-_R, \chi_R \\
 \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & u_R, d_R & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L & c_R, s_R & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L & t_R, b_R
 \end{array}$$

Da Eichfelder grundsätzlich masselos sind, muss der Higgs-Mechanismus eingeführt werden:

Dieser beruht auf der Transformation eines skalaren Dubletts $\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ nach $U(2)$. (mehr dazu später)

Wir betrachten jetzt die $U(1) \times SU_L(2)$ als lokale Eichsymmetrie:

Damit erhalten wir als Austauscheteilchen

$$\begin{array}{l}
 W^+, W^0, W^- \\
 B^0
 \end{array}
 \text{ als } \begin{cases} U(2) \\ U(1) \end{cases} \text{ Eichfelder}$$

Die Massen für W^+, W^0, W^- werden über den Higgs-Mechanismus bestimmt.

Damit bleiben uns zwei freie Kopplungen:

g für die $U(2)$ und

$\frac{g'}{2}$ für die $U(1)$

Der Austausch von $W^{\pm,0}$ und B^0 sollen nun die schwache und elektromagnetische WW beschreiben.

	T	T ₃	Y=2Q-2T ₃
ν_e	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
e_L^-	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
e_R^-	0	0	-2
u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
d_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
u_R	0	0	$\frac{4}{3}$
d_R	0	0	$-\frac{4}{3}$

Abbildung 59: Quantenzahlen des schwachen Isospins T von Teilchen der ersten Familie

W^0 und B^0 besitzen ähnliche Eigenschaften, sie könnten also mischen:

$$\begin{pmatrix} M_W^2 & \mu \\ \mu & M_B^2 \end{pmatrix} \text{ muss nicht diagonal sein } (\mu \neq 0)!$$

Betrachten wir rotierte Zustände können wir neue Teilchen definieren:

$$A := \sin \theta_w \cdot W^0 + \cos \theta_w \cdot B^0$$

$$Z := \cos \theta_w \cdot W^0 - \sin \theta_w \cdot B^0$$

Die Eigenwertgleichung der obigen Matrix liefert uns also die Massenzustände unserer Teilchen A und Z. Wir fordern nun das A Photonen repräsentieren soll, damit folgt $M_A=0$ und weiter:

$$M_Z^2 = M_W^2 \left(1 + \frac{\sin^2 \theta_w}{\cos^2 \theta_w} \right)$$

Der Winkel θ_w wird Weinbergwinkel oder schwacher Mischungswinkel (weak mishing angle) genannt. θ_w kann experimentell bestimmt werden.

$$\sin^2 \theta_w \sim 0.23$$

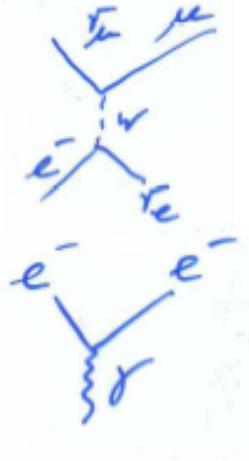
Mit der Higgs-Kopplung an die Eichfelder kann man auch Fermion-Massen erzeugen. Die Lagrange-Funktion enthält dann 25 freie Parameter +4 für massive Neutrinos.

Wir wollen nun die Mischung von W^0 und B^0 durch A und Z ausdrücken.

$$L_{\text{int}} \sim \frac{g}{\sqrt{2}} (J^+_\mu W^{-\mu} + J^-_\mu W^{+\mu}) + \left(g \sin \theta_w \cdot J_{3\mu} + \frac{g'}{2} \cos \theta_w \cdot J_{\gamma\mu} \right) A^\mu + \left(g \cos \theta_w \cdot J_{3\mu} - \frac{g'}{2} \sin \theta_w \cdot J_{\gamma\mu} \right) Z^\mu$$

Dazu benötigen wir also die Parameter g , g' und $\sin \theta_w$ (alternativ M_Z oder M_W).

Vergleichen wir unser Ergebnis mit bekannten Reaktionen erhalten wir:



$$\rightarrow \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}$$

Links- und rechtshändige Kopplung des Photons sind gleich:

$$g = \frac{e}{\sin \theta_W}$$

$$g' = \frac{e}{\cos \theta_W}$$

Betrachten wir analog dazu die Kopplung ans Z:

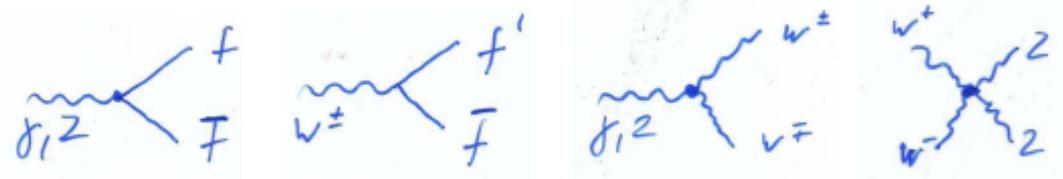


$$\sim \frac{g^2}{2 \cos^2 \theta_W} \bar{u}_e \gamma_\alpha \underbrace{\frac{(4 \sin^2 \theta_W - 1) + \gamma_5}{2}}_{\substack{\text{allg. für Fermionen:} \\ (T_{3f} - 2Q_f \sin^2 \theta_W) \gamma^\mu - T_{3f} \gamma^\mu \gamma^5 \\ =: g_V \quad =: g_A}} u_e \text{ für Elektronen}$$

Je nach Teilchen erhält man unterschiedliche Koeffizienten, wobei zu sehen ist, das im Allgemeinen $g_V \neq g_A$:

Photonen	$g_V^\gamma = \frac{1}{2}$
Elektronen	$g_V^e = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \approx -0.04$
Up-Quark	$g_V^u = \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W \approx 0.19$
Down-Quark	$g_V^d = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \approx -0.35$

Die Formeln können mit Hilfe der Feynman-Diagramme graphisch dargestellt werden:



Die Diagramme mit Higgs-Bosonen werden wir später behandeln.

1.2. Hadronen in der elektroschwachen Theorie

Die Zustände $D = (d \ s \ b)$ sind keine Eigenzustände der schwachen WW. Um diese zu erhalten, benötigt man rotierte Zustände:

$$D' = V_{CKM} D$$

V_{CKM} heißt Cabibo-Kobajashi-Maskara-Matrix.

In unserem rotierten System ergibt sich dann für die W^\pm :

$$J^\mu = (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

und für die Z-Bosonen:

$$J^\mu = (\bar{d} \quad \bar{s} \quad \bar{b}) (g_v \gamma^\mu - g_a \gamma^\mu \gamma^5) \underbrace{V_{\text{CKM}}^\dagger V_{\text{CKM}}}_1 \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

1.3. CP-Verletzung im Standardmodell

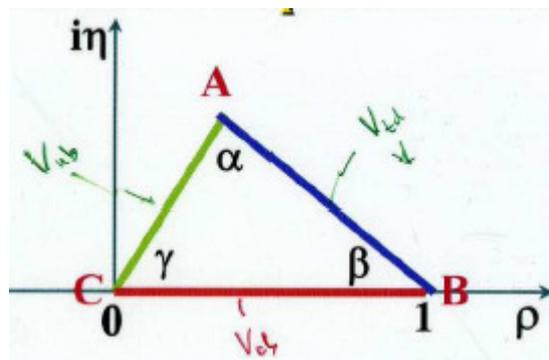
Im Standardmodell mit drei Familien muss V_{CKM} unitär sein. Eine unitäre 3x3 wird durch drei reelle Parameter und eine Phase definiert. (Wolfenstein-Parametrisierung)

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

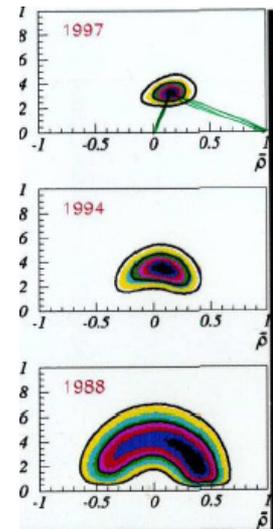
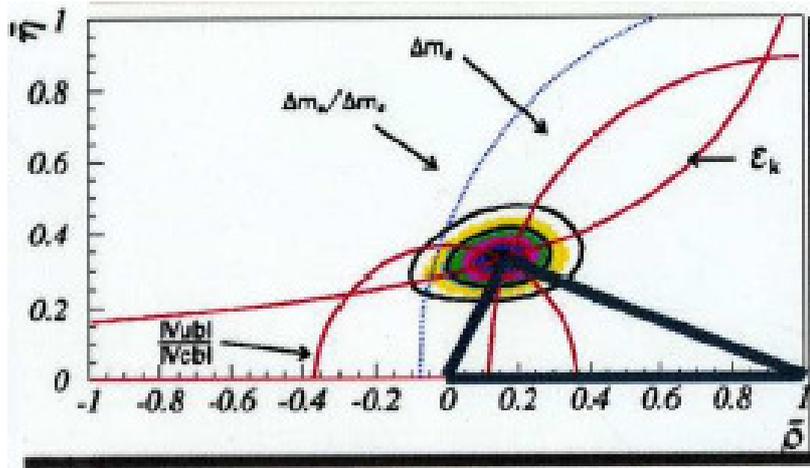
Unitarität heißt: $V(V^*)^T = 1$, damit folgt:

$$\begin{aligned} \rightarrow V_{ud}^* V_{ub} + V_{cd}^* V_{cb} + V_{td}^* V_{tb} &= 0 \\ \rightarrow (\rho + i\eta) + 1 + (1 - (\rho + i\eta)) &= 0 \end{aligned}$$

Geometrisch kann man damit ein Dreieck in der komplexen Ebene, das Unitariätsdreieck, konstruieren:



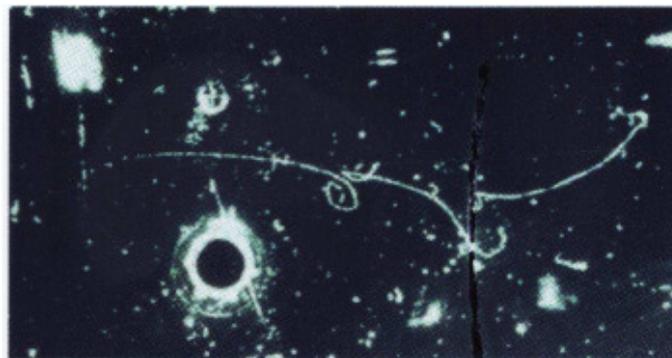
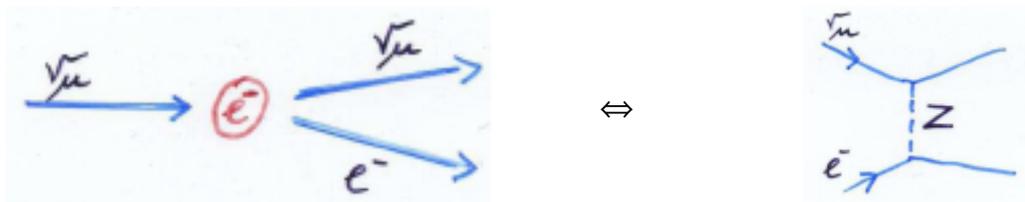
Durch Messungen der Seiten aus B-Oszillationen, $b \rightarrow u$ Zerfällen und CP-Verletzung im K-System kann das Unitariätsdreieck experimentell bestimmt werden.



1.4. Experimente zur elektroschwachen Physik

1.4.1. Neutrino-Streuung

Die Bestätigung der Glashow-Salam-Weinberg-Theorie, wurde 1973 bei Gargamelle am CERN bei der Streuung eines Myon-Neutrinos an einem Elektron vollzogen:



Entdeckung der schwachen Ströme

In der Heavy-Liquid-Blasenkammer bei Gargamelle am CERN werden Myonen geraden Spuren zugeordnet, Elektronen haben Bremsstrahlung die wiederum Paarerzeugung macht.

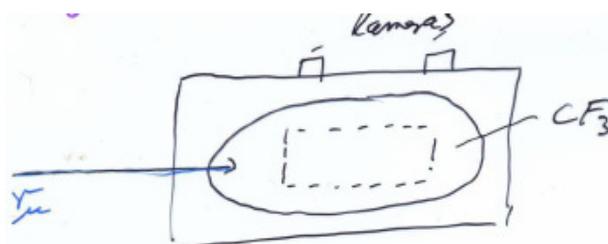
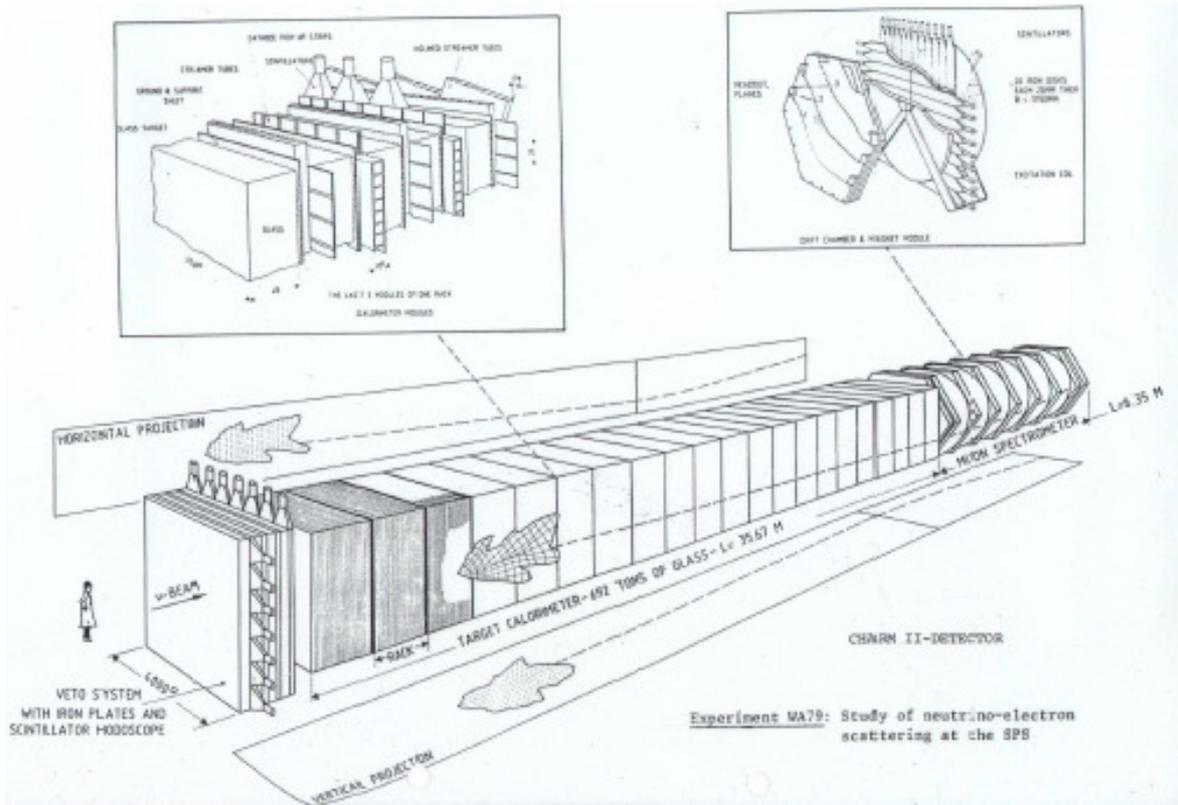
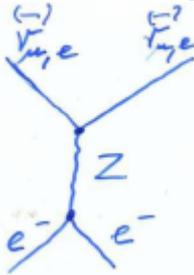


Abbildung 60: Blasenkammer Gargamelle, 4,8 m lang, 1,8 m Durchmesser. Photographische Registrierung der Ereignisse, die per Bildeingabe am Computer ausgewertet werden können.



Zur Neutrino-Streuung an einem Elektron stehen folgende Prozesse zur Verfügung:



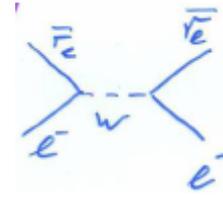
$\bar{\nu}_\mu e$ - Streuung

$\nu_e e$ - Streuung

$\bar{\nu}_e e$ - Streuung



$\nu_e e$ - Streuung

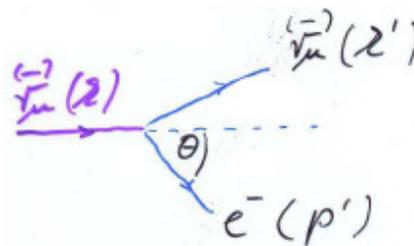


$\bar{\nu}_e e$ - Streuung

Betrachten wir die Kinematik im Laborsystem:

$$y := \frac{E'_e - m_e}{E_\nu} \approx \frac{E'_e}{E_\nu}, 0 \leq y \leq 1$$

$$\cos \theta = \left(1 + \frac{m_e}{E_\nu}\right) \sqrt{\frac{E'_e - m_e}{E'_e + m_e}}$$



$\xrightarrow{E'_e, E_\nu \gg m_e} \theta^2 \approx \frac{2m_e}{E'_e} (1-y)$, man erhält hierfür einen typischen Wert mit $\theta \sim 0.4^\circ$. Weiter

gilt:

$$\frac{d\sigma(\nu_\mu \rightarrow e)}{dy} = \frac{G_F^2}{\pi} 2m_e E_\nu \left(g_L^2 + g_R^2 (1-y)^2 - g_L g_R \frac{m_e}{E_\nu} y \right)$$

mit $g_L = \frac{(g_v + g_a)}{2}$; $g_R = \frac{(g_v - g_a)}{2}$ für die linksseitige und rechtsseitige Kopplung und $g_a = -\frac{1}{2}T_e^3$, $g_v = -\frac{1}{2} + 2 \sin \theta_w$ aus der GSW-Theorie. Diese Parameter können aus den (Anti-)Neutrino-Streuexperimenten gewonnen werden.

Betrachten wir noch die Neutrinostreuung an einem Neutron:

Dies ermöglicht ein Studium der up- und down-Quarks.

Dazu sind Experimente mit verschiedener u, d-Zusammensetzung nötig. Man betrachtet folgende Messgrößen:

$$R_v := \frac{\sigma(\nu_\mu n \rightarrow \nu_\mu X)}{\sigma(\nu_\mu n \rightarrow \mu^- X^+)} = f(\sin^2 \theta_w)$$

$$R_{\bar{\nu}} := \frac{\sigma(\bar{\nu}_\mu n \rightarrow \bar{\nu}_\mu X)}{\sigma(\bar{\nu}_\mu n \rightarrow \mu^+ X^-)} = f(\sin^2 \theta_w)$$

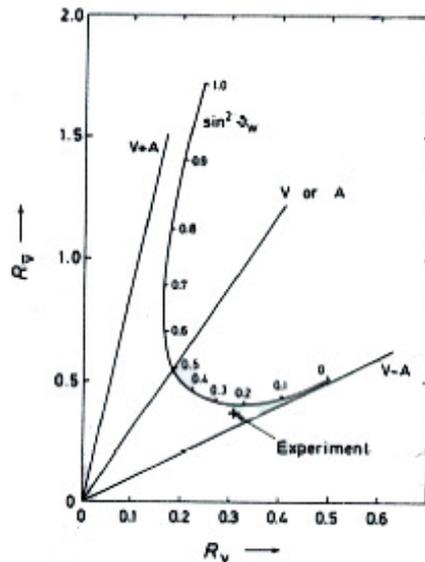
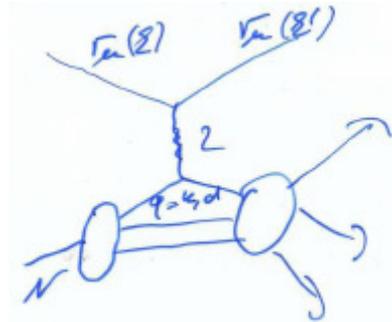
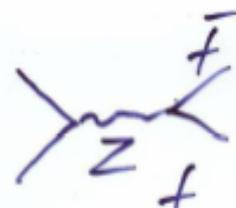
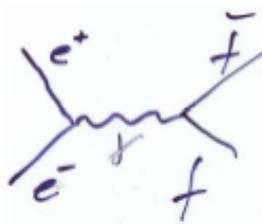


Abbildung 61: so genannte "Weinbergnase", mit experimentellem Wert aus Messungen bis 1984

1.4.2. Photon-Z-Boson Interferenz

Wir wollen die Interferenz zwischen den Photonen und Z-Bosonen unter Positron-Elektron-Annihilation betrachten. Dies wird durch zwei Diagramme beschrieben:



Es gibt noch zusätzliche Diagramme in $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$

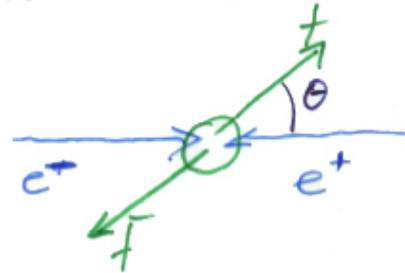
Diese WW ist vernachlässigbar für $\sqrt{s} \ll M_Z$

Wir betrachten wiederum die Kinematik im Schwerpunktsystem:

Die Schwerpunktsenergie ist $\sqrt{s} = m_{e^+e^-}$

Für das Matrixelement gilt:

$$M_{fi} = |M_\gamma + M_Z|^2 = |M_\gamma|^2 + |M_Z|^2 + M_{\gamma Z}$$



Damit lässt sich der Wirkungsquerschnitt berechnen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = N_i^+ \frac{\alpha^2}{4s} \cdot c_1 (1 + \cos^2 \theta) + \underbrace{c_2 \cos \theta}_{\text{Aus } \gamma\text{-Z Interferenz}}$$

$$c_1 = Q_e^2 \cdot Q_f^2 + \frac{\chi^2}{16} (g_v^{e2} + g_a^{e2})(g_v^{f2} + g_a^{f2}) + \frac{\chi}{2} Q_e Q_f g_v^e g_v^f$$

$$c_2 = \frac{\chi^2}{2} g_v^e g_a^e g_v^f g_a^f + \chi Q_e Q_f g_v^e g_v^f$$

$$\text{Z-Propagator: } \chi = \frac{\sqrt{2}G_F}{\pi\alpha} \frac{s \cdot M_Z^2}{s - M_Z^2} \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ für } s \ll M_Z^2$$

Ohne Z-Bosonen (also reine QED) gäbe es keine $\cos \theta$ -Terme.

Eine der experimentellen Größen ist der totale Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d \cos \theta} \cdot d \cos \theta$$

Er ist unabhängig von $\cos \theta$.

$$A_{\text{tb}} = \frac{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d \cos \theta} \cdot d \cos \theta - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d \cos \theta} \cdot d \cos \theta}{\sigma_{\text{tot}}}$$

hier tragen die $1 + \cos^2 \theta$ -Terme nicht bei.

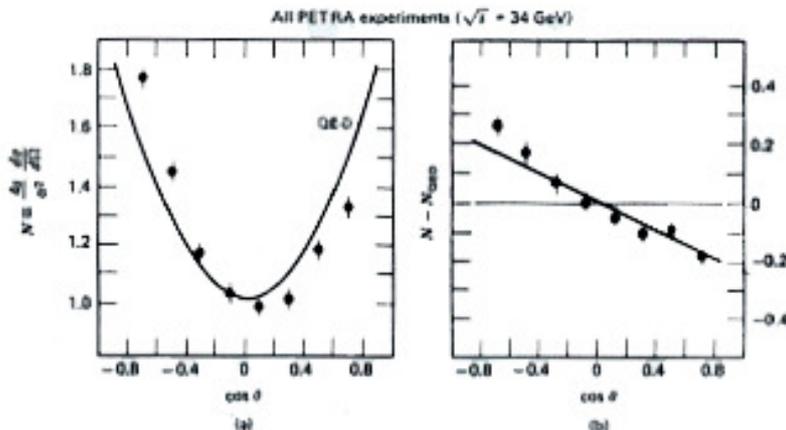


Abbildung 62: Abweichungen zur QED-Vorhersage durch Interferenzen zwischen Photonen und Z-Bosonen

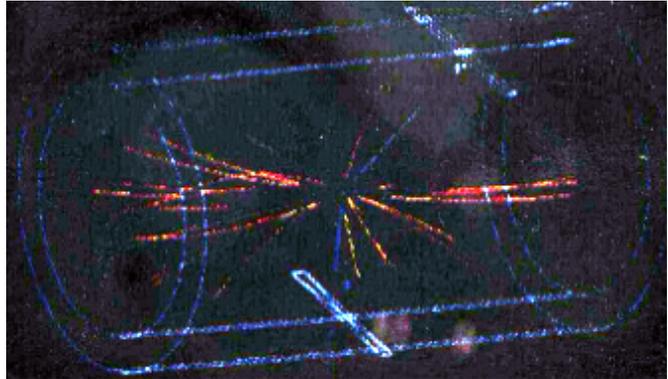
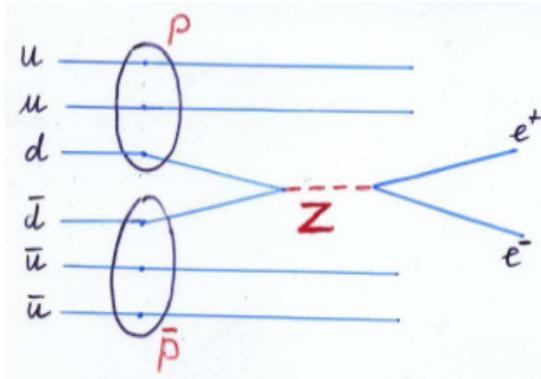
Wir vergleichen die experimentellen Werte mit den theoretischen Vorhersagen.

$$A_{\text{tb}}^{\text{meas}} \approx -8\% \text{ und } A_{\text{tb}}^{\text{theo}} \approx -0.31 g_a^e g_a^\mu$$

→ $g_a^e g_a^\mu \approx 0.25$ und unter der Annahme $|g_a^e| = |g_a^\mu| = 0.5$

1.4.3. Z als reelles Teilchen

Da Z-Boson wurde als reelles Teilchen 1983 bei SppS am CERN entdeckt.



Reelle Z^0 und W^\pm werden in Proton-Antiprotonkollisionen erzeugt.

$$p\bar{p} \rightarrow W^\pm + X \rightarrow \begin{cases} e^\pm + \nu_{e^\pm} + X \\ \mu^\pm + \nu_{\mu^\pm} + X \end{cases}$$

$$p\bar{p} \rightarrow Z^0 + X \rightarrow \begin{cases} e^+ + e^- + X \\ \mu^+ + \mu^- + X \end{cases}$$

Elektronen und Myonen sind im Detektor leicht zu identifizieren. Die Signatur, die auf reelle Z^0 und W^\pm schließen lässt, ist hochenergetische Leptonen mit hohem Transversalimpuls.

Beispiel: *Wahrscheinlichkeit eines W-Ereignisses*

Bei einer Luminosität von $4 \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$ wird alle 40 Minuten ein W-Boson erzeugt. Der Zerfall

$W \rightarrow (e^\pm + \nu_{e^\pm})$ oder $(\mu^\pm + \nu_{\mu^\pm})$ findet alle 200 min statt. Die Nachweiswahrscheinlichkeit liegt bei 50%.

Beispiel: UA1-Detektor
 Der UA1-Detektor (bis 1985) ist ein zentraler Spurdetektor des SppS am CERN mit einem Magnetfeld von $B=0.7\text{ T}$. Er besitzt Blei-Szintillator-Kalorimeter. Das Rückflussjoch ist instrumentiert mit Szintillatoren (Hadron-Kalorimeter). Vor der Driftkammer sind zum μ -Nachweis Eisenabsorber angebracht. Die Schwerpunktsenergie beträgt 630 GeV .

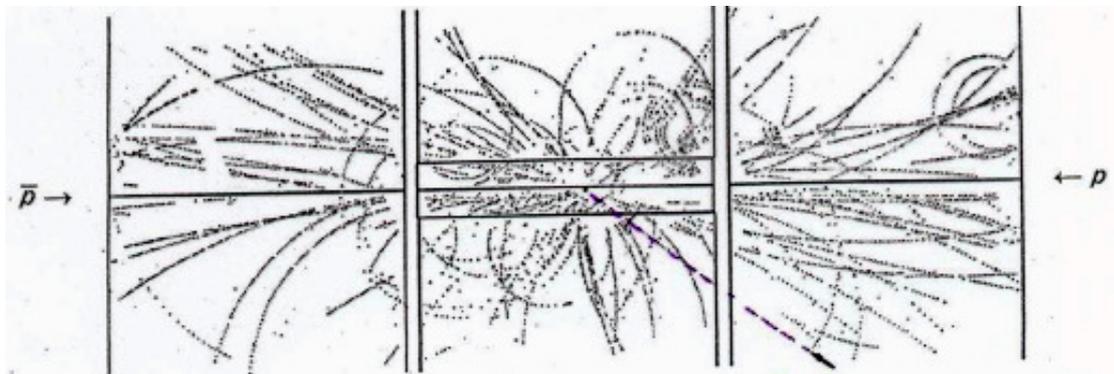
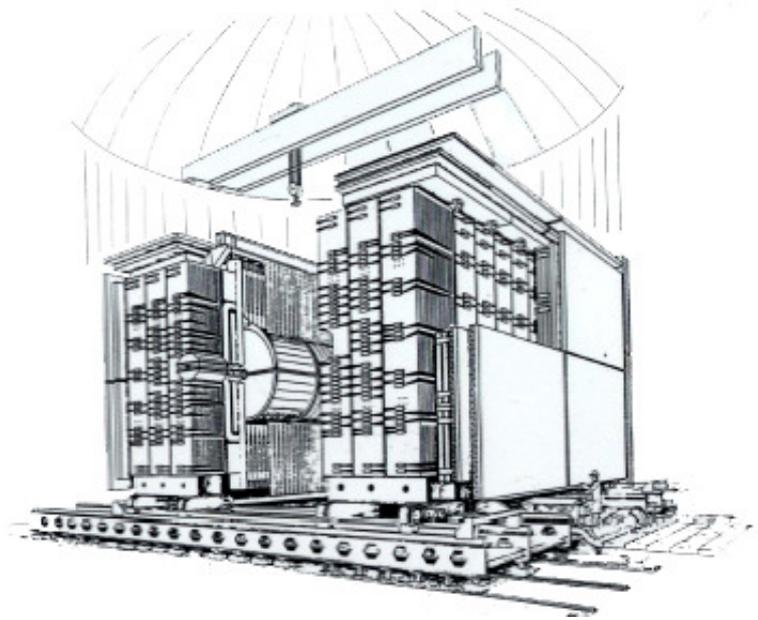
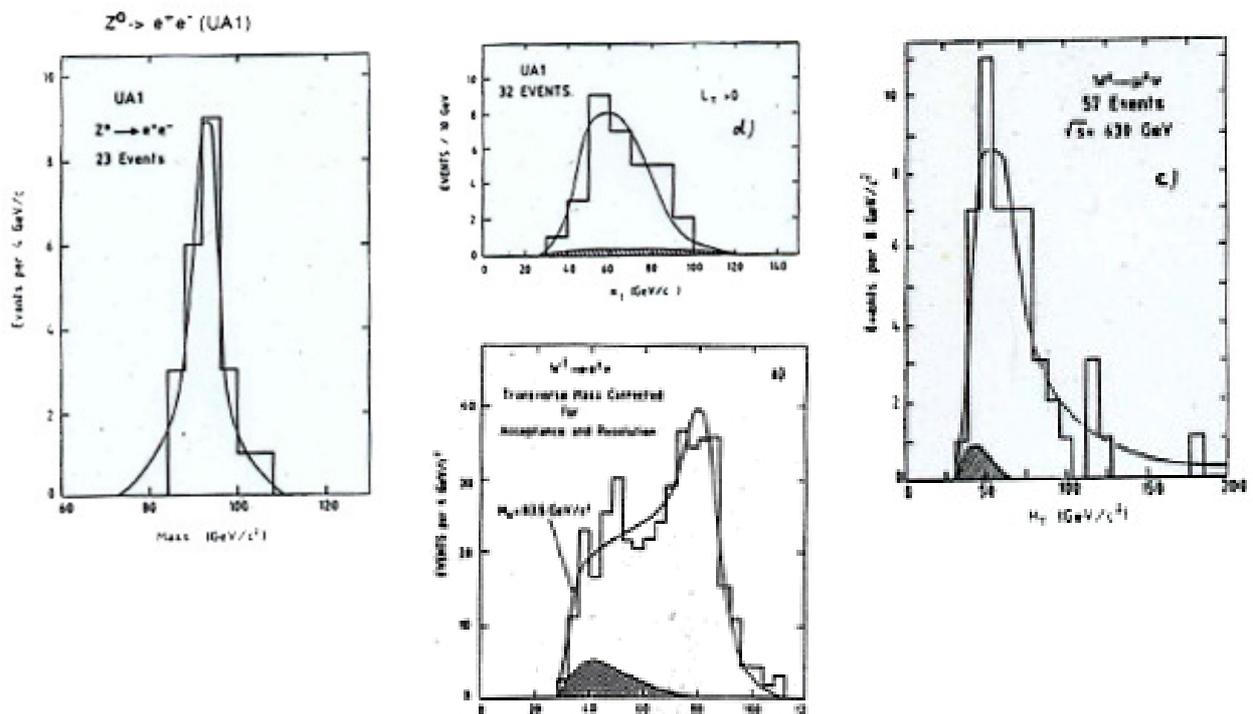
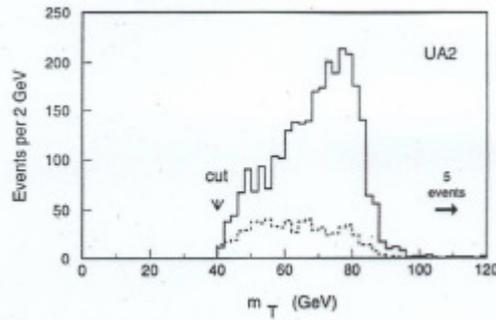


Abbildung 63: Nach schräg rechts unten ist das hochenergetische Positron hervorgehoben ($E=42\text{ GeV}$, $p_T=26\text{ GeV}/c$), das mit dem fehlenden Transversalimpuls von $26\text{ GeV}/c$ auf das W-Boson-Ereignis rückschließen lässt.

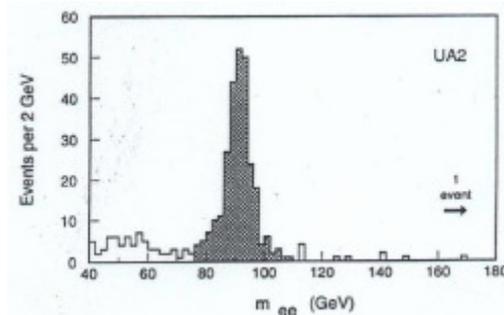


Beispiel: UA2 (bis 1990)

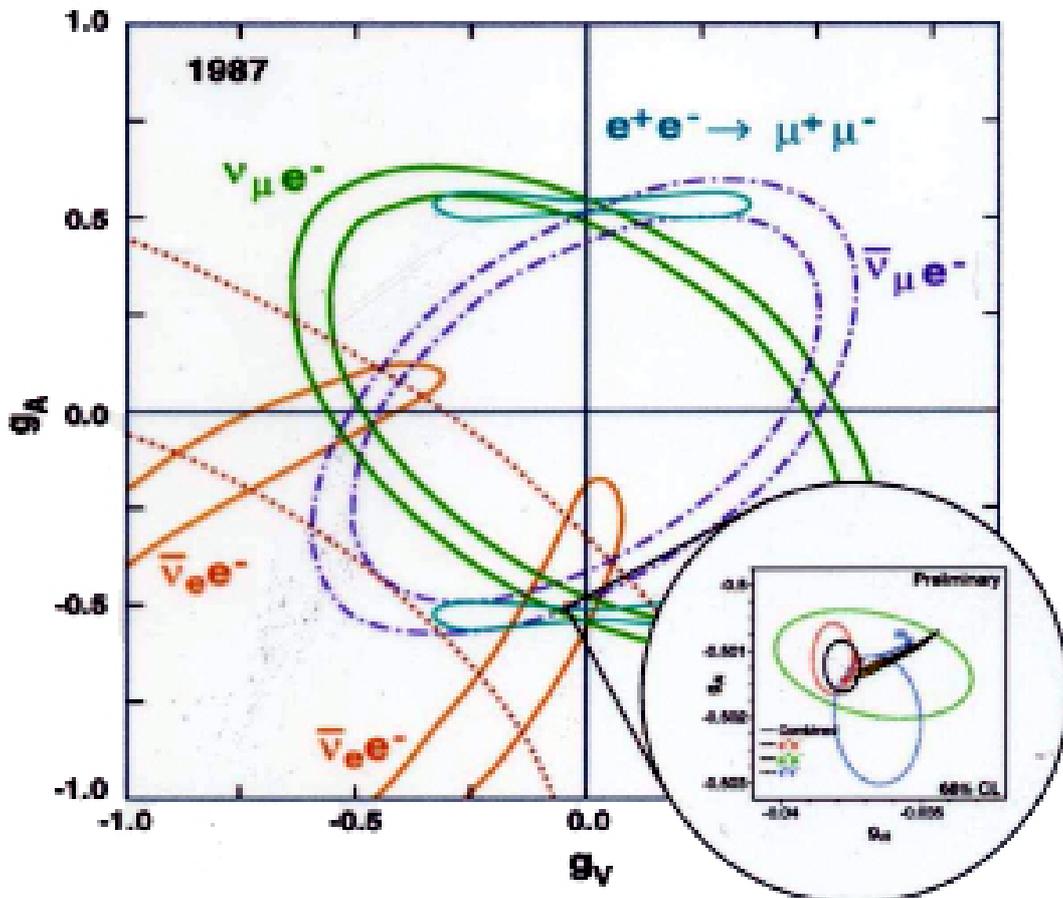
Das Spektrum der transversalen Masse von W-Kandidaten:



Das Spektrum der invarianten Masse der in Frage kommenden Elektronen-Paare. Der Peak zeigt die Z-Kandidaten.



Die folgende Abbildung zeigt den Stand der g_V - g_A -Messungen 1987. Das eingefügte Fenster zeigt den Status nach den LEP/SLC Messungen.



1.5. Das GSW-Modell in höheren Ordnungen

Die Parameter des Modells waren:

Elementarladung e

Eichboson-Massen: M_W, M_Z

oder Fermikonstante G_F , Weinbergwinkel $\sin^2 \theta_W$

12 Fermion-Massen

oder 12 Higgs-Fermion-Kopplungen

Higgsmasse

Quark-Mischungsmatrix (CKM)

Lepton-Mischungsmatrix

Wir hatten folgende Beziehungen niedrigster Ordnung:

$$\frac{G_F^{(0)}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi \cdot \alpha^{(0)}}{2(M_W^{(0)})^2 \sin^2 \theta_W^{(0)}}$$

$$\sin^2 \theta_W^{(0)} = 1 - \left(\frac{M_W^{(0)}}{M_Z^{(0)}} \right)^2$$

Bei der Berücksichtigung höherer Ordnungen ist Regularisierung und Renormierung notwendig. Es müssen weitere Propagatoren berücksichtigt werden:

$$M_W, M_Z, M_H, M_{f_i}$$

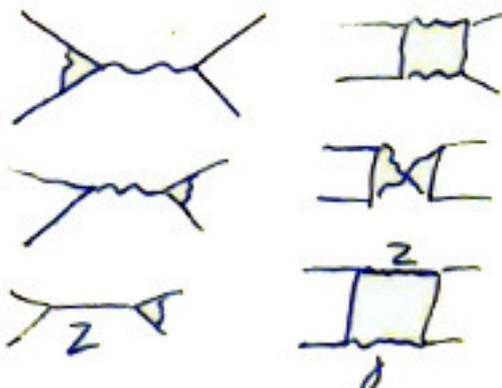
Wir betrachten die Korrekturen zu



Photonische Korrekturen:

Inneres Photon

Photon-Abstrahlung



Propagator-Korrekturen:



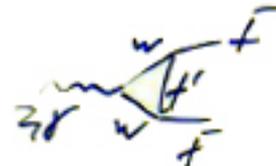
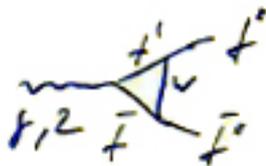
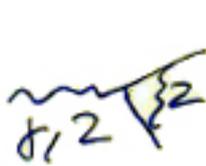


Dies Korrekturen wirken sich auf die Elementarladung aus

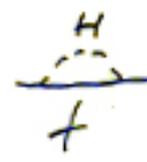
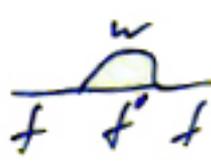
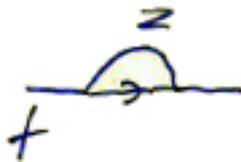


Diese Korrekturen wirken sich auf den Weinbergwinkel aus

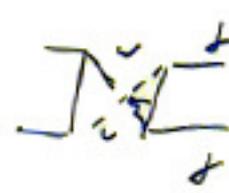
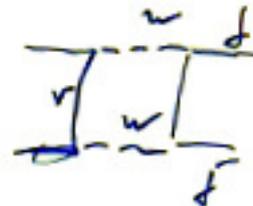
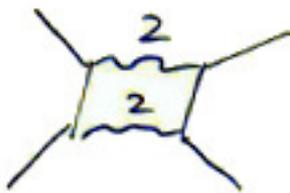
Vertex-Korrekturen:



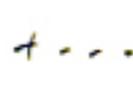
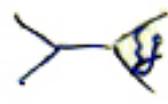
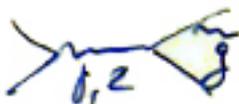
Z, W, H Beitrag zur „Selbstenergie“:



Box-Diagramme:



QCD-Korrekturen (nur für Quarks):



Eine vergleichbare Klassifizierung ist in höheren Ordnungen gar nicht mehr möglich

1.6. Parameter des Standardmodells

(Die Wahl ist ein Stück weit Konvention)

α, G_F laufende Kopplung $\rightarrow \alpha(M_Z), G_F(M_Z)$

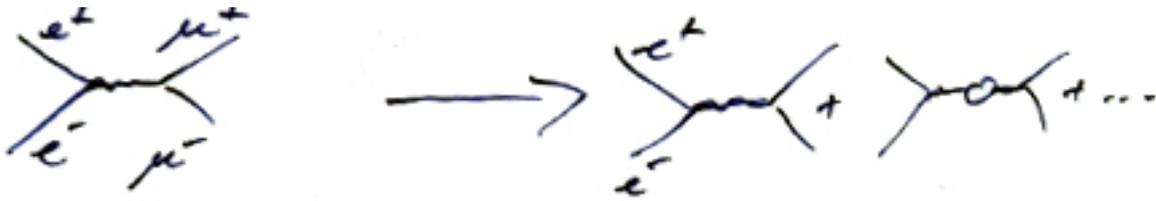
M_Z Polmasse, M_W und $\sin^2 \theta_W$ sind daraus berechenbar

m_f Fermion-Massen

m_H Higgsmasse

V_{CKM} CKM-Matrix für Fermionen und Neutrinos

Vor allem die Top- und die Higgsmasse spielen bei Berücksichtigung der Korrekturen höherer Ordnung eine größere Rolle:



$$F(e, G_F, m_e, m_\mu, M_Z) \rightarrow F(e, G_F, m_e, m_\mu, M_Z, m_f, m_H)$$

Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$(M_Z^2 - M_W^2) \cos^2 \theta_W = M_Z^2 \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W = \frac{\pi \alpha^{(0)}}{\sqrt{2} G_F} \cdot \frac{1}{1 - \Delta \Gamma}$$

mit einem Korrekturfaktor $\Delta \Gamma = \Delta \alpha + \Delta \Gamma_W$, wobei $\alpha = \frac{\alpha^{(0)}}{1 - \Delta \alpha}$ und $\Delta \Gamma_W$ die schwachen Korrekturen sind.

Es gibt aber noch verschiedene weitere Definitionen des schwachen Mischungswinkels. Wir definieren einen effektiven Weinbergwinkel $\sin^2 \bar{\theta}_W$, der die Vertex-Korrekturen mit einbezieht:

$$\sin^2 \theta_W^{eff, f} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{g_v^{eff}}{g_a^{eff}} \right)$$

wobei der Weinbergwinkel hier von den im Experiment gemessenen Kopplungen abhängt.

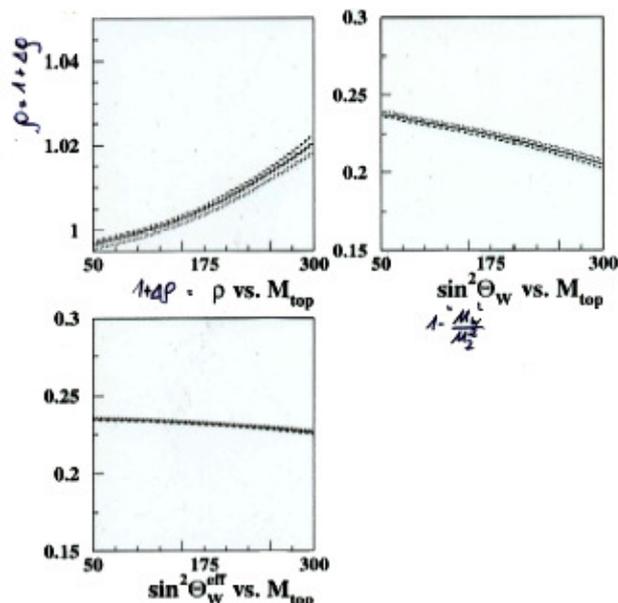
Dies hat Modifikationen der Kopplungen zur Folge:

$$g_a^f = I_3^f \quad \rightarrow \quad g_a^{eff} = \sqrt{\rho} I_3^f = \sqrt{1 + \Delta \rho} I_3^f$$

$$g_v^f = I_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_W \quad \rightarrow \quad g_v^{eff} = \sqrt{1 + \Delta \rho} \left(I_3^f - 2Q_f \underbrace{\sin^2 \theta_W^{eff}}_{\sin^2 \theta_W + \Delta \chi} \right)$$

$\Delta \Gamma_W$, $\Delta \rho$ und $\Delta \chi$ absorbieren alle höheren Ordnungen (in exzellenter Näherung). Zur Berücksichtigung höherer Ordnungen geht man zu den effektiven Kopplungen über (verbesserte Bornsche Näherung).

Beispiel: Abhängigkeiten elektroschwacher Korrekturen von der Top- und Higgsmasse. Siehe nebenstehende Abbildung.



Beispiel: Anzahl der Neutrinogenerationen

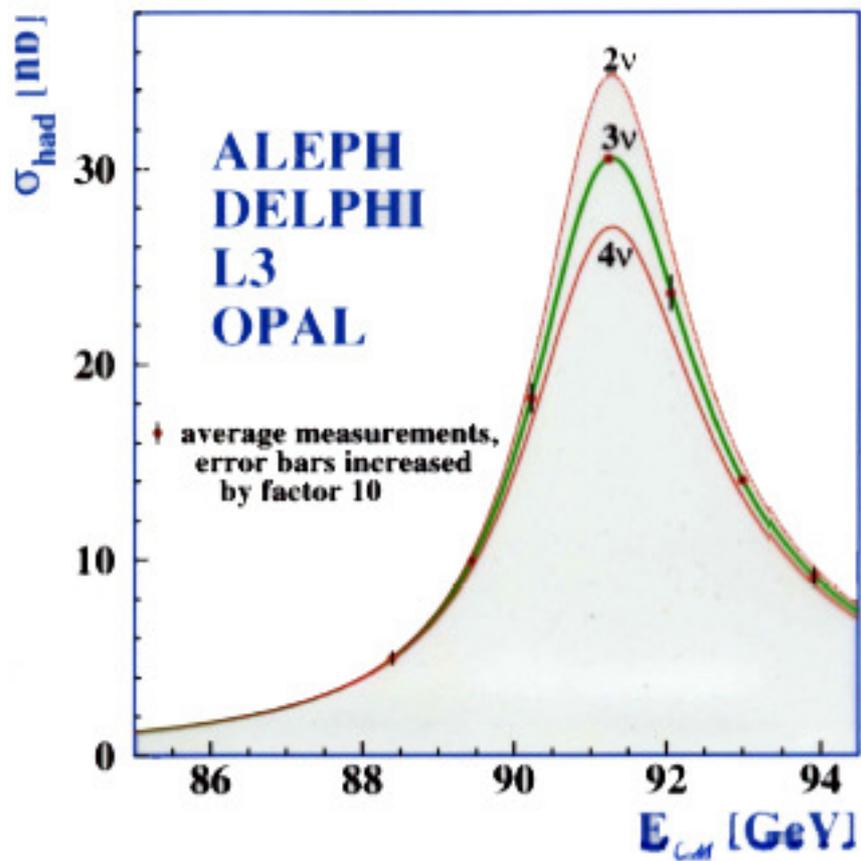
$$\Gamma_Z = \Gamma_e + \Gamma_\mu + \Gamma_\tau + \Gamma_{\text{had}} + \underbrace{N_\nu \Gamma_\nu}_{\Gamma_{\text{inv}}}$$

Für den Wirkungsquerschnitt gilt:

$$\sigma_0^{\text{had}} = \frac{12\pi}{m_Z^2} \cdot \frac{\Gamma_e \Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_Z^2}$$

D.h. der Wirkungsquerschnitt der Hadronen ist abhängig von der Anzahl der existierenden Neutrinos. Über die Messung des Querschnitts, kann dann die Anzahl berechnet werden:

$$N_\nu = \frac{\Gamma_{\text{inv}}}{\Gamma_u} \left/ \left(\frac{\Gamma_\nu}{\Gamma_u} \right) \right. = 2.9841 \pm 0.0083$$



1.7. Elektroschwache Präzisionsdaten

- Masse M_Z und Breite Γ_Z des Z^0 Bosons

Definition über den Nenner der Breit-Wigner-Resonanzformel:

$$\sigma_{f\bar{f}}(s) = \sigma_f^{(0)} \frac{s \cdot \Gamma_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + \left(\frac{s\Gamma_Z}{M_Z}\right)^2}, \text{ wobei } \sigma_f^{(0)} \text{ der Wirkungsquerschnitt am Pol}$$

- Der hadronische Wirkungsquerschnitt am Z-Pol

$$\sigma_{\text{had}}^{(0)} = \frac{12\pi}{M_Z^2} \cdot \frac{\Gamma_{\text{had}} \cdot \Gamma_{ee}}{\Gamma_Z^2}$$

- Das Verhältnis von hadronischer zu leptonischer Breite am Z-Pol

$$R_\ell^{(0)} = \frac{\Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_{\ell\ell}}$$

$\Gamma_{\ell\ell}$ wird aus Z^0 Zerfälle in e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ und $\tau^+\tau^-$ bestimmt. Dazu wird die Lepton-Universalität angenommen:

$$\Gamma_{\ell\ell} = \Gamma_{ee} = \Gamma_{\mu\mu} = \Gamma_{\tau\tau}$$

Diese Universalität ist nur für masselose Leptonen exakt.

Die τ -Massenkorrektur beträgt 0.2%

- Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie geladener Leptonen am Z-Pol

$$A_{\text{FB}}^{(0)\ell} = \frac{\sigma_{\text{F}}(\ell^-, 90^\circ < \theta \leq 180^\circ) - \sigma_{\text{B}}(\ell^-, 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)}{\sigma_{\text{F}}(\ell^-, 90^\circ < \theta \leq 180^\circ) + \sigma_{\text{B}}(\ell^-, 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)}$$

- Effektive leptonsche Kopplung A abgeleitet aus der τ -Polarisation
Die Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung führt dazu, dass bei Z^0 Zerfällen longitudinal polarisierte Fermionen auftreten. Diese Polarisation ist Zerfall $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ messbar über paritätsverletzende Zerfälle des τ -Leptons. Diese Polarisation P_τ wird über den Wirkungsquerschnitt für die Produktion links- und rechtshändiger Leptonen definiert.

$$P_\tau = \frac{\sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{L}}}{\sigma_{\text{R}} + \sigma_{\text{L}}}$$

Gemittelt über alle Produktionswinkel erhält man die effektive leptonsche Kopplung.

$$\langle P_\tau \rangle = -A_\tau$$

- Top-Quark-Masse gemessen von CDF und D0

- Effektiver leptonischer schwacher Mischungswinkel $\sin^2 \theta_{eff}^\ell$
Wird aus der inklusiven hadronischen Ladungsasymmetrie Q_{FB} bestimmt. Sie wird aus der gewichteten Summe der Spurladungen in den Quark- Antiquark-Hemisphären hadronischer Z^0 Zerfälle gemessen.
- Effektive leptonische Kopplung A abgeleitet aus Links-Rechts-Asymmetrien, gemessen mit polarisierten Elektron-Positron-Strahlen bei SLD für Elektron-, Myon- und Tau-Endzustände.

$$A_{LR} = \frac{N_L - N_R}{N_L + N_R} \cdot \frac{1}{P_e}, \text{ wobei } P_e \text{ die Polarisation des } e^-e^+ \text{-Strahls}$$

- Verhältnis der b- und c-Quark-Partialbreiten des Z^0 -Boson zur totalen hadronischen Breite.

$$R_b^{(0)} = \frac{\Gamma_{bb\bar{b}}}{\Gamma_{had}} \quad R_c^{(0)} = \frac{\Gamma_{cc\bar{c}}}{\Gamma_{had}}$$

- Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien der Zerfälle $A_{FB}^{(0)b}$, $A_{FB}^{(0)c}$
Sie werden analog zu den leptonischen Asymmetrien definiert.
- Effektive Kopplung der b- und c-Quarks A_b , A_c (analog leptonischer Kopplung)
- Masse und Breite des W-Bosons
Kombiniert aus Messungen an Hadronbeschleunigern (UA2, CDF, D0) und LEP2.

2. Quantenchromodynamik (QCD)

2.1. QCD als Eichtheorie

<Spin-Statistik-Problem/Farbwellenfunktion>

<Rückblick QED>

<QCD als Quantenfeldtheorie, Strukturkonstanten, Gluonfelder>

<Feynman-Formalismus>

<Renormierung/asymptotische Freiheit>

2.2. Experimentelle Bestätigung

2.2.1. Experimenteller Nachweis der Farbladung

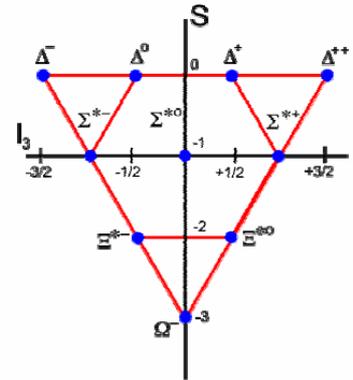
Die Farbladung kann über die verschiedensten Experimente nachgewiesen werden.

a) Nachweis über Baryonresonanzen

Die Existenz der Zustände $|\Delta^{++}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$,

$|\Delta^-\rangle = |d^\uparrow d^\uparrow d^\uparrow\rangle$ und $|\Omega^-\rangle = |s^\uparrow s^\uparrow s^\uparrow\rangle$ sind nur mit Hilfe der Farbladung mit den Regeln der Spin-Statistik in Einklang zu bringen.

Das war auch die ursprüngliche Motivation die Farbladungen einzuführen.

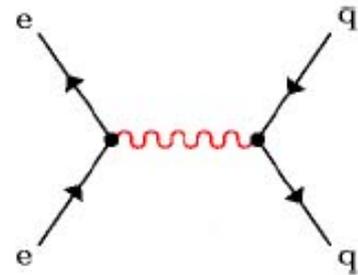


b) Nachweis über das R-Verhältnis bei e^+e^- -Annihilation

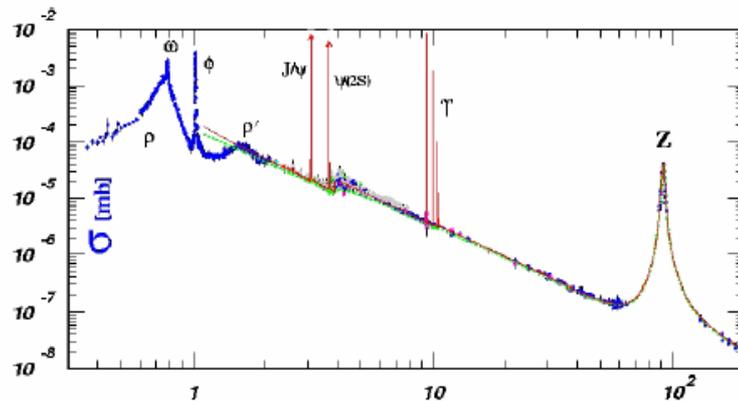
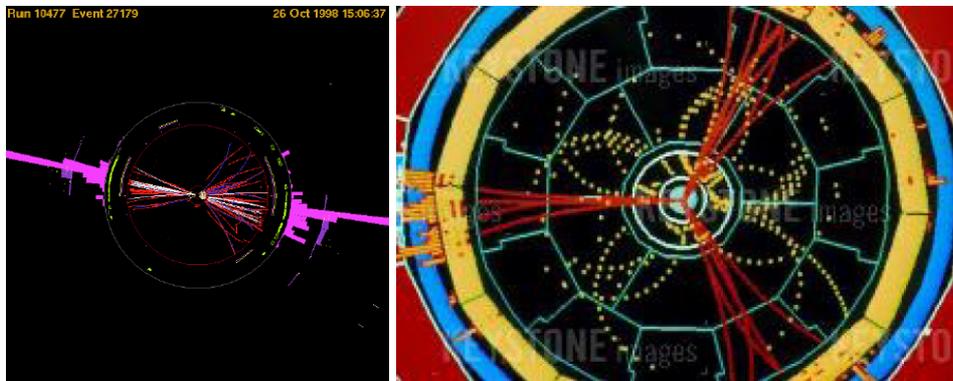
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_{\text{Farbe}} \cdot \sum_{i=u,d,s,c,b,t} Q_i^2$$

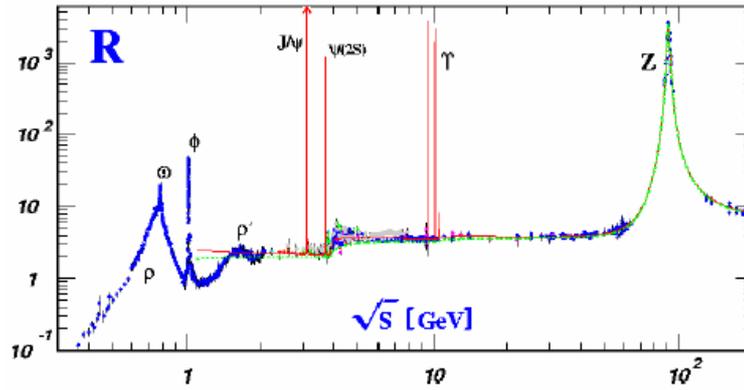
Für die Energie gilt natürlich $E > 2m_i$.

Die Photonen koppeln an die Ladung der Quarks, die wiederum Jets im Detektor bilden. Diese Jets können inklusiv gemessen werden.



Der experimentelle Befund brachte: $N_{\text{Farbe}} = 3$





Aktive Flavor	u, d, s	u, d, s, c	u, d, s, c, b	u, d, s, c, b, t
R Vorhersage	2	3.33	3.66	5

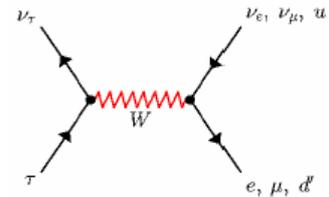
Die Daten zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem einfachen Modell in nicht-resonanten Bereichen. Der Farbfaktor wurde bestätigt.

Resonanzeffekte: $\Phi = s\bar{s}$, $\Psi = c\bar{c}$; $\Upsilon = b\bar{b}$

Die Resonanzproduktion dieser Zustände liegt bei $E_{CMS} = M_R$. Typischerweise ist diese Schwelle unterhalb der für offene Quark-Antiquark-Produktion. Bei höheren Energien $E_{CMS} > 50\text{GeV}$ wird der Prozess $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow \text{Hadronen}$ immer wichtiger. Über der Z^0 -Schwelle werden reelle Z^0 erzeugt.

c) Nachweis über den Tau-Zerfall

W-Bosonen koppeln mit gleicher Stärke an die Fermionmultipletts.



$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + X) = 2\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + l^- \bar{\nu}_l) + N_{\text{Farbe}} \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + d\bar{u})$$

Damit ergibt sich ein einfacher Zusammenhang:

$$B_e = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + X)} = \frac{1}{2 + N_{\text{Farbe}}} = 0.1784 \pm 0.0006$$

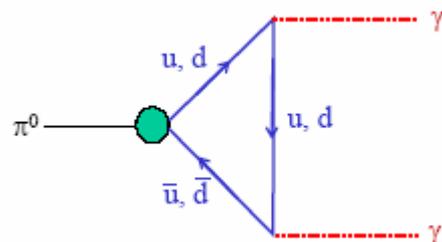
Der Unterschied zu den erwarteten 0.2 ist durch höhere Korrekturen bedingt.

d) Nachweis über die Zerfallsrate des π^0

Beim Pion-Zerfall über das Dreiecksdiagramm (rechts), tragen je drei Farben bei jedem Quark bei. Die Zerfallsrate wird also um den Faktor neun verändert.

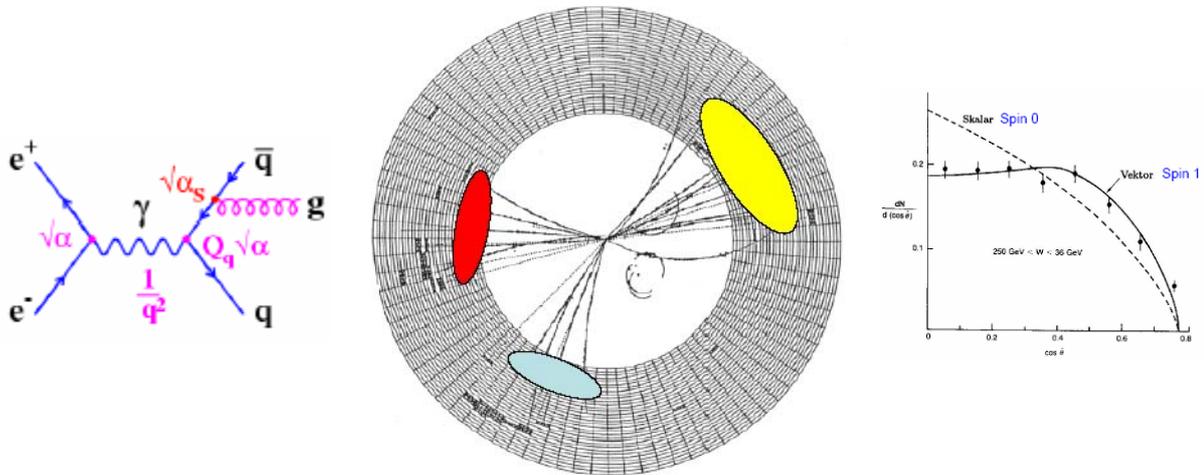
$$M = \frac{e^2}{4\pi^2} (Q_u^2 - Q_d^2) \cdot N_{\text{Farbe}}$$

$$\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma_{\text{total}}} = (98.798 \pm 0.032)\%$$



2.2.2. Existenz des Gluons

Die Abstrahlung harter Gluonen von Quarks im Endzustand erzeugen Ereignisse mit drei Jets. Dies wurde 1979 am PETRA-Ring (DESY) entdeckt. Ca. 10% aller Ereignisse sind drei Jet Ereignisse. Damit wird die Bestimmung von α_s ermöglicht



Die Messung der Ereignisrate als Funktion von $\cos \theta$, wobei der Winkel θ zwischen der Jet-Achse des höchstenergetischen Jets und der Richtung der anderen Jets in deren Schwerpunktsystem ist, ermöglicht die Bestimmung des Spins der Gluonen.

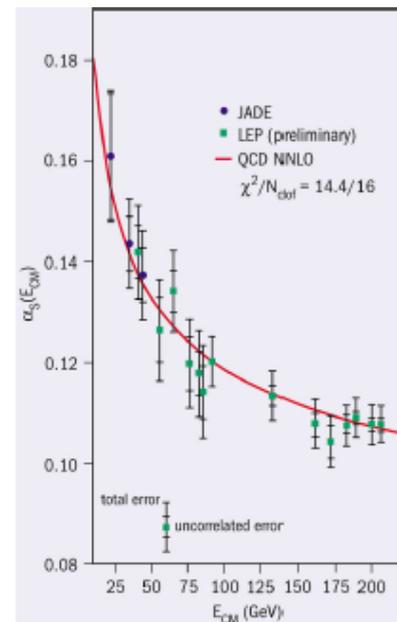
Betrachten wir die Kopplungskonstante α_s . Sie ist abhängig von der Energieskala

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_{\text{Flavor}}) \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}$$

dabei ist N_{Flavor} die Anzahl der Quarkflavor mit $2m_q < |Q|$ und Λ der Abschneideparameter unterhalb dessen die Störungsreihe zusammenbricht.

Asymptotische Freiheit (perturbativer Bereich) $Q^2 \rightarrow \infty$
 $\rightarrow \alpha_s \rightarrow 0$

Confinement (Störungstheorie bricht zusammen) $Q^2 \rightarrow 0$
 $\rightarrow \alpha_s \rightarrow \infty$



Die Messung der Kopplungskonstante wurde von JADE und LEP ausführlich vorgenommen. Dazu wurden zum einen die Jetraten betrachtet.

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow 3\text{Jets})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow 2\text{Jets})} \propto \alpha_s$$

Ebenso kann sie mit Hilfe von Variablen, welche die Ereignistopologie beschreiben, gemessen werden. So liefert z.B. die QCD Vorhersage für den Thrust T die Kopplungskonstante.

$$T = \max_{\vec{n}} \sum_i \frac{|\vec{p}_i \vec{n}|}{|\vec{p}_i|}$$

Eine weitere Möglichkeit besteht über die inklusive Messung des hadronischen Wirkungsquerschnitts. Dabei wird α_s mit Hilfe von QCD-Korrekturen zum R-Verhältnis berechnet.

$$R = R_{\text{elektroschwach}} \cdot (1 + \delta_{\text{QCD}}); \text{ wobei } \delta_{\text{QCD}} = a \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right) + b \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 + c \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3$$

2.3. OZI-Regel

Das Φ -Meson ($s\bar{s}$; $m=1020\text{MeV}$) zerfällt über die schwache Wechselwirkung. Dabei sind die Zerfallsmoden in Kaonen bevorzugt gegenüber dem Zerfall in drei Pionen, obwohl das kinematisch günstiger wäre (wg. größerem Phasenraum).

$$BR(\Phi \rightarrow K^+ K^-) = 49.1 \pm 0.6\%$$

$$BR(\Phi \rightarrow K_L K_S) = 34.1 \pm 0.5\%$$

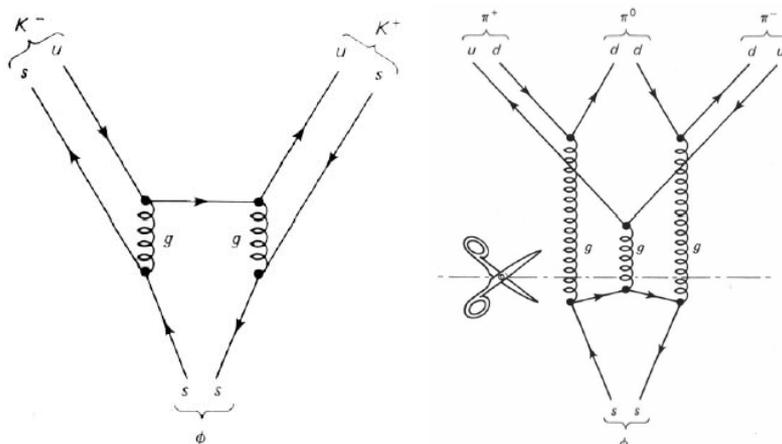
$$BR(\Phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 15.6 \pm 1.2\%$$

Der verfügbare Phasenraum hängt mit der Massendifferenz der Mutter- und Tochterteilchen zusammen.

$$\Delta m(\Phi \rightarrow K^+ K^-) = (1020 - 990) \text{ MeV} = 30 \text{ MeV}$$

$$\Delta m(\Phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = (1020 - 415) \text{ MeV} = 605 \text{ MeV}$$

Zerfälle, die über die starke WW, in denen der Endzustand nur durch Quark-Antiquark-Annihilation in Gluonen erreicht werden kann, sind unterdrückt. (Okubo-Zweig-Izuka-Regel)



Diese Unterdrückung kommt zustande, da sie Mesonen, wie alle Hadronen Farbsingulets sind. Da jedoch Gluonen Farbe tragen müssen Anfangs- und Endzustand durch mehrere Gluonen verbunden werden. Denn jeder Zustand, auch die Zwischenzustände müssen farblich neutral sein.

Ebenso muss der Gluonen-Zwischenzustand alle Quantenzahlen der QCD erhalten. Also auch die Ladungskonjugation C . Für einen 2-Gluon-Zustand ist $C=1$, im Gegensatz zu einem 3-Gluon-Zustand $C=-1$. Die Vektormesonen Φ , J/Ψ und Υ haben $C=-1$. Der Zerfall erfolgt also über einen Austausch von drei Gluonen ($\Gamma \propto \alpha_s^3$).

Da die Vektormesonen schwer sind ($M > 1 \text{ GeV}$), müssen die Gluonen die gesamte Energie auf den Endzustand übertragen, es sind also harte Gluonen ($q^2 > \Lambda^2$, asymptotische Freiheit).

Damit ist die Kopplungskonstante α_s klein.

Die Zerfallsamplitude ist unterdrückt.

Interessant wird das für die Lebensdauer von Charmonium und Bottonium. Da die Zustände $\Psi(1S)$, $\Psi(2S)$, $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ und $\Upsilon(3S)$ unterhalb der für D- bzw. B-Mesonen nötigen Energieschwelle liegen, haben sie eine um den Faktor 250 bis 1000 längere Lebensdauer.

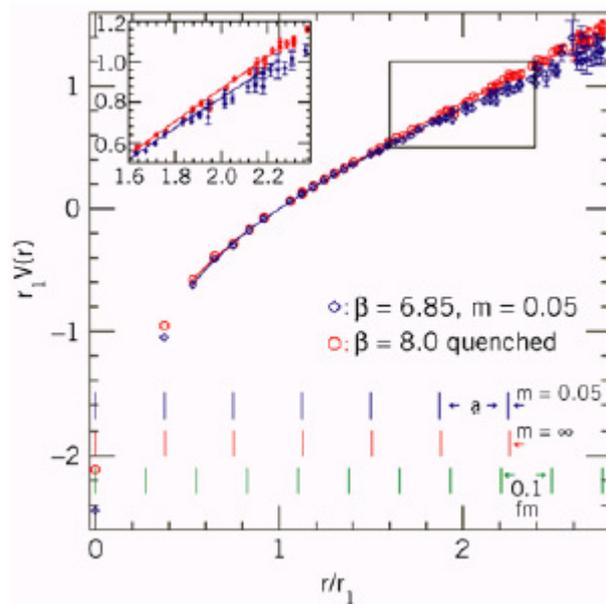
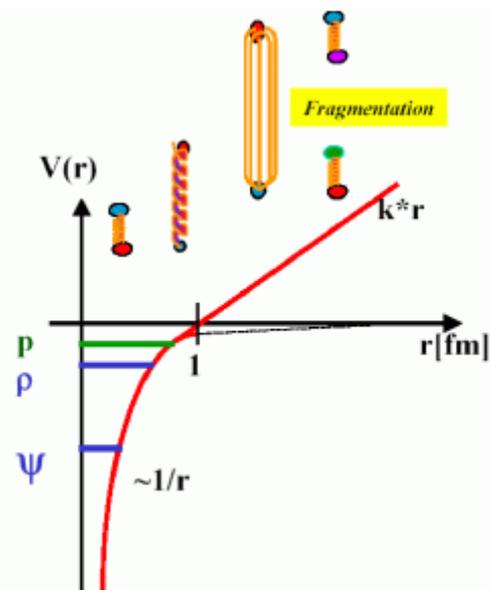
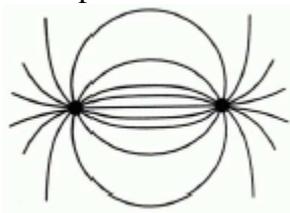


Abbildung 64: QCD-Potential aus Gitterrechnungen

2.4. Fragmentation/Confinement

Betrachten wir das QCD-Potential, fällt auf, dass die Physik für kleine Abstände und große Abstände sich stark unterscheiden. Während man das Verhalten bei kleinen Abständen durch Streuexperimente bestimmt oder gebundene Zustände betrachtet, muss man bei großen Abständen eine Fragmentation untersuchen.

Um dies zu verstehen betrachten wir die Feldlinien eines elektrischen Dipols.



Im Gegensatz zu einem QCD-Potential reichen die Feldlinien ins unendliche. Bei einem Farbdipol bilden die Feldlinien einen engen Flussschlauch wegen der Selbstkopplung der Gluonen



Dadurch wächst die Feldenergie proportional zum Abstand der beiden Pole. Bei Abständen von $x > 1\text{fm}$ ist es energetisch günstiger neue Quark-antiquark-Paare zu bilden, als das Farbfeld weiter in die Länge zu ziehen.



Es kommt zu einem Fragmentationsprozess. In einer Partonreaktion der starken WW entstehen zunächst harte farbgeladene Quarks und Gluonen, die auseinander streben. Es kommt zu einer Kaskade von Quark-Antiquark-Bildungsprozessen. Der Endzustand sind kollimierte Jets von Hadronen, denn der Lorentz-Boost der Mutterteilchen wird an die Tochterteilchen weitergegeben.

Die Fragmentation schwerer Quarks ist hart. D.h. die c- bzw. B-Hadronen tragen den größten Teil der Quarkenergie weg.

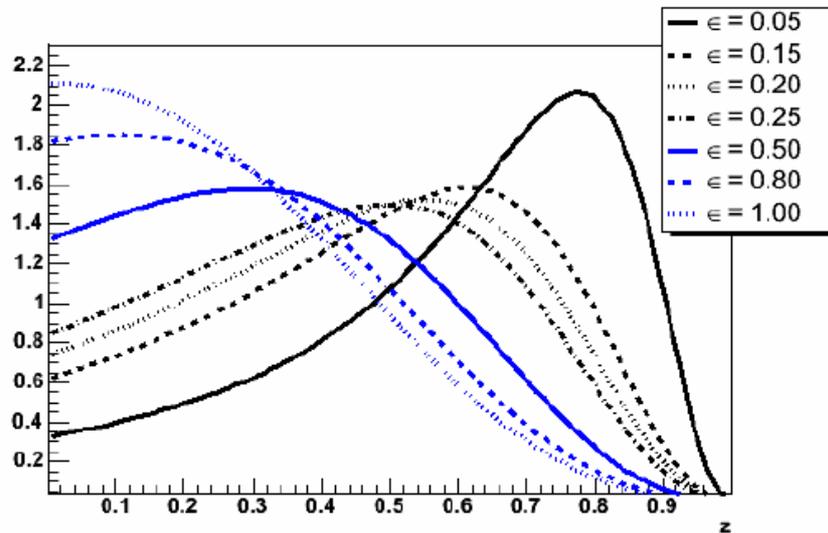
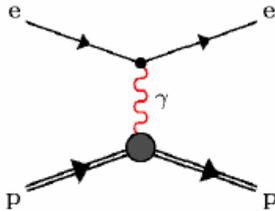
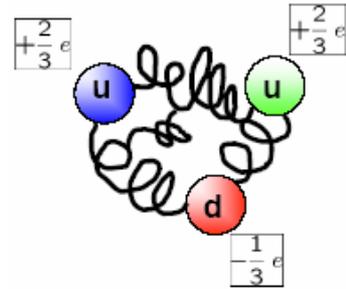


Abbildung 65: Fragmentationsfunktion

2.5. Tiefinelastische Streuung

In der einfachsten Vorstellung besteht das Proton aus drei Valenzquarks, die im Wesentlichen alle Eigenschaften bestimmen. Tiefinelastische Streuung von Elektronen an Protonen dient der Aufklärung der Protonstruktur. Die Streuexperimente zeigen, dass die Struktur der Protonen viel komplizierter ist, als naiv angenommen. Dies gilt besonders für die Spinstruktur.



Eine elastische Streuung von Protonen bedeutet, dass es intakt bleibt. D.h. man benötigt Formfaktoren K_1 und K_2 , die die Wechselwirkung eines Photons mit dem zusammengesetzten Objekt Proton beschreiben. Es gilt die Rosenbluth-Formel:

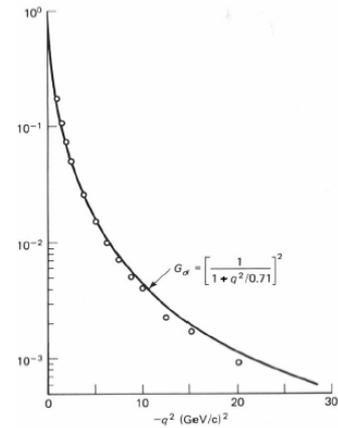
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar}{4ME \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 \frac{E'}{E} \left[2K_1 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2K_2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

Wobei E' die Energie des auslaufenden Elektrons ist:

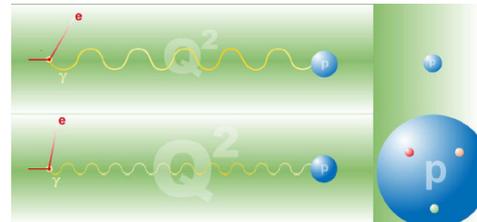
$$E' = \frac{E}{1 + \frac{2E}{Mc^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

In der Literatur gibt es meist auch eine andere Definition des Formfaktoren - G_M und G_E . Sie sind Funktionen von Q^2 . Sie haben die gleiche funktionale Form (Dipol-Form)

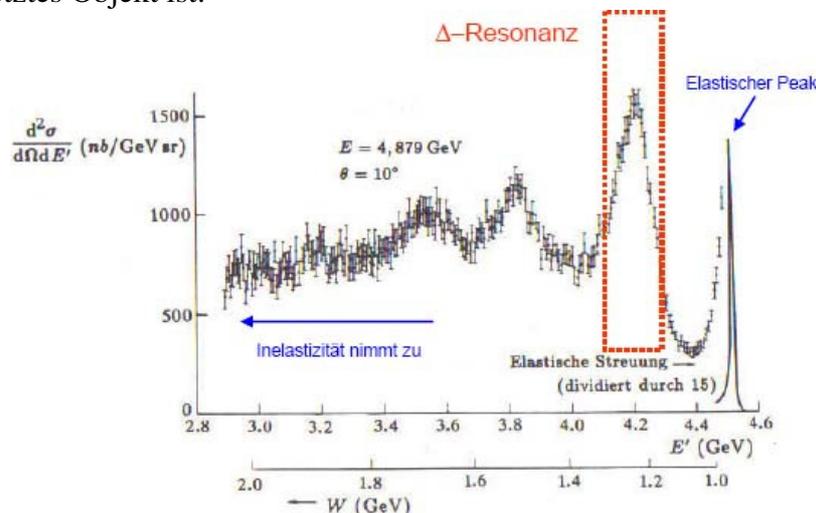
$$G(Q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.71}\right)^2}$$



Um inelastische Streuprozesse zu betrachten, geht man nach einem einfachen Prinzip vor. Da ein virtuelles Photon umso kleinere Strukturen auflösen kann, desto kleiner seine Wellenlänge ist, muss man also den Impulsübertrag Q^2 erhöhen.



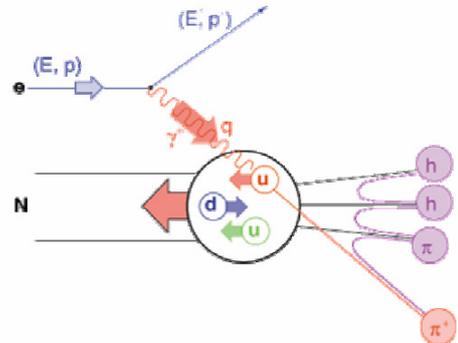
Die Resonanzanregungen des Protons deuten dann darauf hin, dass das Proton ein zusammengesetztes Objekt ist:



Betrachten wir die Kinematik eines inelastischen Ereignisses:

(E, p) sind die Energie und Impuls des einlaufenden Teilchens. (E', p') sind Energie und Impuls des auslaufenden Teilchens. θ ist der Streuwinkel des auslaufenden Elektrons. Im Unterschied zur elastischen Streuung ist E' jetzt eine unabhängige Variable. Die Messgrößen im Endzustand sind also E' und θ . Diese Größen sind jedoch nicht Lorentz-invariant. Zur Beschreibung der Kinematik benutzt man deshalb den Impulsübertrag Q^2 und das Bjorken x :

$$x = -\frac{q^2}{2q_\mu p_p^\mu}$$



Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gilt:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar}{cq^2}\right)^2 \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$$

$L^{\mu\nu}$ beschreibt die Wechselwirkung am Elektron-Photon-Vertex

$$L^{\mu\nu} = 2(p_1^\mu p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\mu + g^{\mu\nu} [m^2 c^2 - p_1 p_3])$$

$W_{\mu\nu}$ beschreibt die Wechselwirkung am Photon-Proton-Vertex. Es ist nur von q und p abhängig. Die allgemeinste Form ist

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2 c^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_3}{M^2 c^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_4}{M^2 c^2} (p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu)$$

Die W sind Funktionen von zwei Variablen: q^2 und qp . Aus der Ladungserhaltung am Protonvertex gilt weiterhin: $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$. Damit können nur zwei der vier Strukturkonstanten unabhängig sein.

Somit können wir für den differentiellen Wirkungsquerschnitt für inelastische Elektron-Proton-Streuung schreiben:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar}{4ME \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^2 \left[2W_1 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + W_2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

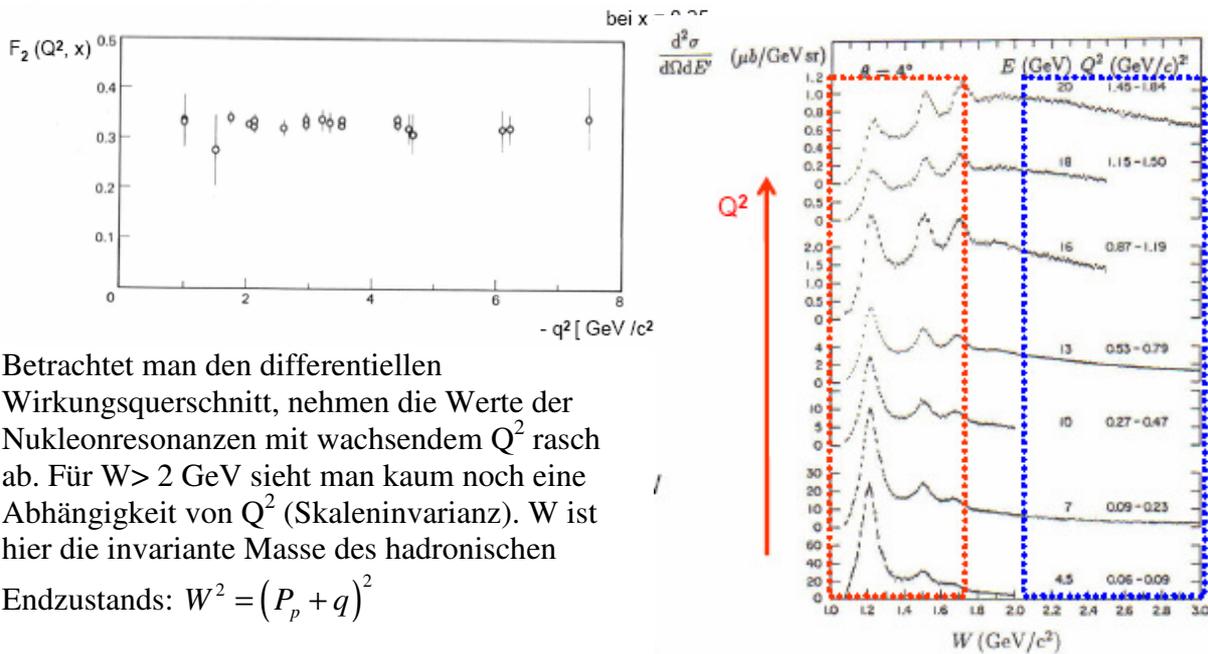
1967 stellte Bjorken die Skalierungshypothese auf, die besagt, dass bei hohen Energien die Abhängigkeit der Strukturfunktionen von q^2 verschwindet. Die Funktionen hängen damit nur noch von x ab:

$$M_p W_1(q^2, x) \rightarrow F_1(x) \quad \text{und} \quad \frac{qp}{M_p c^2} W_2(q^2, x) \rightarrow F_2(x)$$



Die Variable x ist dimensionslos. Die Strukturfunktionen F_1 und F_2 hängen nicht mehr von einer Energieskala ab (Skaleninvarianz). Damit findet die Streuung an punktförmigen Quarks statt, und nicht mehr am Proton als ganzes. Wir haben also eine Partonstruktur des Protons.

Die Skaleninvarianz wurde 1968 bei Experimenten am SLAC bestätigt. Sie tritt auf für $-q^2 > 1\text{GeV}^2$ und $pq > 3.5\text{GeV}^2$:



Betrachtet man den differentiellen Wirkungsquerschnitt, nehmen die Werte der Nukleonresonanzen mit wachsendem Q^2 rasch ab. Für $W > 2 \text{ GeV}$ sieht man kaum noch eine Abhängigkeit von Q^2 (Skaleninvarianz). W ist hier die invariante Masse des hadronischen Endzustands: $W^2 = (P_p + q)^2$

2.5.1. Partonmodell

Ortsraum	Impulsraum	Beispiel
$\rho(r)$ punktförmig	$ F(q^2) $ konstant	Elektron
exponentiell	Dipol	Proton
gaußförmig	gaußförmig	^4He
homogene Kugel	oszillierend	—
Kugel mit diffusem Rand	oszillierend	^{40}Ca

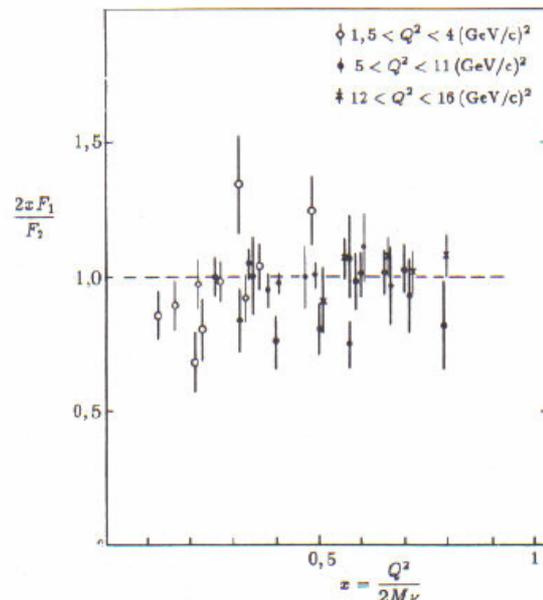
Die Anschauung als Streuung an punktförmigen Quarks (Partonen) kann über die Betrachtungen der Fourier-Transformierten der Ladungsverteilung motiviert werden. Bei der Streuung an einem Punktförmigen Objekt, ist die Strukturfunktion unabhängig von q^2 .

Vergleicht man die Winkelabhängigkeit des inelastischen differentiellen WQ mit der QED-Formel

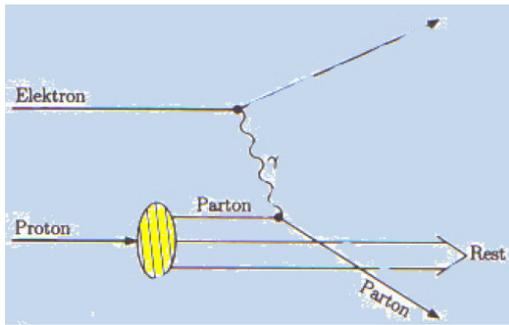
für die Streuung eines Elektrons an einem Spin $\frac{1}{2}$ Teilchens bzw. Spin 0 Teilchens, kann man den Spin der Quarks bestimmen.

Spin 0 Teilchen: $F_1(x) = 0$
 Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen: $F_2(x) = 2xF_1(x)$
 (Callen-Cross-Relation)

→ Die punktförmigen Konstituenten des Protons haben Spin $\frac{1}{2}$



Bei hoher Energie können wir also die inelastische Elektron-Proton-Streuung auf eine elastische Elektron-Parton-Streuung zurückführen (Partonmodell). Der Protonrest tritt dann nur als „Zuschauer“ auf.



Zur Beschreibung dieses neuen Streuprozesses, benötigen wir die Strukturfunktionen für die Streuung an einem Quark mit Flavor i , der Ladung Q_i und der Masse M_i .

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1) \quad \text{und} \quad W_2^i = -\frac{2m_i c^2 Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1)$$

Für die Bjorken x Variable gilt $x_i = -\frac{q^2}{2qp_i}$. Sie entspricht dem Bruchteil des Protonimpulses, den das mit dem Photon wechselwirkende Quark trägt.

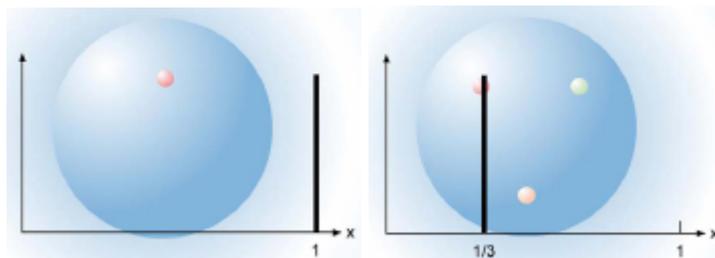
Wir nehmen dabei an, dass sich das Proton so schnell bewegt, dass die transversalen Impulskomponenten und Massen vernachlässigt werden können (\rightarrow Infinite Momentum Frame).

Der Impulsanteil x eines Quarks i am Gesamtimpuls p_p des Protons ist gemäß einer Wahrscheinlichkeitsdichte $f_i(x)$ verteilt (Partonverteilungsfunktion; PDF). Die Strukturfunktion ergibt sich als Summe über die PDF:

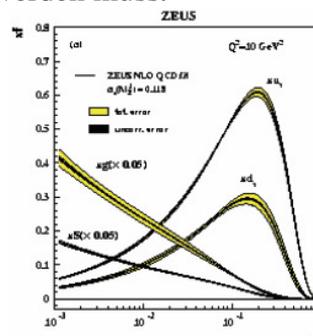
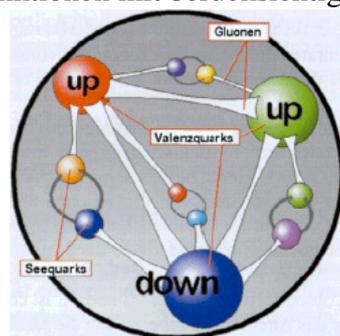
$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad \text{und} \quad F_2(x) = x \sum_i Q_i^2 f_i(x)$$

Die PDF werden mit Q_i^2 gewichtet, da der Wirkungsquerschnitt quadratisch von der Ladung abhängt.

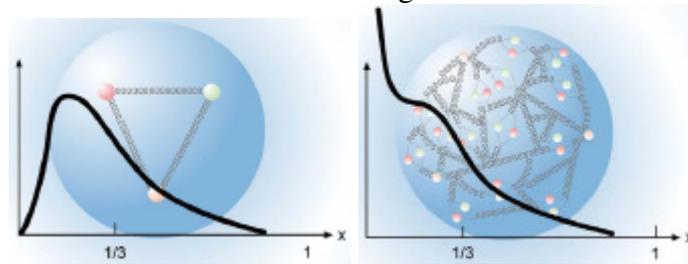
Bei einem einzelnen Quark bestünde die Strukturfunktion aus einem Strich bei 1. Bei drei unabhängigen, nicht wechselwirkenden Quarks sollte sich der Impuls gleichmäßig verteilen. Jedes Quark hätte damit den Anteil von $\frac{1}{3}$



Protonen (bzw. Hadronen) bestehen aber nicht nur aus den Valenzquarks, sondern sind ein dynamisches Objekt, in dem Gluonen in Quark/Antiquark-Paare aufspalten, den Seequarks. Die Seequarks und auch die Gluonen tragen einen Teil des Protonimpulses, was bei den Partonverteilungsfunktionen mit berücksichtigt werden muss.



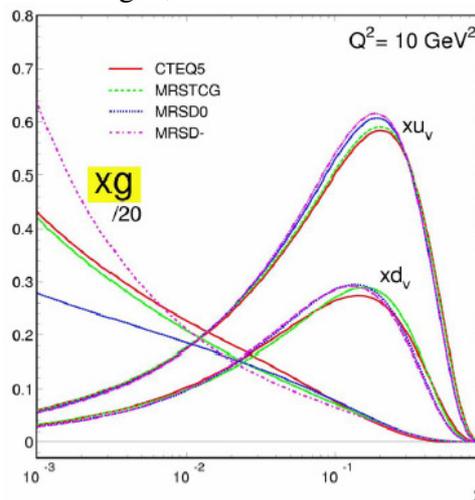
Für große x wird der Hauptbeitrag von den Valenzquarks getragen. Bei kleinen x hingegen tragen die Seequarks den Hauptanteil. Da die Quarks untereinander durch Gluonaustausch wechselwirken wird die PDF verbreitert. Diese tragen wiederum einen Anteil des Protonimpulses, und führen somit zu einem Anstieg bei kleinem x .



Experimentell findet man, dass die Quarks nur ca. 59% des Impulses des Protons tragen.

$$\int_0^1 x d(x) dx \approx 0.18 \quad \text{und} \quad \int_0^1 x u(x) dx \approx 0.36$$

Die Analyse zur Extraktion der Partondichten wird von verschiedenen Gruppen ausgeführt. Es gibt verschiedene Parametrisierungen, die teilweise voneinander abweichen.



Für die Strukturfunktion von Proton und Neutron ergibt sich:

$$F_2^{e,p}(x) = x \left[\frac{1}{9} (d_v^p + d_s + \bar{d}_s) + \frac{4}{9} (u_v^p + u_s + \bar{u}_s) + \frac{1}{9} (s_s + \bar{s}_s) \right]$$

$$F_2^{e,n}(x) = x \left[\frac{1}{9} (d_v^n + d_s + \bar{d}_s) + \frac{4}{9} (u_v^n + u_s + \bar{u}_s) + \frac{1}{9} (s_s + \bar{s}_s) \right]$$

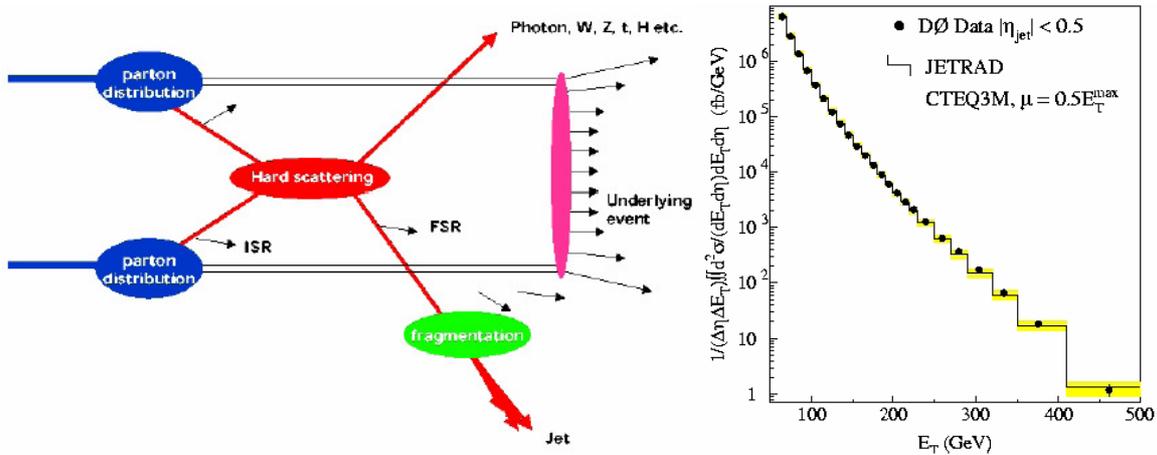
formal gehen Proton und Neutron durch Vertauschen von u- und d-Quark ineinander über (Isospinsymmetrie). Für ein gemittelt Nukleon erhält man deshalb:

$$F_2^{e,N}(x) = \frac{F_2^{e,n}(x) + F_2^{e,p}(x)}{2}$$

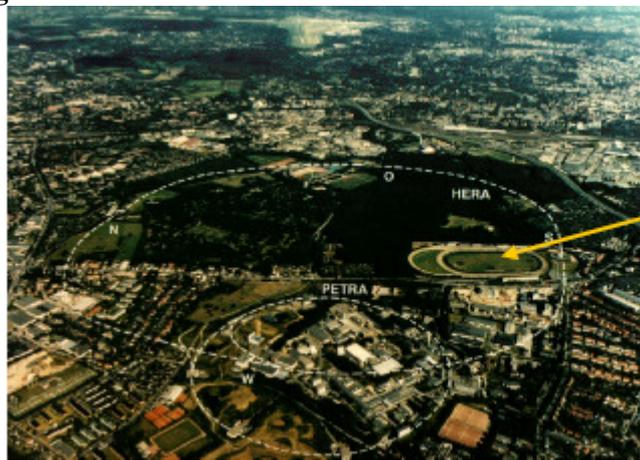
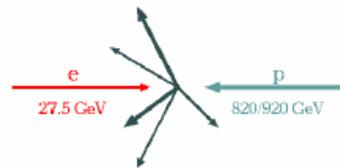
$$= \frac{5}{18} x \sum_{q=u,d} (q + \bar{q}) + \frac{1}{9} (s_s + \bar{s}_s)$$

Die Partondichten gelten für alle harten Streuprozesse, auch in Hadron/Hadron Streuungen (nach Korrektur auf Effekte höherer Ordnung). Der Wirkungsquerschnitt faktorisiert in den Wirkungsquerschnitt der Elektron/Quark oder Parton/Parton Streuung, der in Störungsrechnung vorausgesagt werden kann. Die Partondichten können experimentell

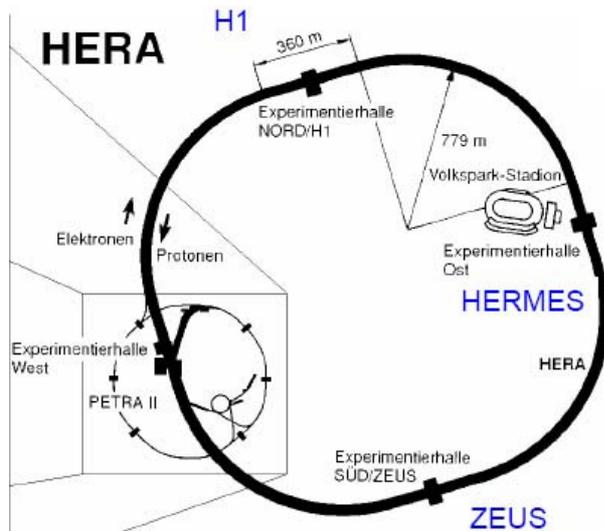
gemessen werden. Die Partonverteilungen sind ein Triumph der QCD. Damit konnten sogar die 2-Jet Wirkungsquerschnitte in pp-Kollisionen vorhergesagt werden.



2.6. HERA-Speicherring



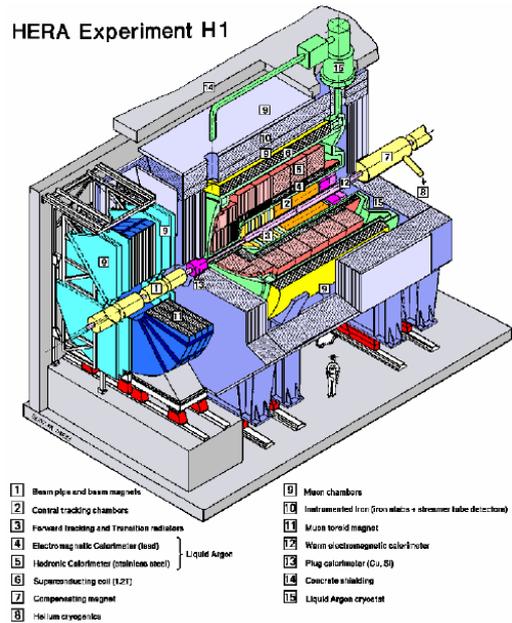
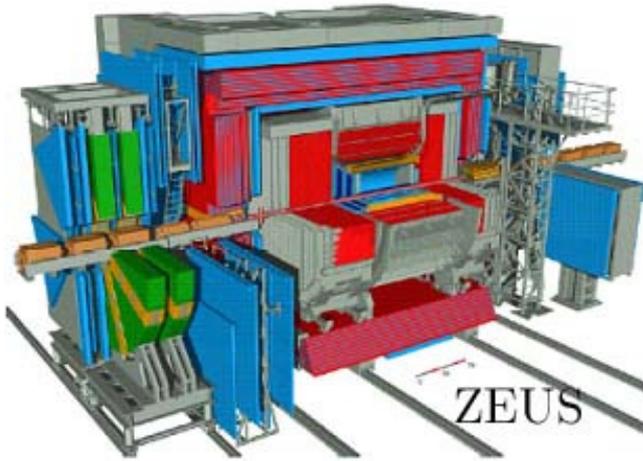
Volksparkstadion



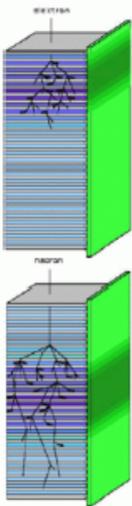
HERA ist der einzige ep-Speicherring der Welt. Die maximale Schwerpunktsenergie betrug von 1992-1009 300 GeV, von 1998-2000 318 GeV. Es hat einen Umfang von 6336 m und eine mittlere Kollisionsrate von 8.52 MHz.

Am Ring sind vier Experimente installiert: PETRA II, HERMES, ZEUS und H1. H1 und ZEUS sind Kolliderexperimente. HERMES verwendet eine e^\pm Strahl der mit einem Gastarget kollidiert, zur Messung von Spinstrukturfunktionen.

Der H1-Detektor ist ein vollständiger 4π -Detektor. Die Spurrekonstruktion erfolgt mit Siliziumvertexdetektoren und einer Driftkammer. Zur Energiemessung und Identifikation werden flüssig Argon Kalorimeter, Blei-Szintillator-Kalorimeter und Myonkammern verwendet.

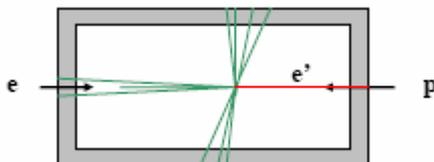


Die Besonderheit bei ZEUS ist das kompensierende Uran-Szintillator-Kalorimeter. Das Ziel der Kompensation ist dabei, dass das Verhältnis von nachgewiesener hadronischer und elektromagnetischer Energie nahezu eins sein soll:

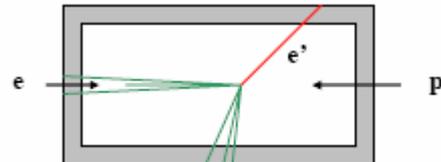


Elektromagnetische Schauer entstehen durch Bremsstrahlung und Paarbildung. Hadronische Schauer werden durch Kernreaktionen ausgelöst. Dadurch entstehen π^0 Mesonen, die in zwei Photonen zerfallen. Es gibt also einen elektromagnetischen Schauer innerhalb des hadronischen Schauers. In der Regel sind die nachgewiesenen Energieanteile für elektromagnetische und hadronische Schauer verschieden. Die π^0 -Komponente eines hadronischen Schauers trägt daher stärker zur gemessenen Energie bei als die $\pi^{+/-}$ Komponente. Die statistische Schwankung des π^0 -Anteils bewirkt zudem noch eine schlechte Energieauflösung. Wegen der Verwendung von Uran als Absorbermaterial ist die nachgewiesene Energie für elektromagnetische und hadronische Schauer gleich, damit sind die π^0 -Fluktuationen reduziert.

Betrachten wir die Signatur der Streuprozesse bei HERA:



Photoproduktion
 $Q^2 \sim 0 \text{ GeV}^2$ (reelles Photon)



tiefinelastische Streuung
 $Q^2 \geq 4 \text{ GeV}^2$ (γ, Z^0 virtuell)

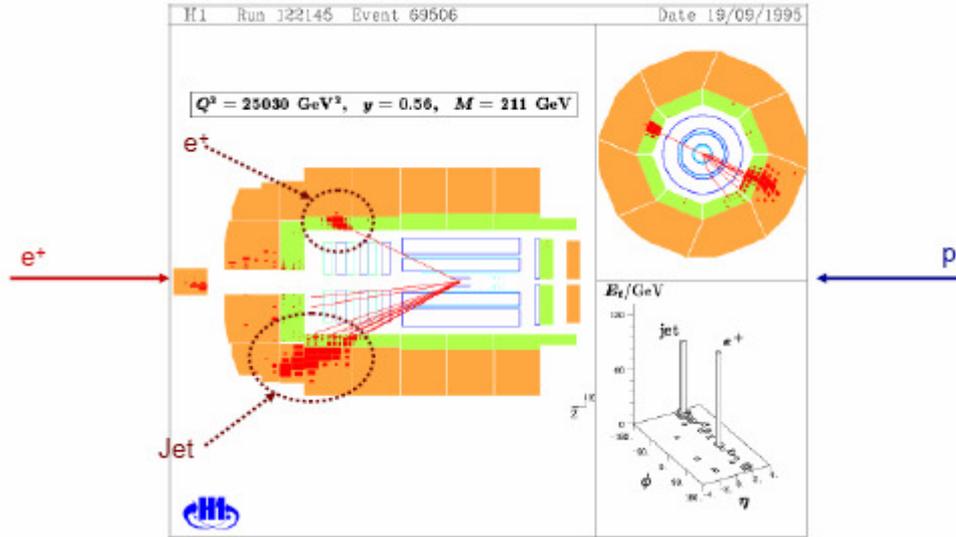


Abbildung 66: tiefinelastisches Streuereignis bei H1

HERA hat den zugänglichen kinematischen Bereich sehr stark erweitert. Es sind Auflösungen bis zu $\frac{1}{1000}$ der Größe des Protons möglich.

Ebenso lieferte es Präzisionsmessungen der Strukturfunktion F_2 über einen großen kinematischen Bereich. Dies zeigte, dass die Bjorkensche Skaleninvarianz verletzt ist (Skalenverletzung). Bei großem x fällt F_2 mit Q^2 , hingegen bei kleinen x steigt F_2 mit Q^2 .

Die Ursache hierfür ist die Emission von Gluonen.

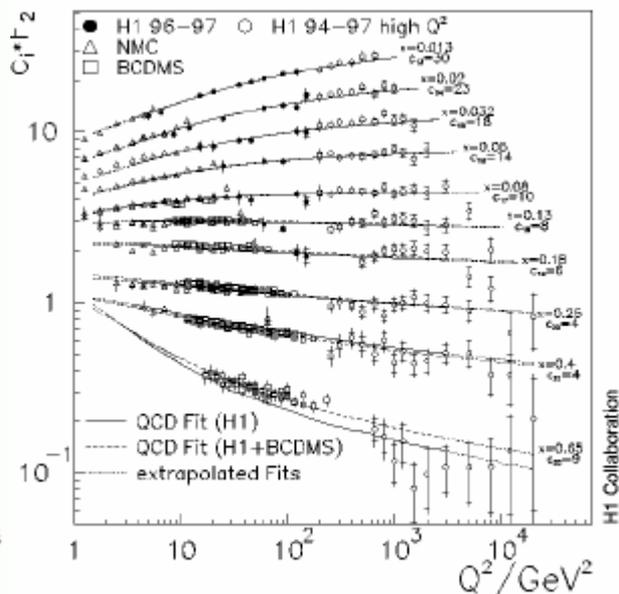
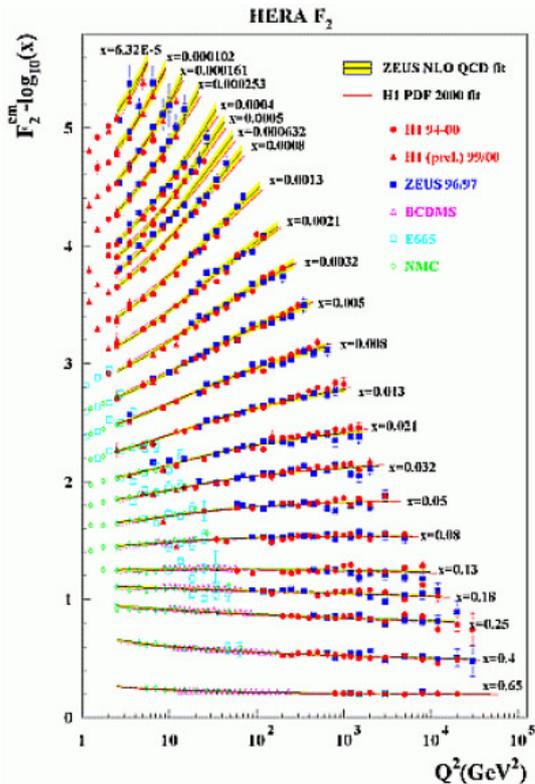
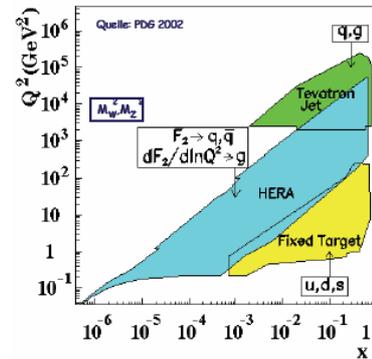


Abbildung 67: Skalenverletzung

2.7. Splitting-Funktion

Die Entwicklung von $F_2(x, Q^2)$ ist in der Störungstheorie möglich. Dies wurde von Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli und Parisi (DGLAP) durchgeführt. Man erhält für die Entwicklung der Partondichten in Abhängigkeit von Q^2 :

$$\frac{dq_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[q_i(z, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{z}\right) + g(z, Q^2) P_{qg}\left(\frac{x}{z}\right) \right]$$

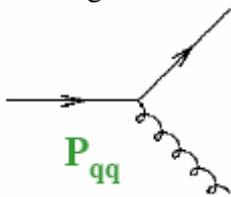
$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[\sum_i (q_i(z, Q^2) + \bar{q}_i(z, Q^2)) P_{gq}\left(\frac{x}{z}\right) + g(z, Q^2) P_{gg}\left(\frac{x}{z}\right) \right]$$

$q_i(z, Q^2)$ und $g(z, Q^2)$ sind die Partondichten der Quarks und Gluonen. $P_{ij}\left(\frac{x}{z}\right)$ sind die Splitting-Funktionen (z.B. $P_{qq}\left(\frac{x}{z}\right)$: $q(x) \rightarrow q(z)$).

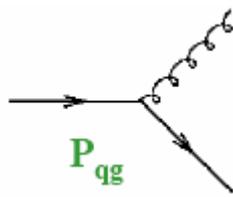
Im Quark-Partonmodell erhält man F_2 aus den Partondichten:

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_i e_i^2 \left[q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2) \right]$$

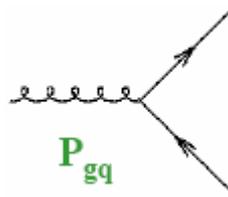
Die Splitting-Funktion ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Parton i in ein Parton j mit Impulsanteil z umwandelt. Sie sind in der perturbativen QCD berechenbar. In führender Ordnung nehmen die Funktionen eine einfache Form an.



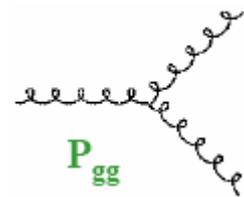
$$\frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}$$



$$\frac{1}{2} (z^2 + (1-z)^2)$$



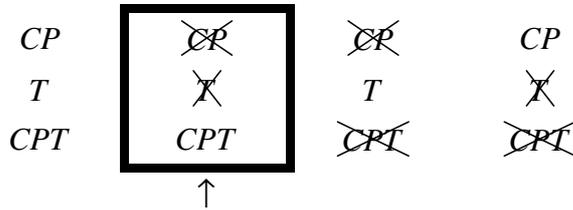
$$\frac{4}{3} \frac{1+(1+z)^2}{z}$$



$$6 \left(\frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right)$$

3. CPT-Theorem

Die CPT-Erhaltung ist eine direkte Konsequenz aus der Lorentz-Invarianz und der Quantenmechanischen lokalen Eichtheorien.



Wegen der CP-Verletzung muss T ebenfalls verletzt sein. Dies wurde mit dem Kabir-Test bestätigt:

$$A_T = \frac{I(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) - I(\bar{K}^0 \rightarrow K^0)}{I(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) + I(\bar{K}^0 \rightarrow K^0)} = (6.6 \pm 1.3_{\text{stat}} \pm 1.6_{\text{syst}}) 10^{-3} \quad (\text{CPLEAR-Experiment})$$

Die theoretische Voraussage ist $A_T = 4 \text{Re}(\epsilon)$. Das führt zu einer guten Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Ebenfalls lässt sich die CPT-Symmetrie untersuchen:

$$A_{CPT} = \frac{I(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) - I(\bar{K}^0 \rightarrow K^0)}{I(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) + I(\bar{K}^0 \rightarrow K^0)} = (-3.0 \pm 3.3_{\text{stat}} \pm 0.6_{\text{syst}}) 10^{-4}$$

Dieses Ergebnis ist verträglich mit 0. Es wurde also keine CPT-Verletzung gefunden.

V. Die Teilchen des Standardmodells

1. Übersicht

1.1. Elementarteilchen

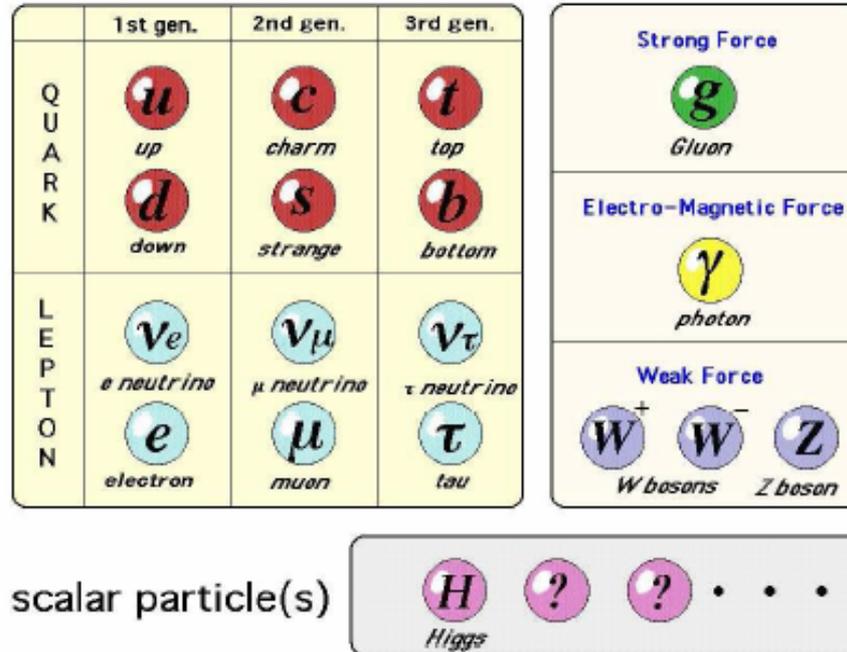
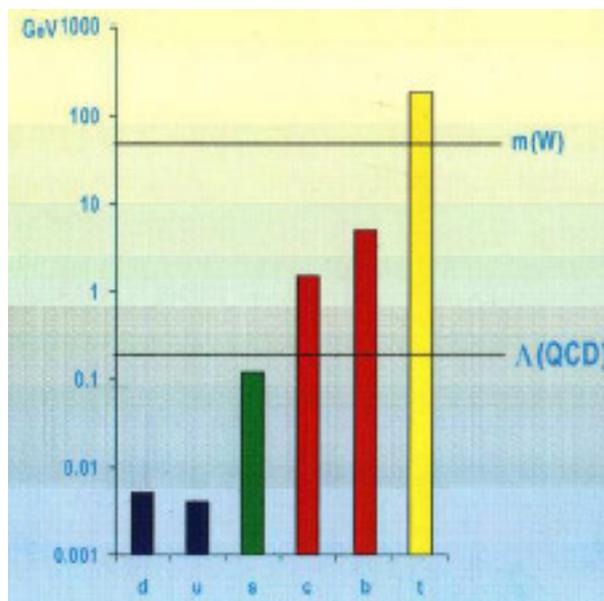


Abbildung 68: Elementarteilchen des Standardmodells



Quark-Massen

Up/Down (~5 MeV):

Bestandteile der stabilen Materie (p, n)

Strange (~100 MeV):

K-Mesonen, Λ -Baryonen

Charme (~1.5 GeV):

J/Ψ ; D-Mesonen

Bottom/Beauty (~5 GeV):

Y; B-Mesonen

Top (~175 GeV):

Keine gebundenen Zustände (zu schwer)

Quarks können nicht als freie Teilchen beobachtet werden. Es kommt zu einer Hadronisierung, sie bilden also gebundene Zustände aus.

1.2. Gebundene Zustände

1.2.1. Mesonen

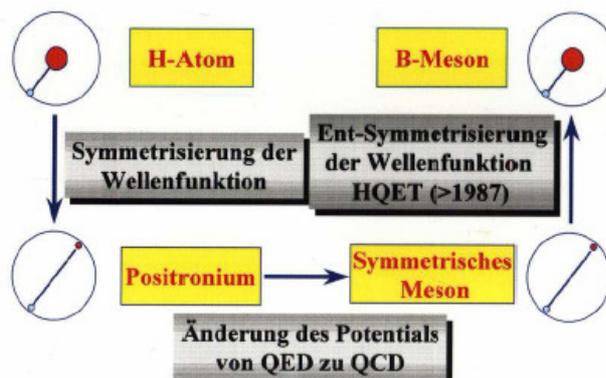
	d	u	s	c	b
\bar{d}	π^0, η	π^+	\bar{K}^0	D^+	\bar{B}^0
\bar{u}	π^-	π^0, η	K^-	D^0	B^+
\bar{s}	K^0	K^+	η, η'	D_s	\bar{B}_s
\bar{c}	D^-	\bar{D}^0	\bar{D}_s	η_c	B_c^+
\bar{b}	B^0	B^-	B_s	B_c^-	η_b

Abbildung 69: Grundzustände der Mesonen ($S=0, L=0$). Jedes Meson hat sein eigenes Spektrum.

Betrachtet man schwere Mesonen, kann man zwischen denen, die aus zwei schweren Quarks bestehen (Bottonium, Charmonium) und denen die aus jeweils einem leichten Quark q und einem schweren Quark Q bestehen (D- und B-Meson) unterscheiden:

$Q\bar{Q}$	$Q\bar{q}$
Charmonium: $c\bar{c}$ $J/\Psi, \eta_c, \chi_c$	$D^0: c\bar{u}$ $D^+: c\bar{d}$ $D_s: c\bar{s}$
Bottonium: $b\bar{b}$ Υ, η_b, χ_b	$B^-: b\bar{u}$ $\bar{B}^0: b\bar{d}$ $\bar{B}_s: b\bar{s}$

Für jede dieser Flavor-Kombination gibt es ein ganzes Anregungsspektrum analog zur Atomphysik.



a) symmetrische Mesonen

Für die Diskussion von Mesonen die aus zwei schweren Quarks bestehen, gilt die Analogie zum Positronium. Dazu muss beim Coulomb-Potential α durch α_s ersetzt werden, und der Farbfaktor multipliziert werden.

$$V_{q\bar{q}} = -f \frac{\alpha_s \hbar c}{r} \text{ mit } f = \frac{1}{4} (c_3^+ \lambda^\alpha c_1) (c_2^+ \lambda^\alpha c_4)$$

Der Farbsingulett-Zustand ist bindend und es gilt $f = \frac{4}{3}$. Der Farboktett-Zustand ($f = -\frac{1}{3}$) wäre antibindend.

Weiter betrachten wir den Gesamtspin \vec{S} und den Gesamtdrehimpuls \vec{J} .

$$\vec{s}_q + \vec{s}_{\bar{q}} = \vec{S}$$

$$\vec{S} + \vec{L} = \vec{J}$$

Die Hamiltonfunktion der symmetrischen Mesonen ist damit: $H \approx H(\vec{J}, \vec{S})$

Da beide Quarks einen Spin von $\frac{1}{2}$ besitzen gilt für den Gesamtspin:

$$\vec{S} = \vec{s}_q + \vec{s}_{\bar{q}} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

Damit ergibt sich für $L=1$ ein Spin-Singulett ($J=1$) bzw. ein Spin-Triplett ($J=0, 1, 2$).

Für die Parität gilt: $P = -(-1)^L$

Und für die Ladung: $C = (-1)^{L+S}$

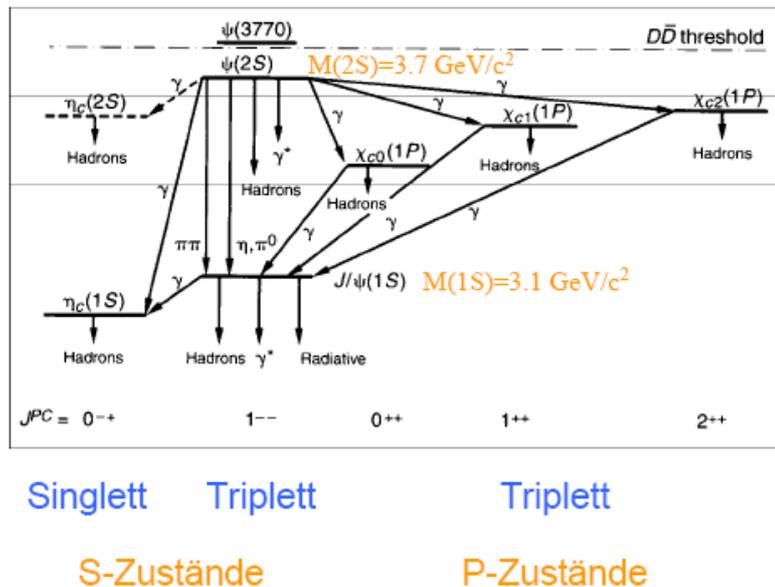


Abbildung 70: Charmonium-Spektrum

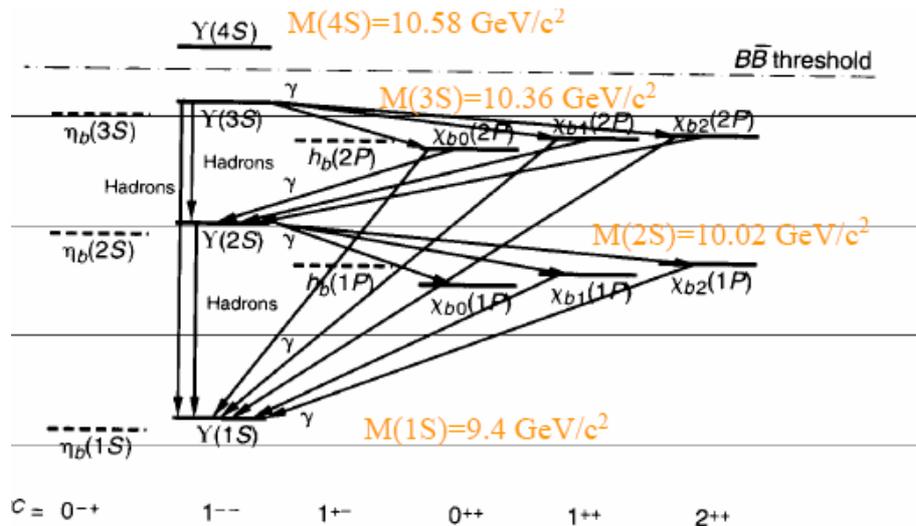
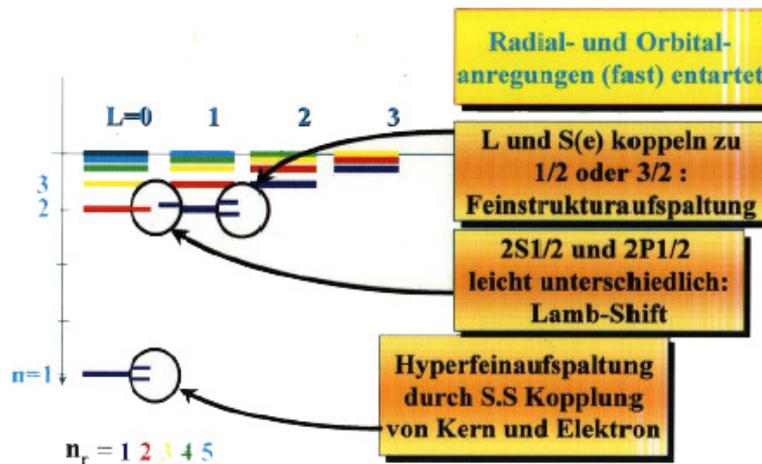


Abbildung 71: Bottonium-Spektrum

b) schwer/leicht Mesonen

Hier betrachtet man, in Analogie der Energieniveaus im Wasserstoffatom, die Aufspaltungen der Niveaus nach den Drehimpulskomponenten. Das Energiespektrum des Wasserstoffatoms ist hier nochmals abgebildet:



Wie beim Atom den Gesamtdrehimpuls des Elektrons, betrachtet man bei den Mesonen den Gesamtdrehimpuls j_l des leichteren Quarks (HQET; Heavy Quark Effektive Theory). Man nimmt an, dass der Spin des schwereren Quarks bei einer hohen Masse entkoppelt.

$$\vec{j}_l = \vec{L} + \vec{s}_q$$

$$|\vec{j}_l| = |\vec{L}| \pm \frac{1}{2}$$

Für schwer/leicht Systeme gilt: $H \approx H(\vec{j}_l, \vec{s}_Q)$. Die \vec{s}_Q -Abhängigkeit ist analog zur Hyperfeinstruktur.

Für L=1 ergibt sich:

$$j_l = s_q + 1 = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{cases}$$

Und erhält damit für den Gesamtdrehimpuls zwei Dubletts:

$$J = \frac{1}{2} + s_Q = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$J = \frac{3}{2} + s_Q = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$$

Für die Parität gilt: $P = -(-1)^L$

C ist nicht definiert, da $Q\bar{q}$ -Mesonen keine Eigenzustände von C sind: $C(Q\bar{q}) = \alpha \cdot (\bar{Q}q)$

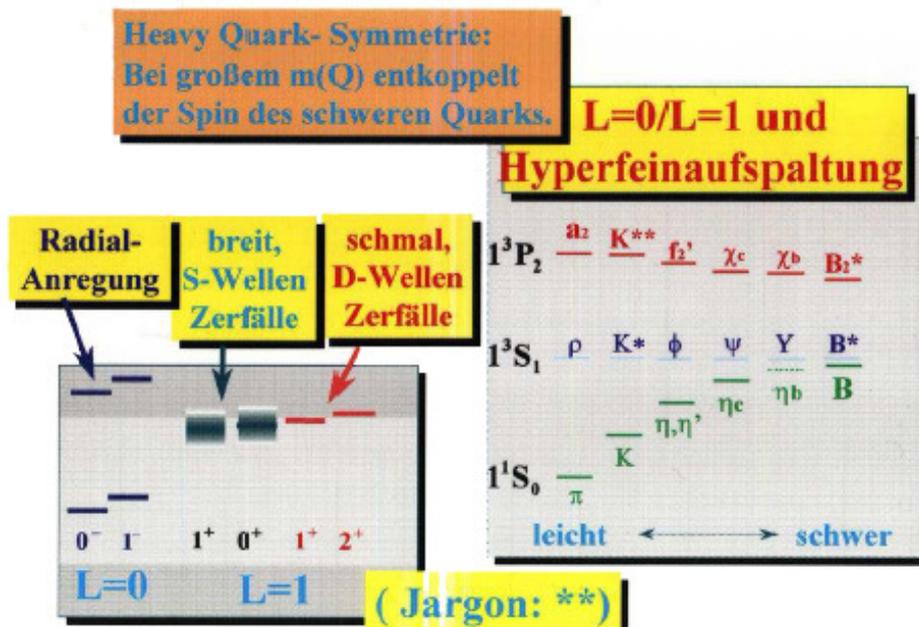
Wie man sieht gibt es hier ebenfalls vier Zustände, die jedoch anders angeordnet sind, nämlich zwei Dubletts statt Triplet/Singulett.

Beispiel: Hyperfeinaufspaltung

$\pi - \rho$	$0^+ - 1^-$	140 MeV – 770 MeV
$B^* - B$	$1^- - 0^+$	~5200 MeV

Für die asymmetrischen Mesonen gibt es eine Riesen-, „Hyperfein“-Aufspaltung.

HQET: Grenzfall bei $m_Q = \infty \rightarrow$ systematische Entwicklung in $\frac{1}{m_Q}$



1.2.2. Baryonen

Die bekanntesten Baryonen sind natürlich Proton (uud) und Neutron (ddu). Ebenfalls zu den leichten Baryonen zählen noch das Δ^{++} (uuu), das Δ^+ (uud), das Δ^0 (udd) und das Δ^- (ddd). Baryonen die aus Quarks höherer Generation bestehen werden schwere Baryonen genannt.

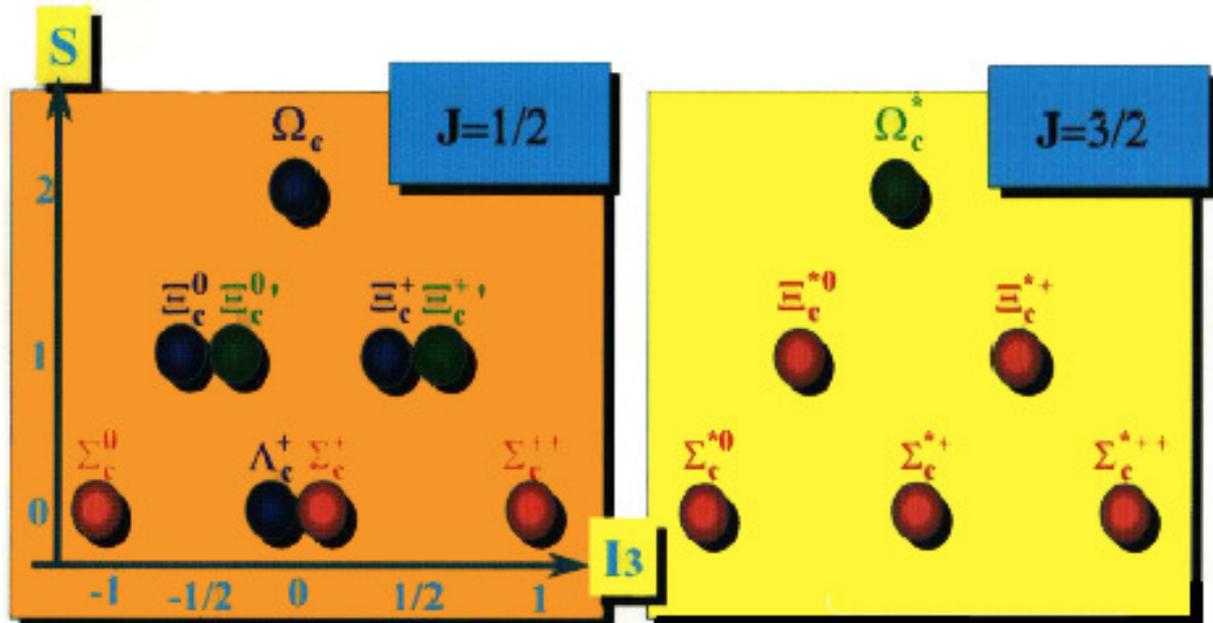


Abbildung 72: Schwere Baryonen: Namenskonvention wie Hyperonen, ersetze s durch c, analog im B-Sektor. Die blau markierten Teilchen sind stabil, sie zerfallen über die schwache WW. Die grünen zerfallen elektromagnetisch (Photon), die roten stark (Pion).

Wie in der Abbildung zu sehen gibt es nur vier „stabile“-Baryonen (blau), d.h. dass sie nur über die schwache WW zerfallen. Alle anderen schweren Baryonen zerfallen durch starke oder elektromagnetische WW in ein stabiles Baryon. Die stabilen Charme-Baryonen sind alle bekannt und ihre Lebensdauern gemessen.

Im B-Sektor ist die Evidenz des Ξ_b bekannt.

2. Eichbosonen der schwachen WW

2.1. Z-Boson

2.2. W-Boson

3. Top-Physik

3.1. Historischer Rückblick

Hinweise auf die Existenz des Top-Quarks:

1975: Nachweis des τ Leptons in e^+e^- Kollisionen (Perl, Mark 1)

1977: Entdeckung des $\Upsilon(1S)$ ($b\bar{b}$) in Proton-Kern-Stößen

1984: DESY – Messung der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie in $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$

$$A_{FB} = (-22.8 \pm 6.5)\%$$

Isosingulett oder Isodublett?

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \end{pmatrix}$$

Dublett: $A_{FB} = -25.2\%$

Singulett: $A_{FB} = 0$

→ Das legt die Existenz des Top-Quarks nahe

Einen Weiteren Indiz für die Existenz des Top-Quarks, liefern Fermion-Dreieck-Diagramme. Solche Diagramme führen nämlich zu Divergenzen, wodurch eine Renormierung vonnöten wird. Die vereinheitlichte elektroschwache Theorie ist aber nur renormierbar, wenn die Summe über alle Dreiecksdiagramme verschwindet. Die Diagramme der dritten Lepton-Generation werden nur dann vollständig kompensiert, wenn auch die dritte Quark-Generation ein vollständiges Dublett bildet.

Aber wie groß ist die Top-Masse?

1979: G. Preparata

$$m_c \approx 4m_s \Rightarrow m_t \approx 4m_b \approx 21 \text{ GeV}$$

1980: S. Glashow (Nobelpreisträger 1979)

$$m(t\bar{t}) = (38 \pm 2) \text{ GeV}$$

1981: A. Buras

$$\Delta M = m(K_L) - m(K_S) \text{ und}$$

Zerfallsrate von $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$

1984: PETRA – DESY

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

→ $m_t > 23 \text{ GeV}$

1990: TRISTAN – KEK

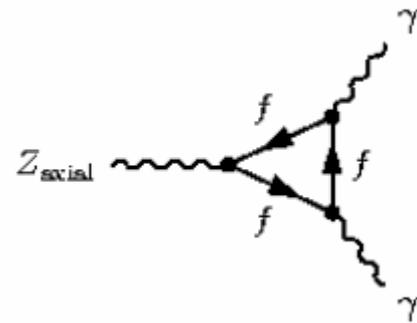
speziell zur Suche nach dem Top-Quark gebaut

→ $m_t > 30 \text{ GeV}$

1990: LEP – CERN

Suche nach $Z^0 \rightarrow t\bar{t}$

→ $m_t > 45 \text{ GeV}$



→ $m_t < 47 \text{ GeV}$

1990: UA1 – CERN $\text{S}\bar{\text{p}}\text{pS}$

Suche nach elektroschwacher Produktion:

$$\bar{p}p \rightarrow W \rightarrow t\bar{b} \rightarrow \ell \nu b\bar{b}$$

$M_{\ell\nu j}$ und $M_{\ell\nu jj}$ Verteilungen vereinbar mit $m_t = (40 \pm 10) \text{ GeV}$

als die Untergründe jedoch besser verstanden waren:

→ $m_t > 60 \text{ GeV}$

1988-1989 CDF Run 0

→ $m_t > 91 \text{ GeV}$

1994: CDF- Tevatron Run 1

Evidenzpapier

LEP – CERN

$$e^+e^- \rightarrow \gamma^* / Z^0 \rightarrow \ell^+\ell^- / \nu\bar{\nu} / q\bar{q}$$

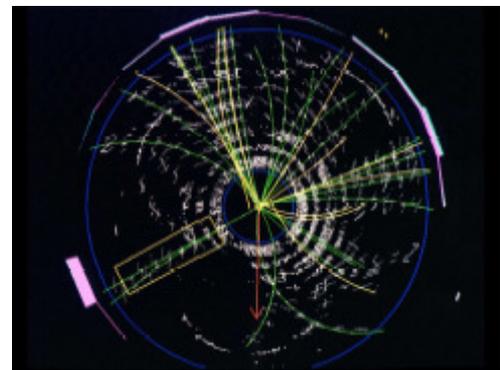
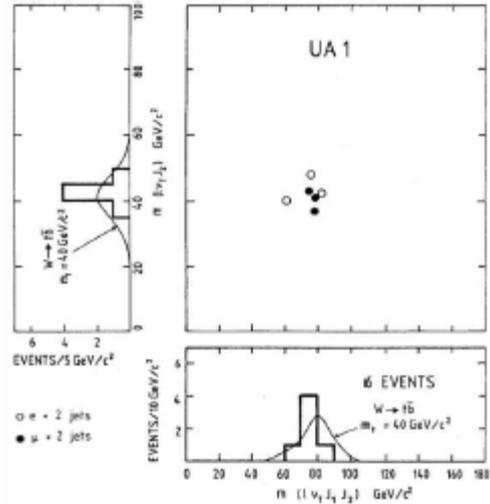
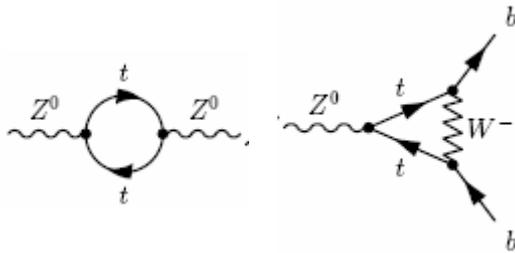


Abbildung 73: CDF $t\bar{t}$ -Kandidat (24.09.1992)

Berechnung von Strahlungskorrekturen zu Präzisionsmessungen auf der Z_0 Resonanz erlaubten Vorhersage von m_t .

Wegen der starken Korrelation von m_t , M_W und M_{Higgs} , lies ein signifikantes Ergebnis auf sich warten.

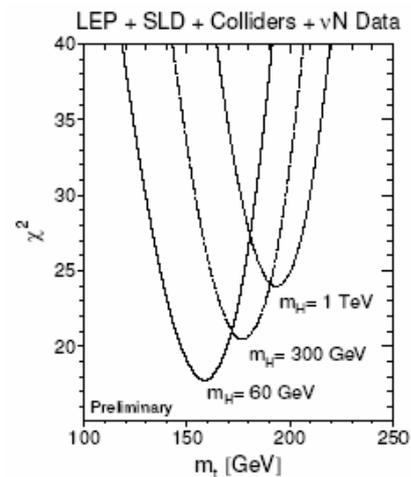
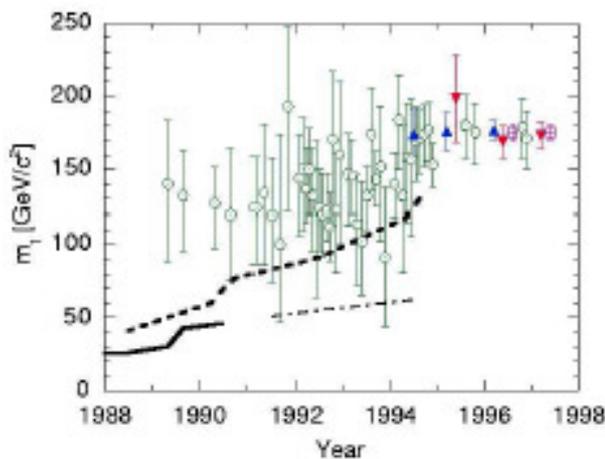
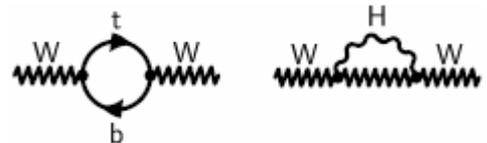


Abbildung 74: Entwicklung der Genauigkeit bei der Messung der Top-Masse im jeweiligen Jahr und der Stand 1996 für unterschiedliche Higgs-Massen

3.2. Das Top-Quark im Standardmodell

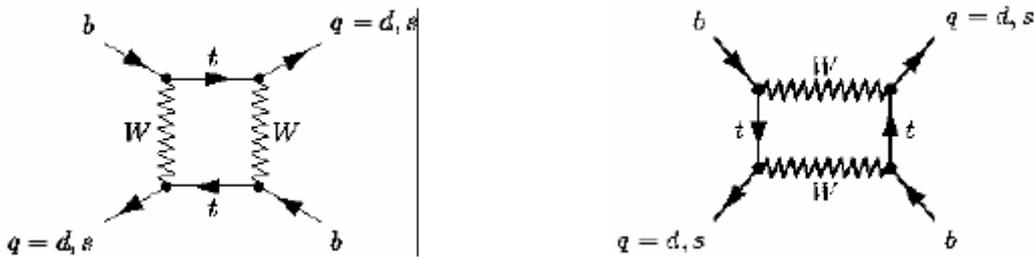
Die Masse des Top-Quarks liegt also in der Nähe der Skala, bei der die elektroschwache Symmetrie gebrochen wird. Spielt das Top-Quark also eine besondere Rolle in der Dynamik der Symmetriebrechung?

Es kann damit als Sonde für neue physikalische Experimente hergenommen werden:

- In der Flavorphysik werden Übergänge zwischen Quarks, unter anderem dem Top-Quark, mit unterschiedlichem Flavor über den Austausch eines W-Boson beschrieben. (geladene Stromwechselwirkung)
- In Schleifen können Teilchen auftreten, die wesentlich schwerer sind als auftretende Hadronen. Durch Berücksichtigung der Übergänge höherer Ordnungen werden die Elemente sensitiv auf das Top-Quark und auf Physik jenseits des Standardmodells.
- Schleifendiagramme in denen Down-Typ-Quarks (d, s, b) umlaufen, heben sich weitgehend auf (GIM-Mechanismus) Diese Prozesse sind in der Regel stark unterdrückt. Im Up-Quark-Sektor (u, c, t) ist die Massenaufspaltung wesentlich größer und damit die GIM-Unterdrückung geringer. Die Schleifenbeiträge sind somit größer. So z.B. in radiativen B-Meson-Zerfällen.

Einen weiteren Wichtigen Beitrag liefert das Top-Quark bei der Zustandsmischung neutraler Mesonen:

In $K^0 - \bar{K}^0$ und $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ wurde es bereits beobachtet, in $D^0 - \bar{D}^0$ und $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ wird dieser Effekt erwartet. Dazu betrachten wir Übergänge zweiter Ordnung:



Zum Anfangszeitpunkt werden neutrale Mesonen in einem Flavor-Eigenzustand erzeugt, also $|P^0\rangle$ oder $|\bar{P}^0\rangle$. Die zeitliche Entwicklung (Evolution) kann wegen der zeitabhängigen Superposition durch folgende Differentialgleichung beschrieben werden:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \left(M - \frac{i}{2} \Gamma \right) \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$$

M und Γ sind hermitesche 2x2-Matrizen, für die wegen der CPT-Invarianz $M_{11} = M_{22} = M$ und $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma$ gilt. M ist die Masse und Γ die Breite der Flavor-Eigenzustände. Die Nebendiagonalelemente beschreiben die Mischung der Zustände. Durch diesen Mechanismus erhält das Top-Quark aufgrund seiner hohen Masse eine elementare Bedeutung.

Beispiel: B-Meson

$$M_{12q} = \frac{G_F^2 M_W^2}{12\pi^2} m_{B_q} f_{B_q}^2 B_{B_q} \eta_B (V_{tq}^* V_{tb})^2 S_0(x_t)$$

m_{B_q} : Masse des B_d bzw. B_s Mesons

f_{B_q} : Zerfallskonstante

B_{B_q} : Bag-Parameter (Korrekturfaktor für hadronische Matrixelemente)

η_B : QCD-Korrektur zum Box-Diagramm

$$x_t = \left(\frac{m_t}{M_W} \right)^2 \text{ und } S_0(x_t) = 0.784x_t^{0.76}; \text{ Inami-Lim-Funktion}$$

Beispiel: ARGUS-Messung der B_d -Mischung (1987)

m_t	150	200
$\eta_B S_0(x_t)$	1.1	1.7

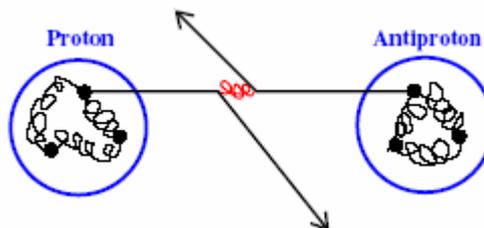
Die ARGUS-Messung gibt Hinweis auf eine hohe Top-Quark-Masse

Die Messung von B_d und B_s Mischung erlaubt eine gute Bestimmung des Verhältnisses V_{ts} zu V_{td} , das die Abhängigkeit der Top-Masse heraus fällt. Beide sind bisher nur indirekt bekannt.

$$\frac{\Delta m_s}{\Delta m_d} = \frac{m_{B_s} f_{B_s}^2 B_{B_s}}{m_{B_d} f_{B_d}^2 B_{B_d}} \left| \frac{V_{ts}}{V_{td}} \right|^2$$

3.3. Tevatron

Der Tevatron-Beschleuniger ist ein Hadronbeschleuniger der die Teilchenerzeugung in Proton-Antiproton-Kollisionen untersucht.



Die Schwerpunktsenergie beträgt 1.8 TeV (Run 1) bzw. 1.96 TeV (Run 2). Bis zu Beginn des LHC ist er der energiereichste Teilchenbeschleuniger der Welt. Es finden alle 396 ns Proton-Antiproton-Kollisionen statt.



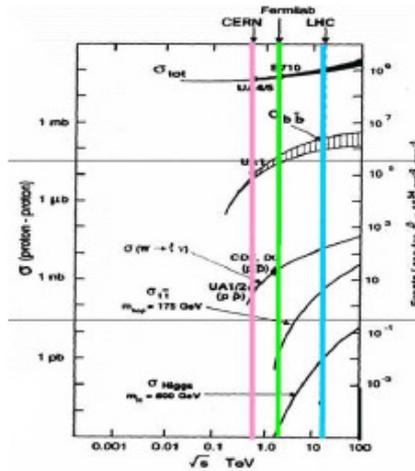


Abbildung 75: Wirkungsquerschnitt einzelner Prozesse in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie

Zur Beschreibung der physikalischen Prozesse wird das Partonmodell hergenommen, in dem man annimmt, dass die Hadronen aus quasi-freien Partonen bestehen. Der Impuls eines Partons beträgt dabei

$$\hat{p} = x \cdot p$$

Die Schwerpunktsenergie im Subsystem

$$\sqrt{\hat{s}} = \sqrt{x_1 x_2 \cdot s} = 250 \text{ GeV}$$

Die Herausforderung an Hadronbeschleunigern ist, dass nur wenige inelastische Wechselwirkungen für die Forschung interessant sind. Für Tevatron heißt das:

$$\frac{\sigma(W + X)}{\sigma(\text{inel.})} \approx \frac{26\text{nb}}{50\text{mb}} \approx 5 \cdot 10^{-7}$$

Um die uninteressanten Ereignisse auszufiltern, selektiert man die Ereignisse in Echtzeit mit Triggern. CDF benutzt ein dreistufiges Filtersystem das die Ereignisse von 2.5 MHz auf 70 Hz reduziert.

Für die Ereignisrate gilt: $\frac{dN}{dt} = L \cdot \sigma$; mit der Luminosität L

Am Tevatron wurde die Rekordluminosität von $17.9 \cdot 10^{31} \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$ gemessen.

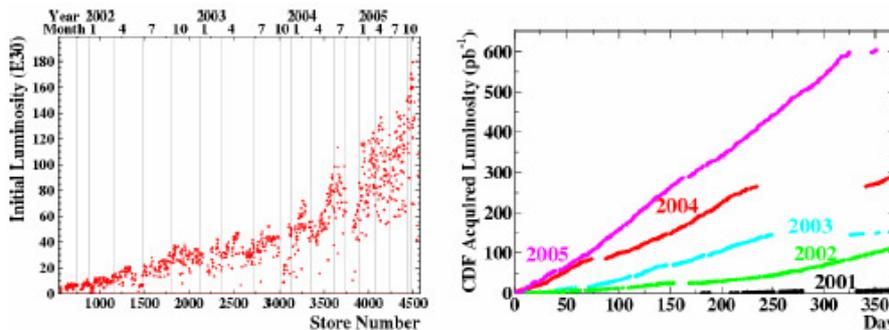
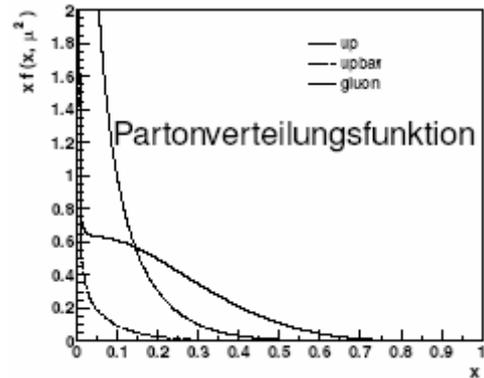
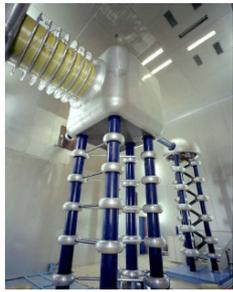


Abbildung 76: Luminosität und integrierte Luminosität nach Tagen

Seit April 2002 wurden 145 pb^{-1} vom Beschleuniger geliefert.

3.3.1. Aufbau des Tevatron-Komplexes

Die erste Stufe der Beschleunigung der Protonen wird im Cockcroft-Walton



Beschleuniger durchgeführt. Hier werden H⁻-Ionen aus Wasserstoffgas erzeugt. Die Teilchen werden auf 750 keV beschleunigt. Von dort gelangen die H⁻-Ionen in den



Linearbeschleuniger, wo sie auf 400 MeV gebracht werden. Am Ende des Linac (nach 150 m) werden die Ionen durch eine Kohlenstofffolie geschossen. So dass die Elektronen entfernt werden, man also einen Protonenstrahl erhält.

Ein Teil der Protonen wird dann auf 120

GeV beschleunigt und mit einem Nickel-Target zur Kollision gebracht. Aus der Vielzahl produzierter Teilchen werden Antiprotonen isoliert, gesammelt und gekühlt. Die Antiprotonen werden im Accumulator-Ring gespeichert. Das neue ist dabei die Speicherung der Antiprotonen im Recycler und die Verbesserung der Strahlqualität durch Elektronenkühlung.

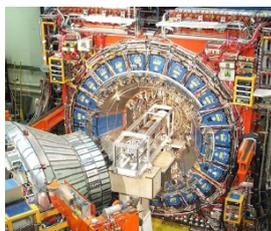
Im Main Injektor werden die Protonen und Antiprotonen auf 150 GeV beschleunigt, und dann ins Tevatron injiziert. Dort werden sie dann auf 980 GeV beschleunigt. Die Speicherung erfolgt typischerweise für einen Zeitraum von 10-20 Stunden (Store).



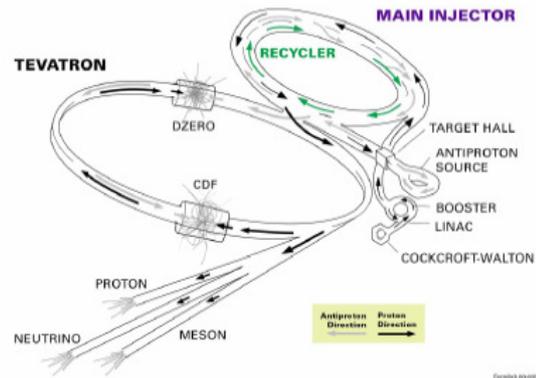
Die Steuerung des gesamten Beschleunigerkomplexes erfolgt in Main Control Room.

Im Tevatron stehen dann zwei Teilchendetektoren zur Verfügung CDF und D0.

Der CDF – Collider Detector at Fermilab – besteht



aus einem Myonsystem, Kalorimeter für Elektronen, Photonen und hadronische Jets, einer Driftkammer und einer Siliziumspurkammer. Der andere Detektor D0 besitzt ein ausgedehntes Myonsystem mit Toroidmagnet, Flüssig-Argon-Kalorimeter und eine zentrale Spurkammer mit scintillierenden Fasern. Im Kern sind ebenfalls Siliziumspurkammern



3.4. Top/Antitop Produktion

Im Allgemeinen befinden sich an Hadronbeschleunigern im Anfangszustand zwei Hadronen A und B. Ausgehend vom Partonmodell, betrachtet man nun die Wechselwirkung zwischen Partonen (Quarks und Gluonen) aus A und B. Die Partonen tragen jeweils Impulsanteile x_i und x_j . Die Partondichten $f_{i,A}$ und $f_{j,B}$ geben die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür an, Parton i (bzw. j) in Hadron A (bzw. B) mit Impulsanteil x_i (bzw. x_j) anzutreffen.

Dadurch wird der Wirkungsquerschnitt ebenfalls faktorisiert, d.h., er ist gegeben als Faltung der Partondichten mit dem partonischen Wirkungsquerschnitt.

$$\sigma(AB \rightarrow t\bar{t}) = \sum_{i,j} \int dx_i dx_j f_{i,A}(x_i, \mu^2) f_{j,B}(x_j, \mu^2) \hat{\sigma}_{ij}(ij \rightarrow t\bar{t}; \hat{s}, \mu^2)$$

Die Partondichten und der Partonwirkungsquerschnitt hängen von zwei Skalen ab:

- Der Faktorisierungsskala μ_F und
- Der Renormierungsskala μ_R

In der Praxis wählt man meist $\mu = \mu_R = \mu_F$. Für die Top/Antitop Produktion gilt $\mu = m_t$.

Wenn die vollständige Störungsreihe berechnet werden könnte, wäre der Wirkungsquerschnitt unabhängig von μ . Die Berechnung erfolgt bis zur Ordnung α_s^3 . Die restliche μ -Abhängigkeit muss abgeschätzt werden (systematischer Fehler). Dazu wird μ innerhalb sinnvoller werte variiert. Typischerweise zwischen $\mu = \frac{m_t}{2}$ und $\mu = 2m_t$.

Zur Berechnung des Partonwirkungsquerschnitts werden die lorentzinvarianten Mandelstam-Variablen verwendet:

$$\hat{s} = (p_q + p_{\bar{q}})^2$$

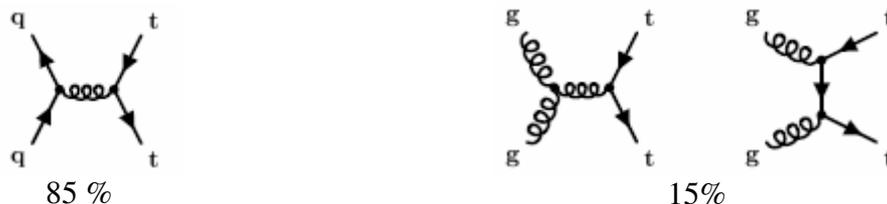
$$\hat{t} = (p_q - p_t)^2$$

$$\hat{u} = (p_q - p_{\bar{t}})^2$$

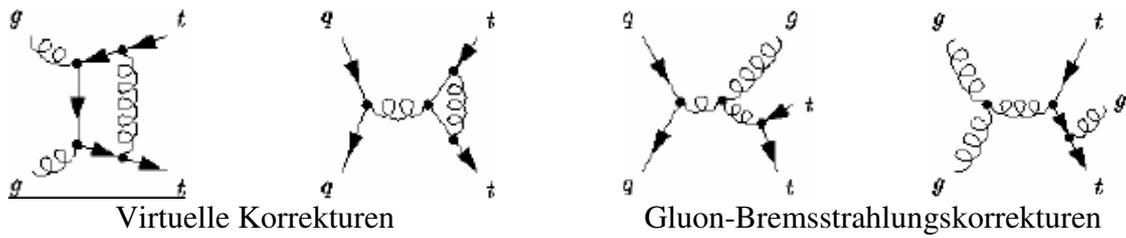
Damit ergibt sich:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}) = \frac{4\pi\alpha_s^2}{9\hat{s}^4} \left[(m^2 - \hat{t})^2 + (m^2 - \hat{u})^2 + 2m^2\hat{s} \right]$$

Top-Quarks in $t\bar{t}$ -Paarproduktion wurden 1995 am Tevatron erstmals entdeckt. Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(t\bar{t})$ besteht in erster Ordnung aus folgenden Subprozessen:



Weiter tragen noch NLO-Korrekturen zur Ordnung α_s^3 bei:



Die Interferenz mit Diagrammen führender Ordnung liefern dann die α_s^3 Beiträge.

	$\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$
Laenen 1994	$4.95^{+0.70}_{-0.42} \text{ pb}$	
Berger 1998	$5.52^{+0.07}_{-0.45} \text{ pb}$	$7.15^{+0.09}_{-0.55} \text{ pb}$
Cacciari 2003	$5.19^{+0.52}_{-0.68} \text{ pb}$	$6.70^{+0.71}_{-0.88} \text{ pb}$
Kidonakis 2003	$5.24 \pm 0.31 \text{ pb}$	$6.77 \pm 0.42 \text{ pb}$

Abbildung 77: theoretische Vorhersagen des Wirkungsquerschnitts für die Top/Antitop-Paarerzeugung

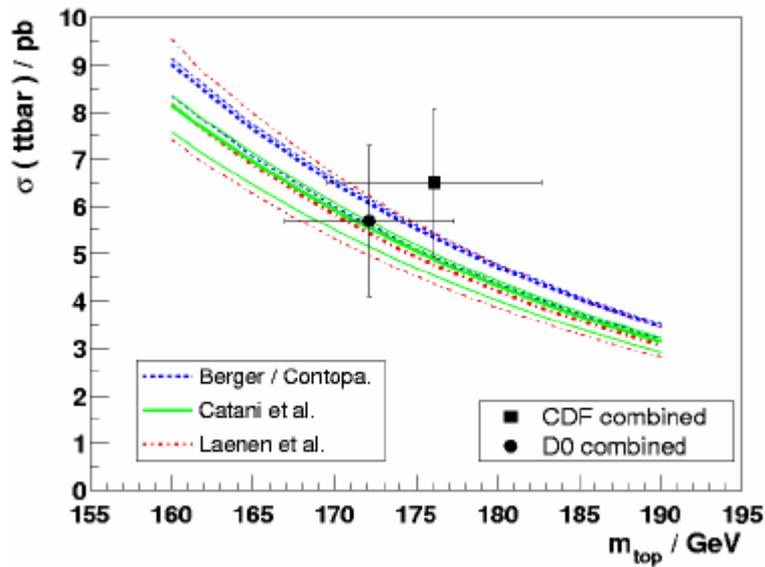


Abbildung 78: CDF und D0 Messung des Wirkungsquerschnitts aus Run 1

3.5. Zerfall des t-Quarks

Im Rahmen des Standardmodells zerfällt das Top-Quark zu nahezu 100% in ein b-Quark und ein W^+ -Boson. Die Zerfälle mit einem d- oder s-Quark sind stark CKM-unterdrückt:

$$0.0048 < |V_{td}| < 0.014 \text{ und } 0.037 < |V_{ts}| < 0.043$$

Man kann deshalb für die Born-Amplitude annehmen:

$$M(t \rightarrow b + W^+) = \frac{ig}{\sqrt{2}} \bar{b} \varepsilon_W^\mu \gamma_\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} t$$

Des Weiteren wird die Zerfallsamplitude vom Zerfall in longitudinale W-Bosonen dominiert. Die longitudinale Rate skaliert nämlich mit m_t^3 , die transversale mit m_t .

$$\Gamma_t = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} |V_{tb}|^2 \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2M_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 - \frac{2\alpha_s}{3\pi} f(y)\right)$$

wobei $y = \frac{M_W^2}{m_t^2}$ und $f(y) = \frac{2\pi^2}{3} - 2.5 - 3y + 4.5y^2 - 3y^3 \ln y$

Die bekannten Korrekturen wurden in Karlsruhe von J. Kühn et al. errechnet.

$$\delta(\alpha_s) = -10\%, \quad \delta(\alpha_s^2) = -2\%, \quad \delta_{\text{EWK}} = +1.7\%, \quad \delta_{\text{FW}} = -1.5\%$$

Damit ergeben sich folgende Raten:

$$\Gamma \Big|_{m_t=160 \frac{\text{GeV}}{c^2}} = 1.07 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$\Gamma \Big|_{m_t=180 \frac{\text{GeV}}{c^2}} = 1.53 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

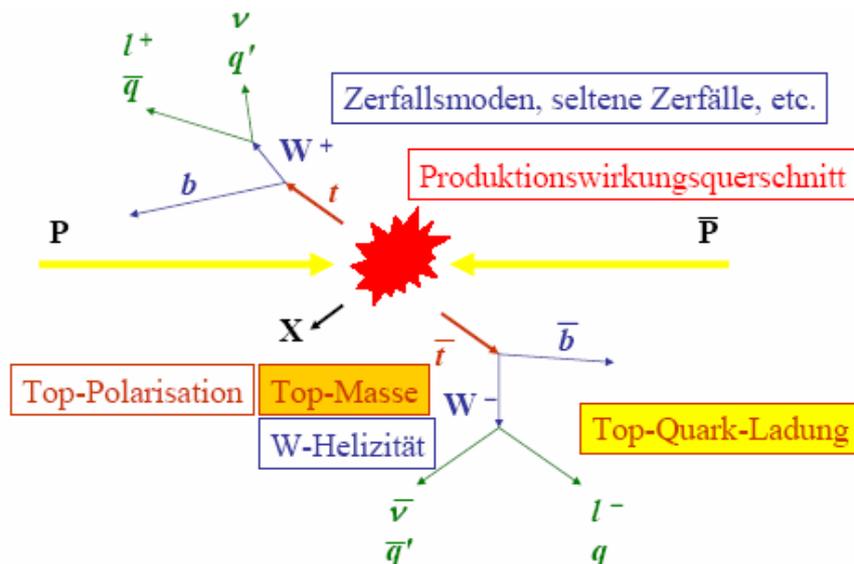
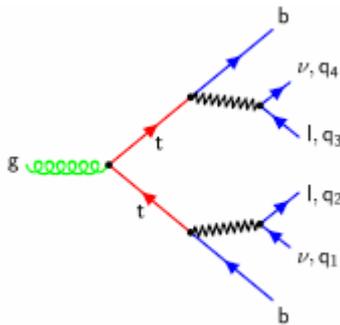


Abbildung 79: Wahrscheinlichster Zerfallskanal bei $t\bar{t}$ -Produktion

Wie bereits gesehen zerfällt das Top-Quark in fast 100% der Fälle in ein W-Boson und ein b-Quark. Die Lebensdauer des Top-Quarks beträgt:

$$\tau_t \approx \frac{1}{175 \text{ MeV}} \left(\frac{M_W}{m_t} \right)^3 = 4.7 \cdot 10^{-25} \text{ s}, \quad \tau_{\text{QCD}} \approx \frac{1}{\Lambda_{\text{QCD}}} \sim 10^{-23} \text{ s}$$

Die Existenz eines t-Quarks kann also nur über seine Zerfallsprodukte identifiziert werden

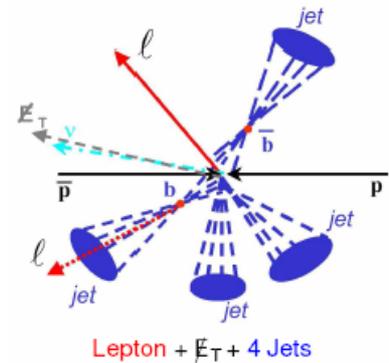


W-Zerfall:

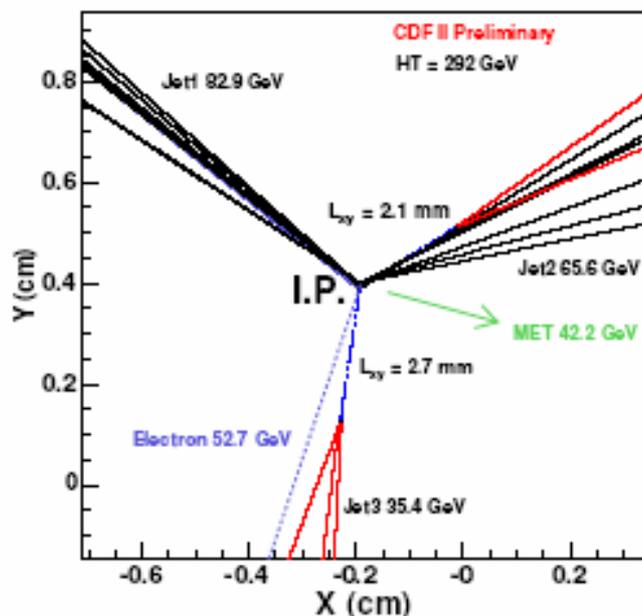
	$e/\mu + \nu$	$\tau + \nu$	$q + \bar{q}$
$e/\mu + \nu$	5%	5%	30%
$\tau + \nu$	-	1%	15%
$q + \bar{q}$	-	-	44%

Besonders interessant für uns sind die Lepton/Jet Ereignisse (siehe Abbildung rechts). Man benötigt als Strategie zur Anreicherung solcher Ereignisse:

- topologische Analysen: Nutzung von kinematischen und topologischen Variablen
- Identifikation von b-Jets durch Lebensdauer-Information
- Identifikation von b-Jets mit Hilfe von Leptonen aus semileptonischen b-Zerfällen.



Damit wird die eigentliche Herausforderung die Identifikation von b-Jets. Dies erreicht man durch eine Alignierung des Detektors, einer Kalibrierung der Sockelbeiträge, Mustererkennung auf den Siliziumzählern, Spuranpassung und Vertexanpassung. Am Ende der Analysekette (hier bei zwei identifizierten b-Jets) erhält man ein Ergebnis von folgender Form:



4. B-Physik

4.1. Das b-Quark

Die erste Bestimmung von q_b wurde bei in e^+e^- -Kollisionen am DORIS Speicherring (DESY) durchgeführt.

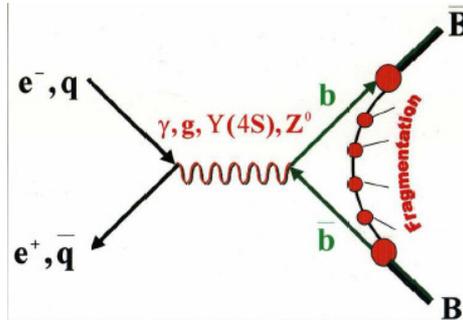
$$q_b = -\frac{1}{3}e$$

Nicht relativistische Potentialmodelle des Υ bringen die Breite Γ_{ee} mit der Ladung des b-Quarks in Verbindung. Die Breite lässt sich aus der Messung des Wirkungsquerschnitts für Hadronen σ_{had} auf der Υ -Resonanz bestimmen.

$$\left| \int \sigma_{\text{had}} dM \right| = 6\pi^2 \frac{\Gamma_{ee}}{M_\Upsilon^2}$$

b-Quarks werden paarweise in elektromagnetischer oder starker Wechselwirkung erzeugt:

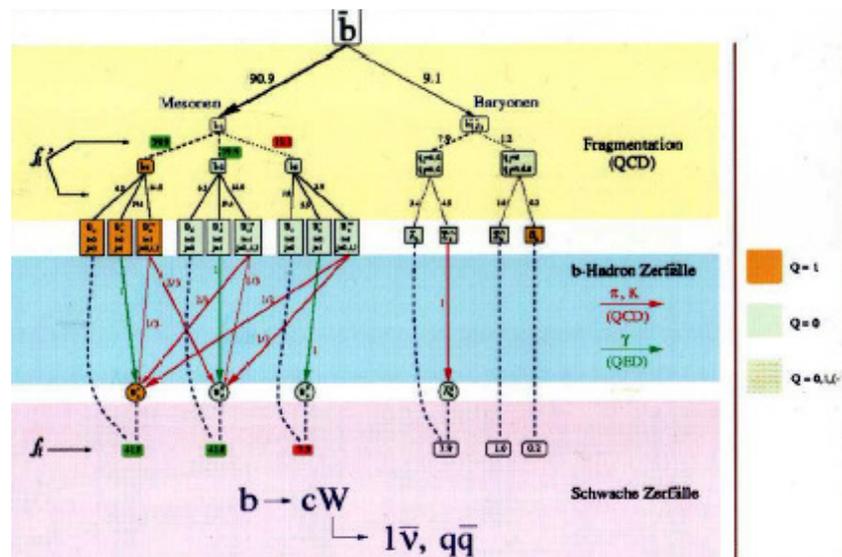
$$\gamma, g, Z \rightarrow s\bar{s}, c\bar{c}, b\bar{b}, t\bar{t}$$



Die räumliche Trennung des Quark/Antiquark-Paars verursacht eine Fragmentation. Das b-Quark verbindet sich also zu B-Hadronen unter Bildung anderer Teilchen (z.B. K, p, n, π), so genannten B-Jets.

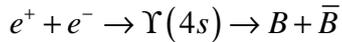
b-Quarks zerfallen über die schwache Wechselwirkung kaskadenartig ($t \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow s \rightarrow u$). Zur Beschreibung der Zerfälle müssen B-Mesonen betrachtet werden. B-Quarks mit $E \sim 45$ GeV fragmentieren in b-Jets und enthalten jeweils ein B-Hadron:

B^+	40%
B^0	40%
B_s	10%
$\Lambda_b, \Xi_b, \Omega_b$	10%

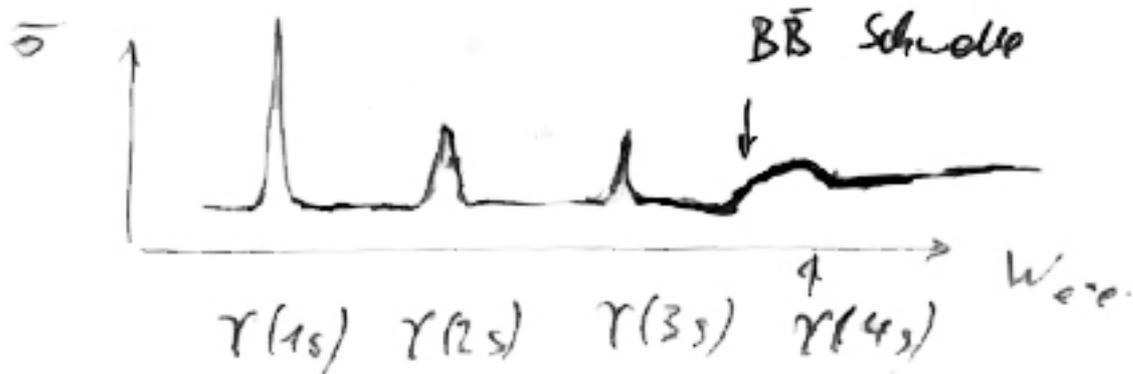


4.2. B-Mesonen

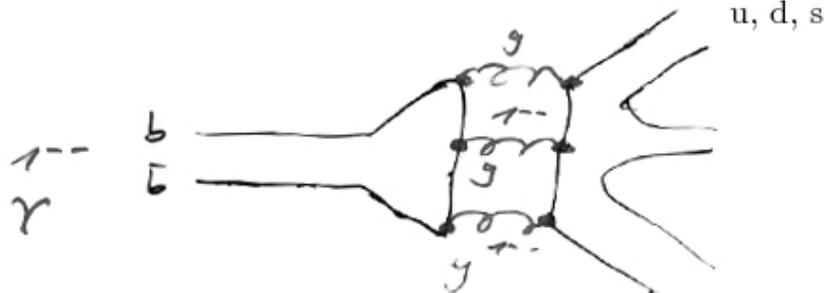
B-Mesonen wurden das erste Mal 1987 bei ARGUS, am DORIS Speicherring am DESY in Hamburg beobachtet:



$\Upsilon(4s)$ sind Vektormesonen im 1^{--} -Zustand ($b\bar{b}$; $n=4$; $L=0$; $S=1$). Die Energie des vierten Anregungsniveaus ist nötig, um ein $u\bar{u} / d\bar{d}$ -Paar zu erzeugen.



Theoretisch ist es auch möglich, dass unterhalb der $B\bar{B}$ -Schwelle über die starke WW andere Mesonen entstehen. Dies müsste dann über eine $b\bar{b}$ -Annihilation geschehen, was aber durch die OZI-Regel (Zweig-Regel; Zerfall über drei Gluonen) unterdrückt ist (α_s^6).



Damit sind die einzigen Zerfallskanäle des $\Upsilon(4s)$:

$$\Upsilon(4s) \rightarrow \begin{cases} B^0 + \bar{B}^0 \\ B^+ + B^- \end{cases}$$

$B_s^{0*} + \bar{B}_s^{0*}$ und $B_s + \bar{B}_s$ sind kinematisch verboten.

Im $\Upsilon(4s)$ -Ruhezustand sind die B-Mesonen fast in Ruhe. Bei DORIS, einem symmetrischen e^+e^- -Collider stehen die B-Mesonen im Laborsystem.

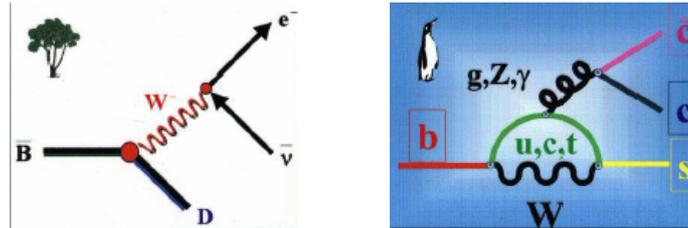
Die Zerfallsprodukte von B und \bar{B} überlagern sich und sind schwer voneinander zu trennen.

Die Signatur:

$$\Upsilon(4s) \rightarrow B^0 + \bar{B}^0 \rightarrow \bar{B}^0 + \bar{B}^0 \rightarrow l^- l^- X$$

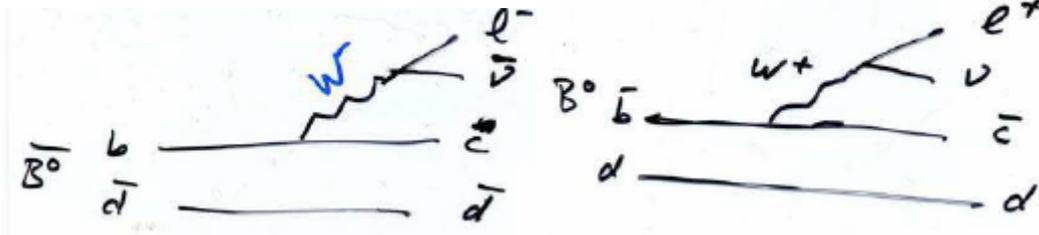
zeigt, dass auch zwei gleich geladene Leptonen auftreten können. Dieses Resultat hat eine 17%ige Mischungswahrscheinlichkeit. Für $\bar{K}^0 K^0$ liegt die Wahrscheinlichkeit bei 50%. Zerfall und Mischung spielen sich im B-System also ca. auf der gleichen Zeitskala ab.

Über den Baumgraphen und den Pinguingraphen können die B-Mesonen über viele tausend Zerfallskanäle zerfallen. Die mittlere geladene Multiplizität pro B-Zerfall ist 4.5, d.h. ungefähr 4.5 Photonen aus π^0 -Zerfällen.



Beispiel: Bei LEP-Energie entstanden ca. 10 geladene Teilchen pro Hemisphäre, davon ca. 5 aus B-Zerfällen.

Die B^0 , B^+ und B_s (0^+) sind gut bekannt. Sie zerfallen schwach mit einer Lebensdauer von ca. 1.6 ps.



Die B^{0*} , B^{+*} und B_s^* (1^-) zerfallen elektromagnetisch

B^{**} -Mesonen zerfallen wie folgt:

$$B^{**} \rightarrow B / B^* + \pi$$

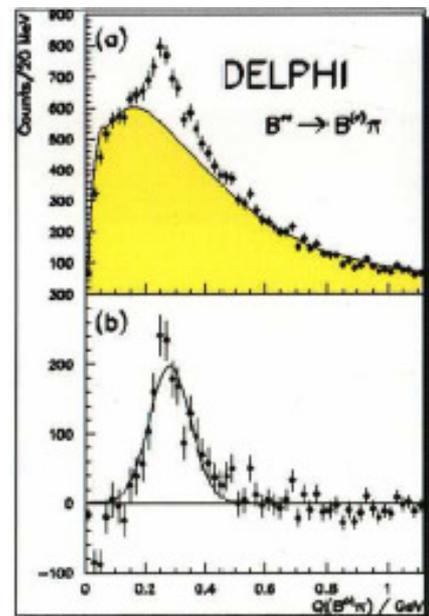
Je nach Anregungszustand haben sie unterschiedliche Lebensdauern, und zerfallen in über unterschiedliche Wechselwirkungen.

Die $j_l = \frac{1}{2}$ -Zustände zerfallen in S-Wellen mit Zerfallsdrehimpuls 0. Dieser Zerfall hat eine kurze Lebensdauer, und damit eine große Resonanzbreite.

Die $j_l = \frac{3}{2}$ -Zustände können hingegen in D-Wellen zerfallen (Bahndrehimpuls 2). Dieser Zerfall hat eine relativ lange Lebensdauer und damit eine kleine Resonanzbreite.

Für die $L = 1$ -Mesonen gilt, dass sie stark zerfallen (Drehimpuls 0 oder 2).

Die Existenz der B^{**} ist gesichert, aber es gibt noch keinen Nachweis der individuellen vier Zustände.

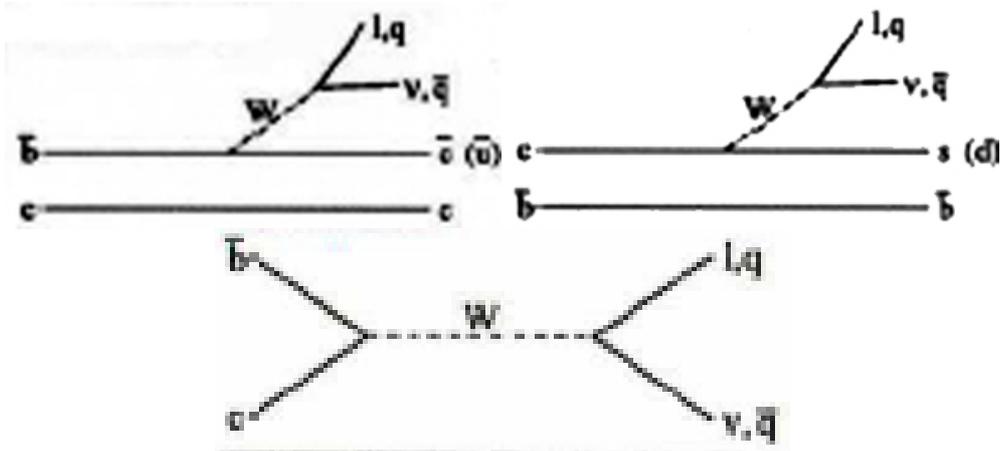


Die radiale Anregung B' zerfällt wahrscheinlich wie:

$$B' \rightarrow B + \pi + \pi$$

dafür gibt es erste Evidenzen, diese sind aber noch nicht gesichert.

Das B_C -Meson ($b\bar{c}$) kann nur schwach zerfallen, dabei kann sowohl das b-Quark, wie auch das c-Quark zerfallen. Ebenso können sich die beiden Quarks annihilieren:



Experimentelle Daten:

$$N = 20.4_{-5.5}^{+6.2}; P_{bg} = 6.3 \cdot 10^{-7}; m = (6.40 \pm 0.39 \pm 0.13) \text{ GeV}; \tau = 0.46_{-0.16}^{+0.18} \pm 0.03 \text{ ps}$$

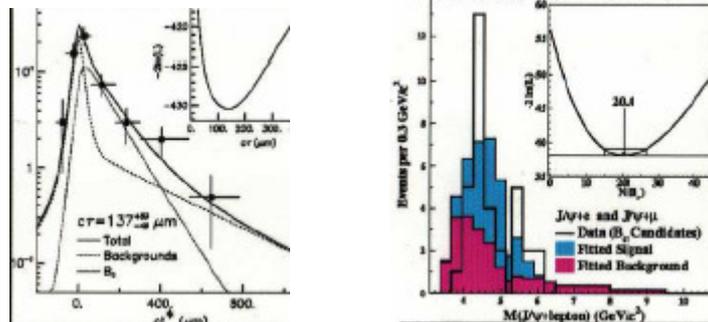


Abbildung 80: Erste Evidenz für das B_C (CDF 1998). Die Lebensdauer der B_C -Mesonen sollte kleiner sein als die anderer B-Hadronen.

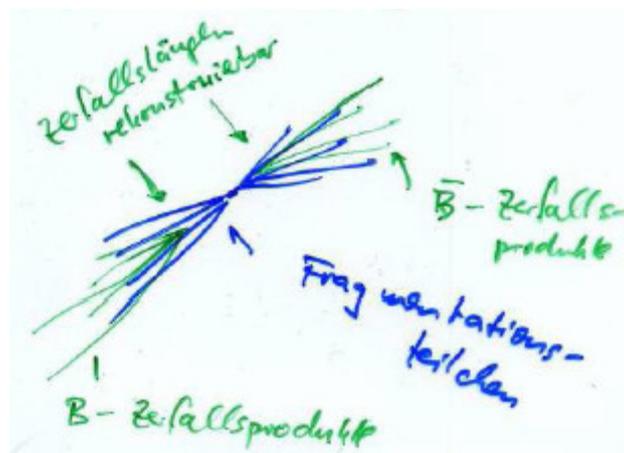
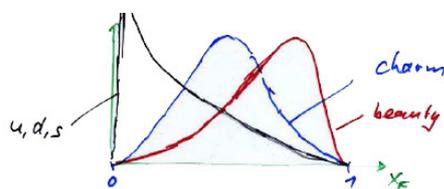
4.2.1. B-Jets

Je höher die Quark-Masse, desto härter ist die Fragmentationsfunktion.

$$x_E = \frac{E_{B\text{-Hadron}}}{E_{B\text{-Quark}}}$$

D.h. der Jet zerfällt in mehr Teile. Für b-Quarks ergibt sich ein Mittelwert von

$$\langle x_E \rangle \sim 0.7$$



Für die Diskussion der B-Jets sind folgende Informationen nötig:

- B-Flavor (b oder \bar{b}) zum Produktionszeitpunkt
- B-Flavor zum Zerfallszeitpunkt
- Zerfallszeit t_{cms} im B-Schwerpunktsystem

Die Zerfallszeit kann über die Distanz des Primärvertex zum Sekundärvertex und dem Impuls des B-Hadrons bestimmt werden:

$$d = vt = \beta ct = \beta c \gamma t_{\text{cms}} = \frac{p}{m} ct$$

$$\rightarrow t_{\text{cms}} = \frac{md}{cp}$$

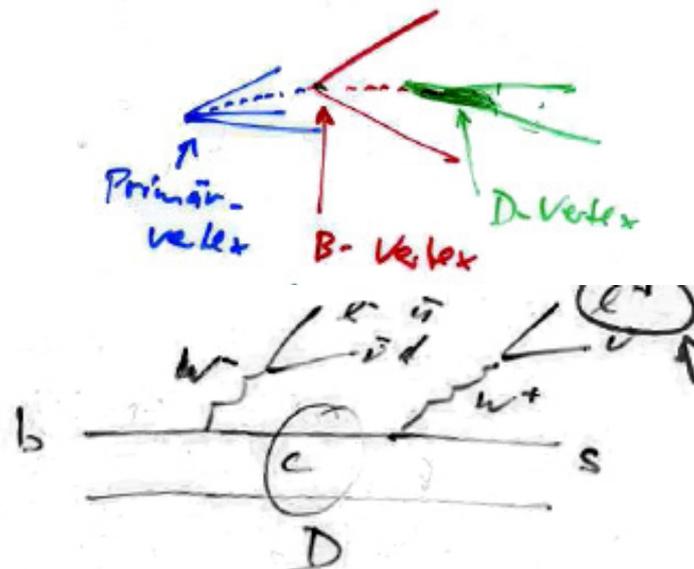
Die Zerfalls- und Produktionsflavor muss über die Vertexladungen bestimmt werden:

$$B^+ : \bar{b}u \text{ und } B^- : b\bar{u}$$

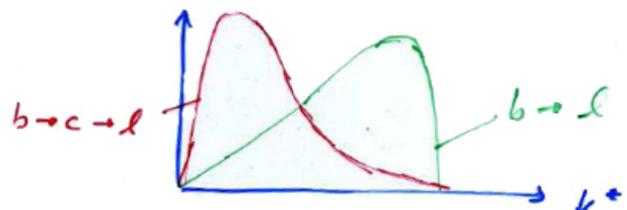
Dabei genügt kann die das b-Quark (also ob b oder \bar{b}) allein durch die Ladung der semileptonischen Zerfälle bestimmt werden.



Problematisch ist hierbei, dass die Existenz eines Leptons nicht zwangsläufig aus dem B-Vertex stammen muss. Ein Lepton aus dem Tertiärvertex der D-Mesonen ist wegen des kleinen Öffnungswinkels des Jets nur schwer vom B-Vertex zu trennen ist.



Ein am D-Vertex entstehende Lepton hat jedoch genau das falsche Vorzeichen, was zu einer Fehlidentifikation führen würde. Man hilft sich hier, indem man den Impuls des Leptons im B-Ruhesystem k^* betrachtet. Die zu den B-Mesonen gehörenden Leptonen besitzen einen höheren mittleren Impuls. Somit kann man die Vertizes statistisch trennen (B-D-Neuronales Netz)



Die Zerfallsflavor kann ebenfalls über die Ladung der K-Mesonen bestimmt werden.

$$K^+ : b \rightarrow c \rightarrow s$$

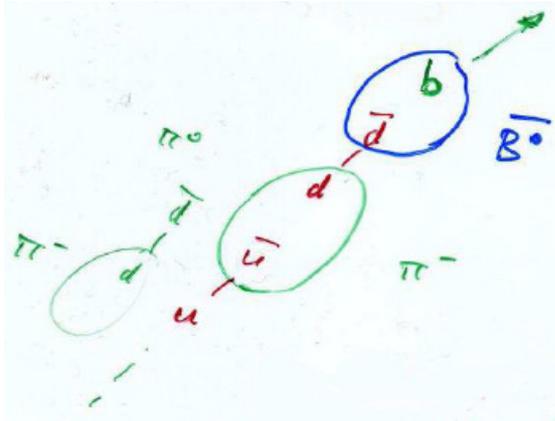
$$K^- : \bar{b} \rightarrow \bar{c} \rightarrow \bar{s}$$

Wegen der 50%-Mischung der K^0 und K_s ist eine Zuordnung über die neutralen Kaonen nicht möglich.

Eine andere Möglichkeit ist noch die Berechnung der Jet-Ladung:

$$Q_{Jet} = \frac{\sum_i p_i^\kappa Q_i}{\sum_i p_i^\kappa}$$

dabei sind p_i die Impulse der geladenen Teilchen, Q_i deren Ladungen und κ ein freier Exponent. $\kappa=0.6$ eignet sich besonders gut um b von \bar{b} zu trennen.



Zuletzt wollen wir die Fragmentationsteilchen noch etwas genauer betrachten: Das führende Fragmentationsteilchen befindet sich im Phasenraum nahe am B-Meson. Es hat eine hohe Rapidität, also eine hohe Energie, und damit einen kleinen Winkel zur Jetachse.

Je nach Ladung dieses Teilchens und des B-Mesons kann das b-Quark identifiziert werden:

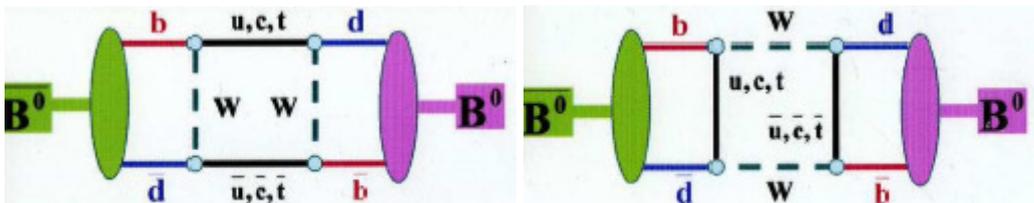
$$b : \quad \bar{B}^0 + \pi^- \text{ oder } B^- + \pi^+$$

$$\bar{b} : \quad B^0 + \pi^+ \text{ oder } B^+ + \pi^-$$

Eine Lorentztransformation lässt die Rapiditätsverteilung bis auf ein konstantes Offset invariant.

4.2.2. B-Oszillation

$\bar{B}^0 B^0$ -Oszillationen sind Prozesse zweiter Ordnung der schwachen WW.



Für massenentartete Familien verschwindet die kohärente Summe (GIM-Mechanismus). Wegen der hohen Masse des Top-Quarks bleibt jedoch ein endlicher Beitrag erhalten.

Für die Analyse von B-Oszillationen benötigt man eine hohe B-Meson Anreicherung und eine korrekte Klassifizierung (oszilliert/nicht oszilliert), d.h. eine hohe Reinheit und große Effizienz. Zur Bestimmung der Lebensdauer ist eine Zerfallslängenmessung und Energiemessung mit möglichst guter Auflösung von Nöten.

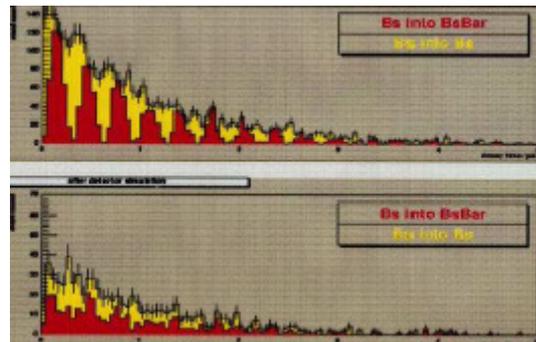
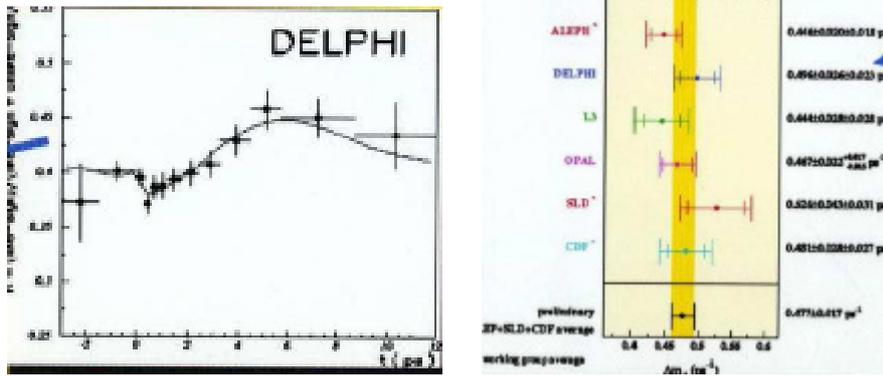


Abbildung 81: B_s in BaBar

Beispiel: Resultate der B-Oszillation

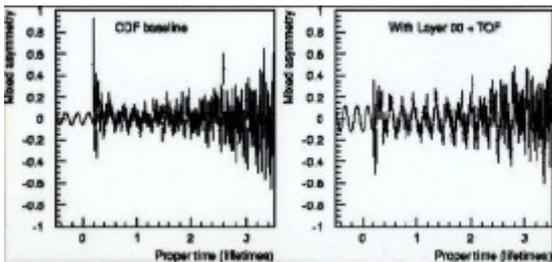


$$\Delta m_d = 0.477 \pm 0.017 \frac{1}{\text{ps}}$$

B_s : konsistent mit sehr hoher Oszillationsfrequenz. Bisher nicht auflösbar. Untere Grenze für Massendifferenz (hauptsächlich LEP):

$$\Delta m_s > 12.4 \frac{1}{\text{ps}}$$

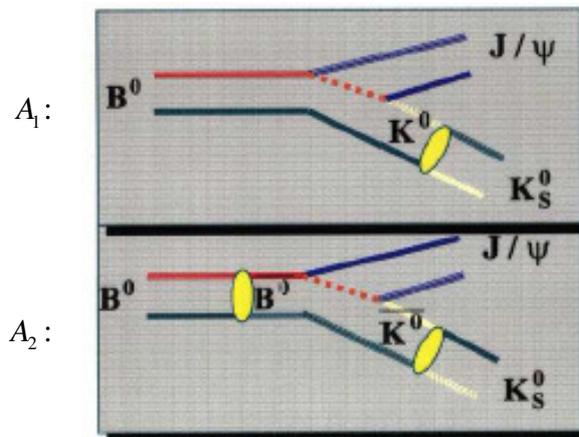
2000-2003 lieferte der verbesserte CDF-Detektor mit 20facher Luminosität folgende Werte:



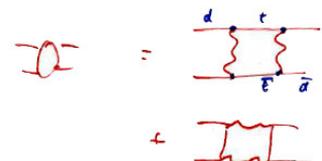
- $\sin 2\beta = 0.05-0.15$
- $\sin 2\alpha = 0.1-0.2$
- $\frac{\Gamma}{\Gamma(B_s)} : \pm 3\%$
- B_s -Oszillation x_s : 25-60
- $A_{CP} = 0.1-0.5$
- $B \rightarrow \mu\mu$ bis 10^{-8}
- $B \rightarrow K\mu\mu$ bis 10^{-7}

4.2.3. CP-Verletzung von B-Zerfällen

Durch die Interferenz der gemischten und ungemischten B-Zerfälle in denselben Endzustand (CP-Eigenzustand, z.B. J/ψ und K_S) tritt eine Mischung induzierte CP-Verletzung auf.



A_2 hat eine Phase, und zwar die Phase der $B^0\bar{B}^0$ -Mischung. Diese Phase ist $\arg(V_{td}V_{td}^*) = 2\beta$; wobei $V_{td} = A\lambda^3(1 - \rho + i\eta)$, und $A_2 = |A_2|e^{2\beta}$.

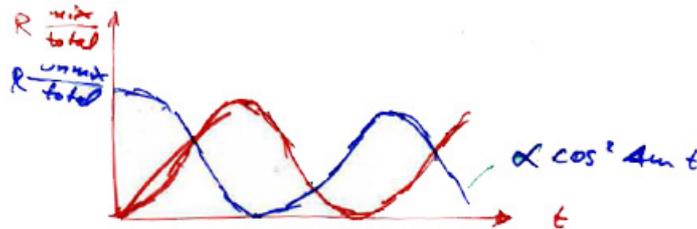


$|A_1 + A_2|^2$ ist beobachtbar:

$$\begin{aligned} |A_1 + A_2|^2 &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + A_1^* A_2 + A_2^* A_1 \\ &= |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2\text{Im}(A_1^* A_2) + 2A_2^* A_1 \end{aligned}$$

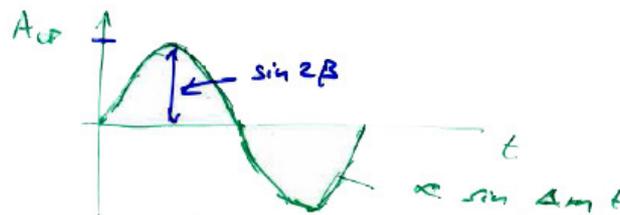
→ Interferenzterm

$B^0 \rightarrow J/\Psi + K_s$ hat eine andere Zeitabhängigkeit als $\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi + K_s$. Die Interferenz ist besonders groß, wenn $|A_2| = |A_1|$, d.h. wenn genauso viele gemischte wie ungemischte Zustände existieren.



$$\begin{aligned} A_{\text{CP}}(t) &= \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi + K_s) - \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi + K_s)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi + K_s) + \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi + K_s)} \\ &= D \cdot \sin^2 2\beta \cdot \sin(\Delta m \cdot t) \end{aligned}$$

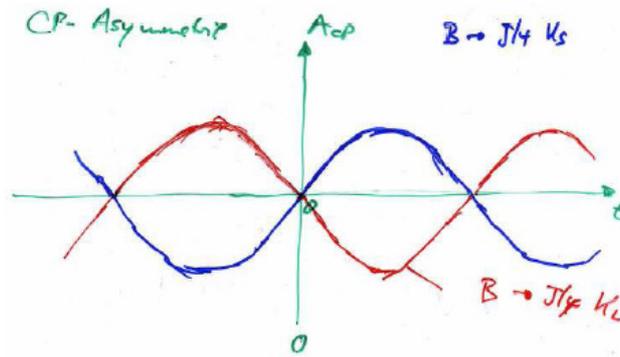
(D ist der experimentelle Dilution-Faktor, der durch falsche Tags entsteht, die $B^0 \bar{B}^0$ nicht perfekt trennen.)



Wir betrachten nun ein $B^0 \bar{B}^0$ -System aus einem $\Upsilon(4s)$ -Zerfall. Dieses System ist kohärent ein kohärenter Zustand (1^- -Zustand; $B^0 \bar{B}^0 - \bar{B}^0 B^0$ Antisymmetrie).

Bis zum Zerfall des ersten B-Mesons weiß man nicht, welches das B^0 und welches das \bar{B}^0 ist. Entweder mischen beide oder gar keins, beide Möglichkeiten sind ununterscheidbar. Die Zeitmessung beginnt dann beim ersten Zerfall eines der beiden B-Mesonen. Ab dann ist die Mischung des anderen interessant.

Für das CP-Experiment betrachtet man nur den einen B^0 -Zerfall in einen CP-Eigenzustand (z.B. $J/\Psi + K_s$; $\text{BR} < 1\%$). Es ist nicht feststellbar, ob der Zerfall von einem \bar{B}^0 oder einem B^0 stammt. Das andere B-Meson soll in keinen CP-Eigenzustand zerfallen ($\text{BR} > 88\%$; z.B. $B^0 \rightarrow e^- \nu D^{+*}$). Damit ist die Flavor zum Zerfallszeitpunkt feststellbar. Diese Auswahl nennt man Trigger-Zerfall. Man definiert die Zerfallszeit t als negativ, wenn der $(J/\Psi + K_s)$ -Zerfall vor dem Triggerzerfall stattfand, sonst als positiv.



Die integrierte CP-Asymmetrie ist Null. Man muss also die Zeitdifferenz messen, um einen Effekt sehen zu können

Bei LEP und CDF sind beide B-Zerfälle inkohärent und unabhängig, weil in der $b\bar{b}$ -Fragmentation viele weitere zusätzliche Teilchen entstehen. Es sind alle Kombinationen möglich:

$$B^+, \bar{B}^0, \bar{B}_s, \bar{\Lambda}_b \Leftrightarrow B^-, B^0, B_s, \Lambda_b$$

Die Zeitmessung fängt beim Produktionsprozess an. Damit gibt es nur positive Zeiten. Es kann jedoch auch ohne Zeitrekonstruktion eine integrierte CP-Asymmetrie übrig bleiben.

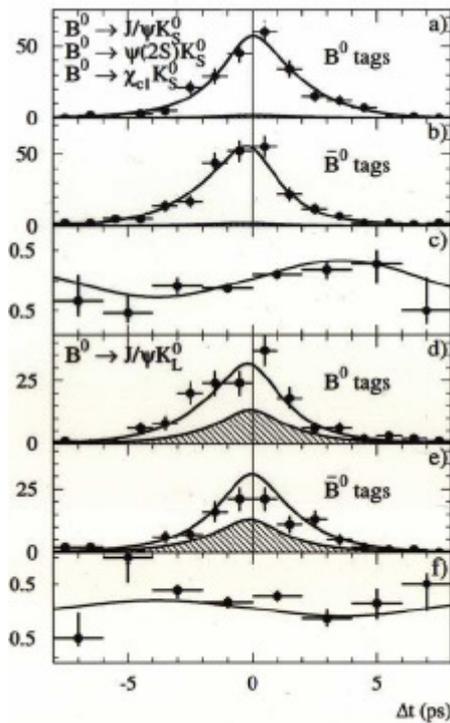
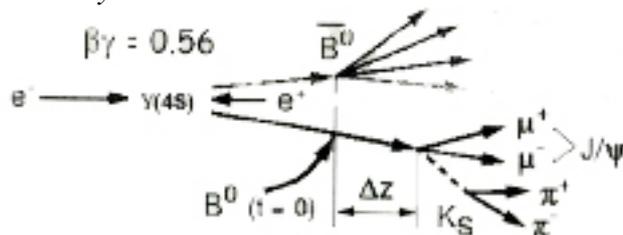


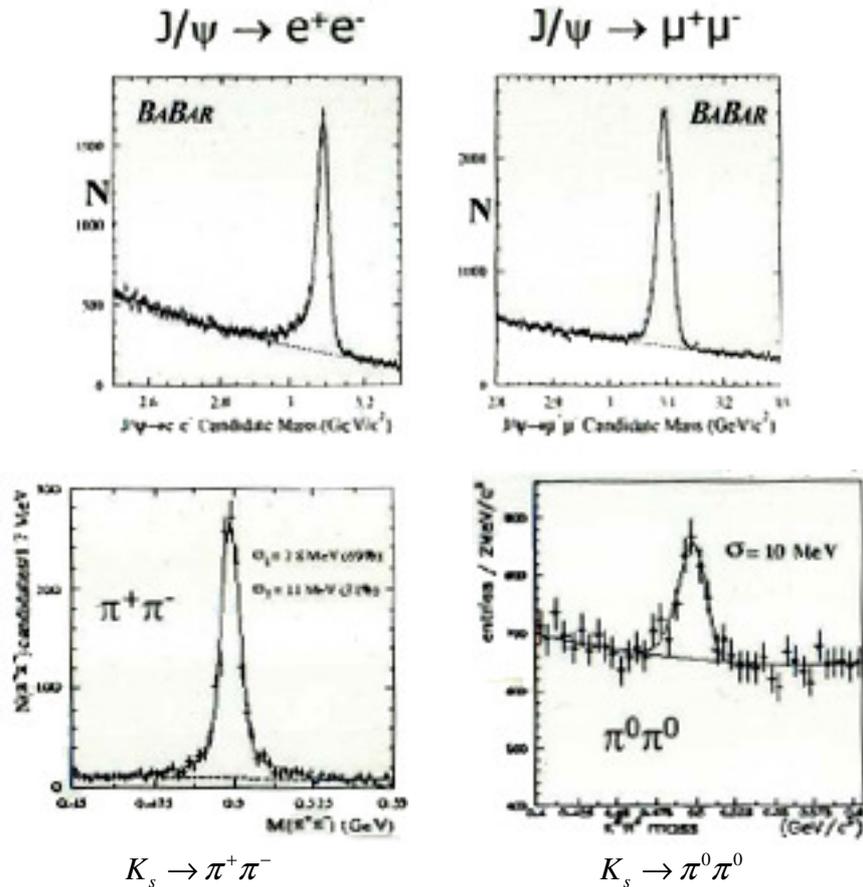
Abbildung 82: BaBar 2001; Nachweis der CP-Verletzung im B-System ($\sin 2\beta = 0.59 \pm 0.14 \pm 0.05$)

Beispiel: Messung der CP-Asymmetrie

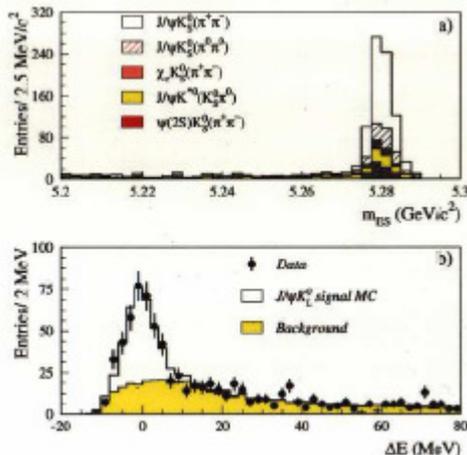


1. Rekonstruktion des CP-Eigenzustands
2. Bestimmung der Flavor des anderen B-Mesons („tag“)
3. Bestimmung des Dilution-Faktors, der die Asymmetrie reduziert.
4. Bestimmung der Zerfallszeit Δt zwischen den beiden Zerfällen der B-Mesonen
5. Bestimmung des Abstandes Δz der beiden Zerfallspunkte der B-Mesonen
6. Bestimmung von $\sin 2\beta$

Beispiel: Rekonstruktion des CP-Eigenzustands bei BaBar



Beispiel: Monte Carlo Simulation von CP-Eigenzuständen



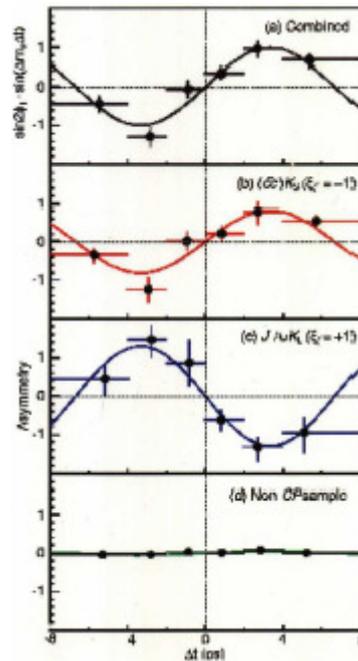
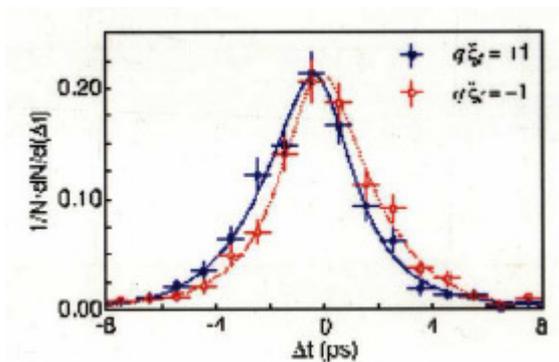


Abbildung 83: CP-Verletzung bei Belle

Im Urknallmodell geht man von einem symmetrischen Zustand zwischen Materie und Antimaterie aus. Heute existiert jedoch viel mehr Materie als Antimaterie. Um diese Symmetriebrechung zu erklären benötigt man zwei Inputs.

- Baryonenzahlverletzung
- CP-Verletzung

CP-Verletzung kann wie wir gesehen haben über das Standardmodell erklärt werden. Die Frage ist nur, ob der Mechanismus stark genug und ausreichend ist um das Ungleichgewicht im Universum zu erklären. Baryonenzahlverletzung kann über das Standardmodell nicht erklärt werden.

4.3. B-Detektoren

4.3.1. BaBar



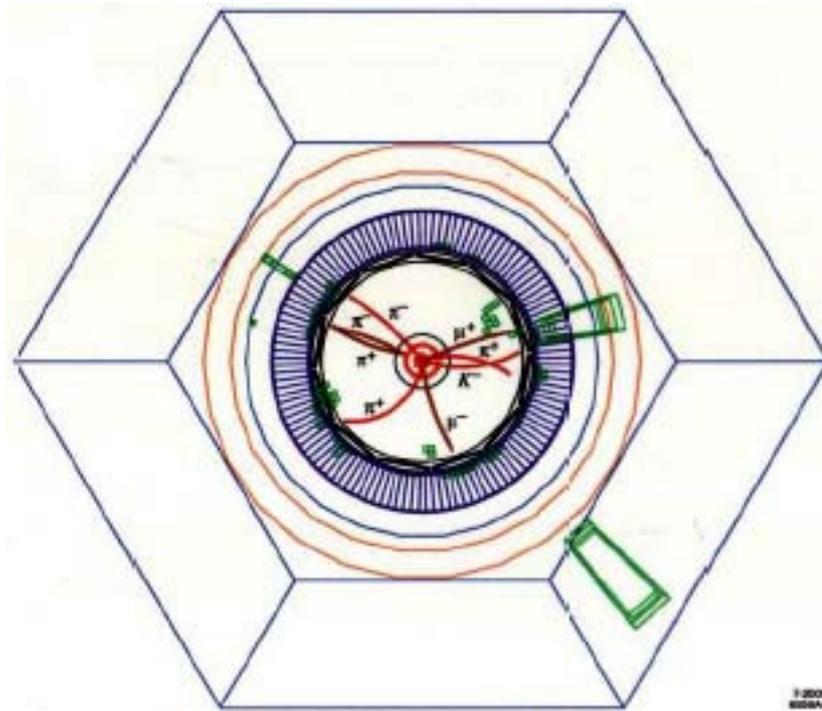
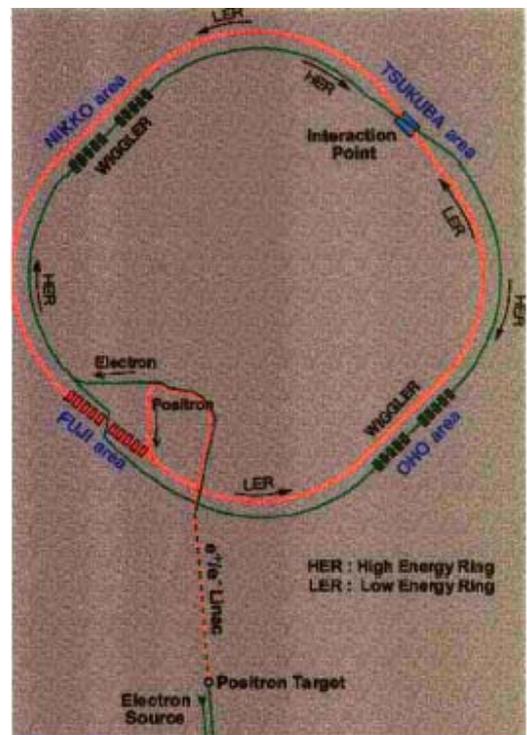
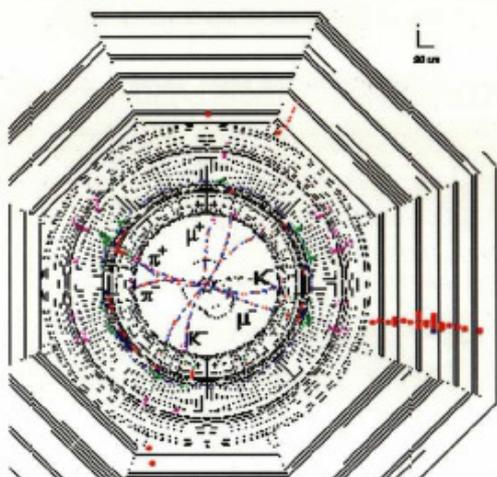
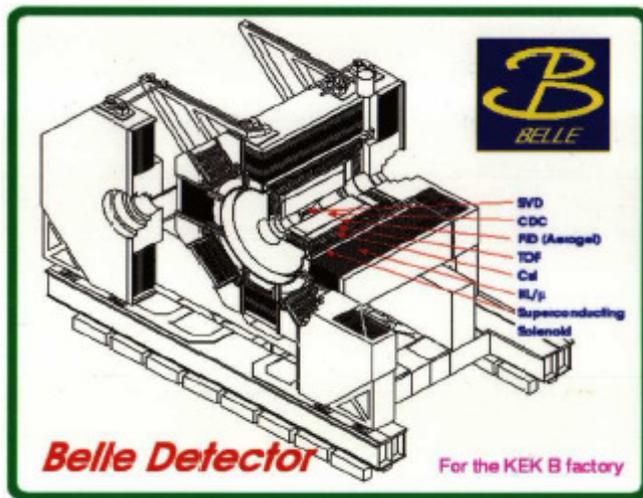


Abbildung 84': CP-verletzendes Ereignis bei BaBar

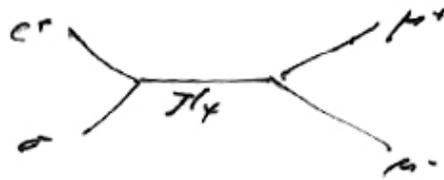
4.3.2. Belle



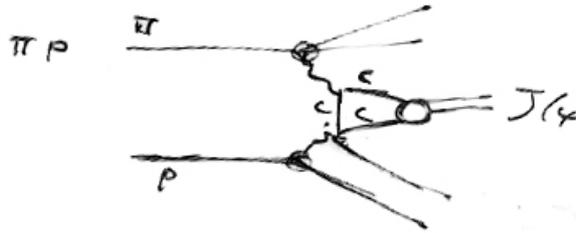
5. Charme-Physik

5.1. J/Ψ -Teilchen

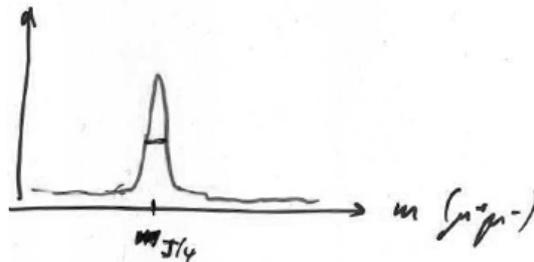
$$e^+ + e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow J/\Psi \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$



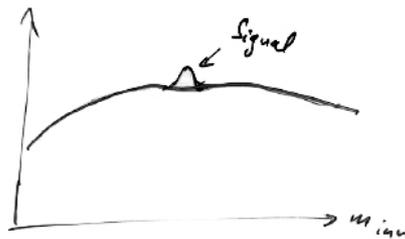
Bei der J/Ψ -Produktion entstehen mehrere andere Teilchen im Endzustand.



Die Teilchen müssen aus der Messung der Zerfallsteilchen rekonstruiert werden. Dazu muss $\vec{p}(\mu^+)$, $\vec{p}(\mu^-)$, E und $m(\mu^-\mu^+)$ gemessen werden.



Über die Messung der Position kann die Masse bestimmt werden und über die Messung der Breite die Resonanzbreite. Die Resonanzbreite ist jedoch mit der der Detektorauflösung gefaltet. Es ist daher besser, wenn man reine geladene Endzustände betrachtet. Bei der Existenz von π^0 ist es schwieriger, bei Neutrinos unmöglich.

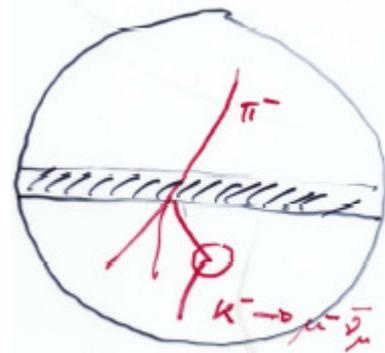
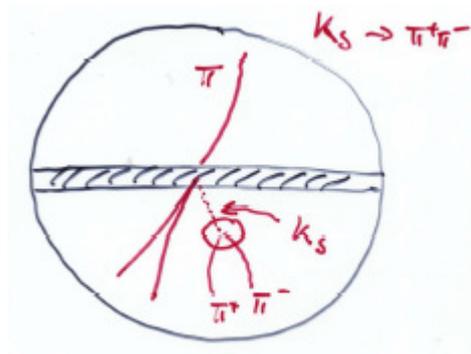
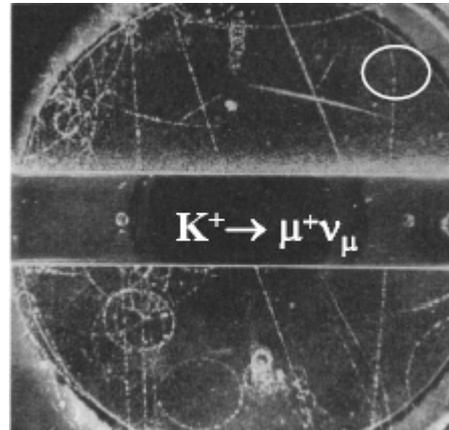
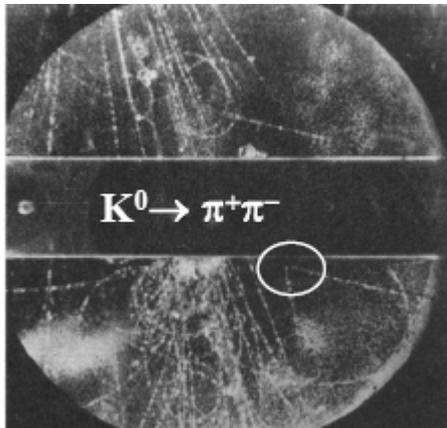


Der kombinatorische Untergrund besteht in erster Linie aus Pionen. In μ -Kammern können die Pionen unterdrückt werden.

6. Kaon-Physik

6.1. Kaonen

Kaonen und damit auch das Strange-Quark wurden 1947 das erste Mal in so genannten V-Events in der Spurkammer von Rochester und Butler beobachtet.



Sechs Ereignisse dieser Art wurden auf ungefähr 1000 Aufnahmen gefunden. Der Wirkungsquerschnitt ist $\sigma \approx 10^{-26} \text{ cm}^2$, was typisch für Prozesse der starken WW ist.

$$N = 1000 \cdot \sigma \cdot \frac{N_{\text{Nukleonen}}}{\text{cm}^2} \approx 6$$

Die Lebensdauer der erzeugten Teilchen ist lang ($\tau = 10^{-8}$ bis 10^{-10} s), da sie über die schwache WW zerfallen. Damit ergibt sich eine Reichweite d:

$$d = \gamma v \cdot \tau \approx O(10 \text{ cm})$$

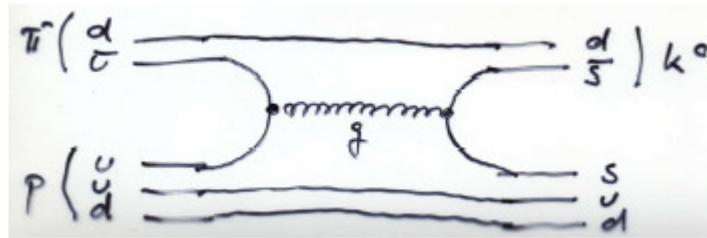
Damals hat man motiviert durch diese Beobachtungen die Quantenzahl Strangeness S eingeführt. Sie ist unter starker Wechselwirkung erhalten und wird von der schwachen WW verletzt.

$$\begin{aligned} \underbrace{\pi^- p}_{S=0} &\rightarrow \underbrace{K^0}_{S=+1} \underbrace{\Lambda^0}_{S=-1} \\ &\rightarrow K^0 \Sigma^0 \\ &\rightarrow K^+ \Sigma^- \end{aligned}$$

Heute geht man davon aus, dass Strange-Quarks erzeugt werden. Per Definition ist die Strangeness der s-Quarks $S(s)=-1$ und der \bar{s} , $S(\bar{s})=1$. Damit folgt:

$$K^0 (\bar{s}d): s = +1; \bar{K}^0 (s\bar{d}): s = -1; K^+ (\bar{s}u): s = +1; K^- (s\bar{u}): s = -1$$

Beispiel: Feynmanngraph für $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda^0$



Betrachten wir nun den Isospin der Kaonen. Nach der Gellmann-Nishigiwa-Formel gilt:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \text{ mit der Hyperladung } Y = B + S$$

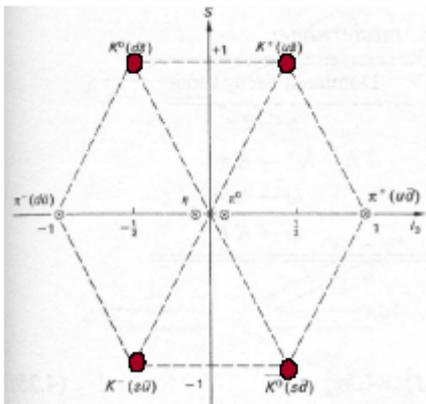
$$K^0: \quad 0 = I_3 + \frac{1}{2} \quad \Rightarrow I_3 = -\frac{1}{2}$$

$$\bar{K}^0: \quad 0 = I_3 - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow I_3 = +\frac{1}{2}$$

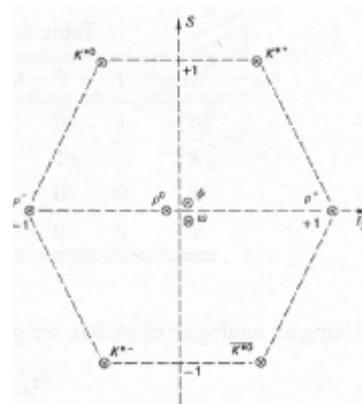
$$K^+: \quad +1 = I_3 + \frac{1}{2} \quad \Rightarrow I_3 = +\frac{1}{2}$$

$$K^-: \quad -1 = I_3 - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow I_3 = -\frac{1}{2}$$

Damit hat man zwei Isospin Dubletts: $\begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} K^- \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix}$



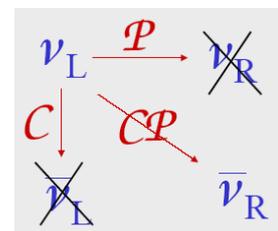
Multiplett pseudoskalarer Mesonen (Spin 0)



und Vektormesonen (Spin 1)

Bis 1964 nahm man an, dass CP eine erhaltene Größe in der schwachen WW sei. Da K^0 und \bar{K}^0 sind keine C-Eigenzustände, sind sie jedoch auch keine Eigenzustände zu CP:

$$CP(\bar{K}^0) = K^0 \text{ und } CP(K^0) = \bar{K}^0$$



um dieses Problem zu umgehen führt man normalisierte Eigenzustände von CP ein:

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \text{ und } |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

dies sind die physikalisch beobachtbaren Teilchen, mit definierter Masse und Lebensdauer.

Tatsächlich erzeugt werden aber weiterhin K^0 und \bar{K}^0 , da in der starken WW eine definierte Strangeness existiert.

Es gilt: $CP(K_1) = K_1$ und $CP(K_2) = -K_2$

Die Konsequenz daraus ist, dass der Zustand K_1 in zwei Pionen, der Zustand K_2 in drei Pionen zerfällt. Was wiederum zur Folge hat, dass sie unterschiedlich schnell zerfallen.

$$\tau(K_1) = 0.89 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$\tau(K_2) = 5.2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Unter diesen Annahmen bezeichnen wir $K_1 = K_S$ (short) und $K_2 = K_L$ (long).

Für die Massen gilt:

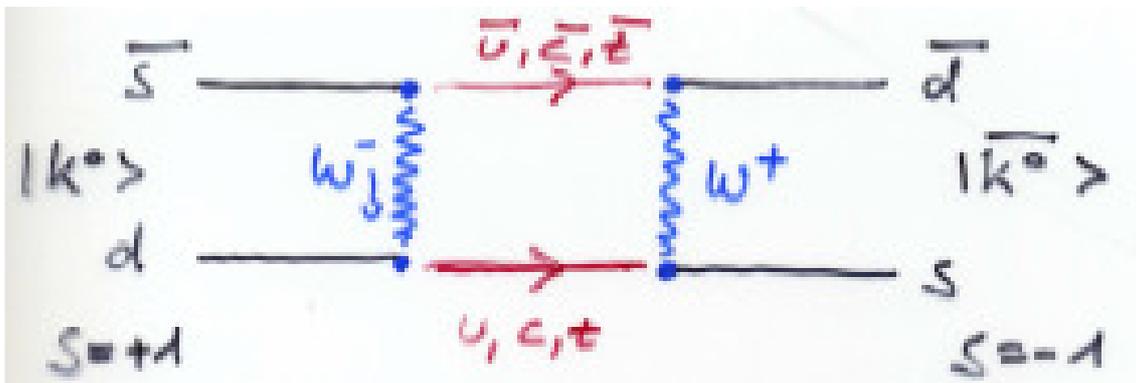
$$m(K_S) = m(K_L) = 498 \text{ MeV}$$

$$m(2\pi) = 280 \text{ MeV} \rightarrow \Delta E = 218 \text{ MeV}$$

$$m(3\pi) = 420 \text{ MeV} \rightarrow \Delta E = 78 \text{ MeV}$$

6.2. $K^0 - \bar{K}^0$ -Oszillation

Zur Zeit $t=0$ wird ein K^0 erzeugt. Durch einen Übergang zweiter Ordnung der schwachen WW kann es in ein \bar{K}^0 oszillieren.



Die Konsequenz der $K^0 - \bar{K}^0$ -Oszillation ist eine Massendifferenz zwischen K_1 und K_2 .

$$\Delta m = m_S - m_L = \langle K_S | \kappa | K_S \rangle - \langle K_L | \kappa | K_L \rangle$$

$$= \dots = \langle \bar{K}^0 | \kappa | K^0 \rangle + \langle K^0 | \kappa | \bar{K}^0 \rangle$$

Experimentell kann diese Differenz gemessen werden: $\Delta m = 3.5 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$

Die Oszillationsfrequenz ist durch Δm bestimmt.

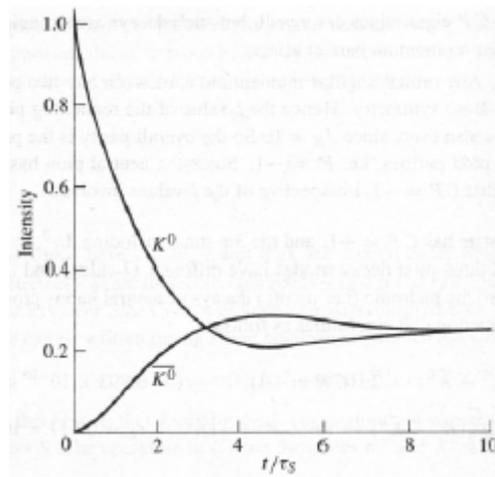
$$|K_{L,S}(t)\rangle = |K_{L,S}(0)\rangle \cdot e^{-\left(\frac{\Gamma}{2} + im_{L,S}\right)t}$$

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_L(t)\rangle + |K_S(t)\rangle)$$

$$= \dots =$$

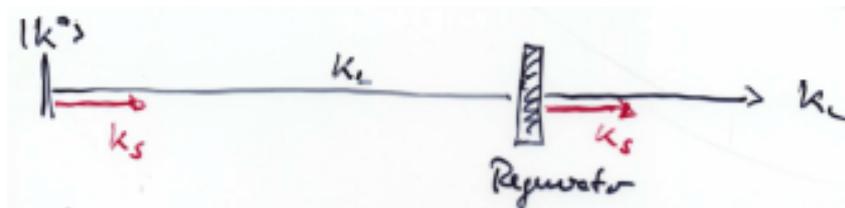
$$= \frac{1}{2} \left(\left[e^{-\left(\frac{1}{2}\Gamma_L + im_L\right)t} + e^{-\left(\frac{1}{2}\Gamma_S + im_S\right)t} \right] |\bar{K}^0(t)\rangle + \left[e^{-\left(\frac{1}{2}\Gamma_L + im_L\right)t} - e^{-\left(\frac{1}{2}\Gamma_S + im_S\right)t} \right] |K^0(t)\rangle \right)$$

Damit folgt für die Wahrscheinlichkeit (\sim Intensität) einen der beiden Zustände K^0 oder \bar{K}^0 zu finden:

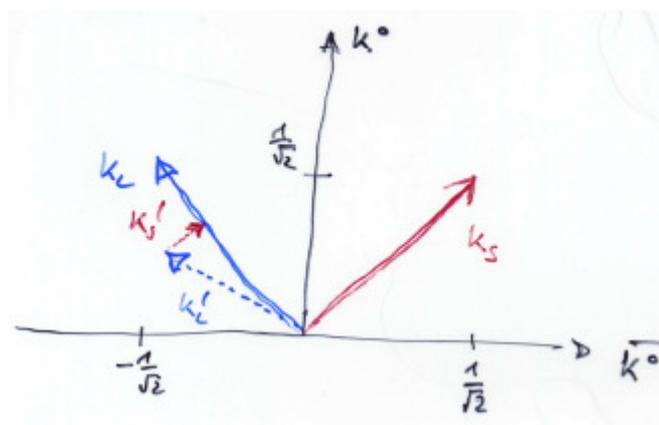


6.3. Regeneration

Wir betrachten den Prozess $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda^0$. Zur Zeit $t=0$ wird ein Kaon erzeugt. Nach $t \gg \tau_S$ existieren nur noch K_L -Teilchen. Bewegen sich diese Kaonen nun durch einen Materieblock werden K_S regeneriert.



Dieser Effekt tritt auf, weil K^0 und \bar{K}^0 in der Materie unterschiedlich wechselwirken. Dadurch kommt es zu einer Verschiebung des Mischungsverhältnisses. Effektiv wurden also K_S regeneriert.



6.4. CP-Verletzung

Die CP-Verletzung bei Kaonen wurde 1964 von Cronin, Fitch, Turlay und Christensen entdeckt. Anders als wie bisher angenommen, kann das K_L nämlich doch in zwei Pionen zerfallen.

$$\underbrace{K_L}_{CP=-1} \rightarrow \underbrace{\pi^+ \pi^-}_{CP=1}$$

Diese CP-Verletzung findet in $\varepsilon \sim 0.2\%$ aller K_L -Zerfällen statt. Damit sind K_S und K_L also auch keine Eigenzustände von CP. $K_S \neq K_1$ und $K_L \neq K_2$ sondern

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} (|K_1\rangle + \varepsilon|K_2\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} ((1+\varepsilon)|K^0\rangle + (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} (|K_2\rangle + \varepsilon|K_1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} ((1+\varepsilon)|K^0\rangle - (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle)$$

mit $\varepsilon = (2.259 \pm 0.018) \cdot 10^{-3}$

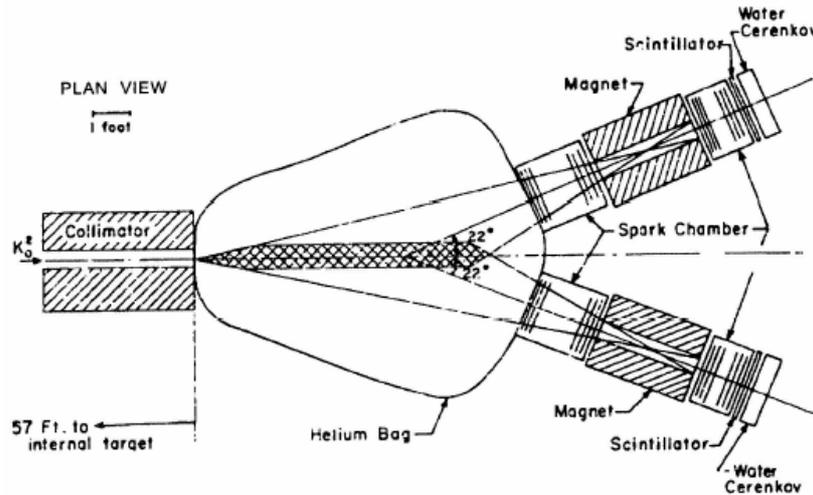
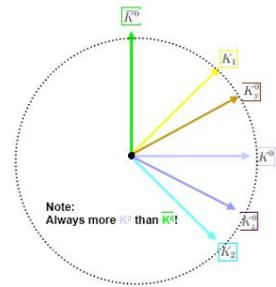


Abbildung 85: Detektor-Apparat, mit dem die CP-Verletzung nachgewiesen wurde.

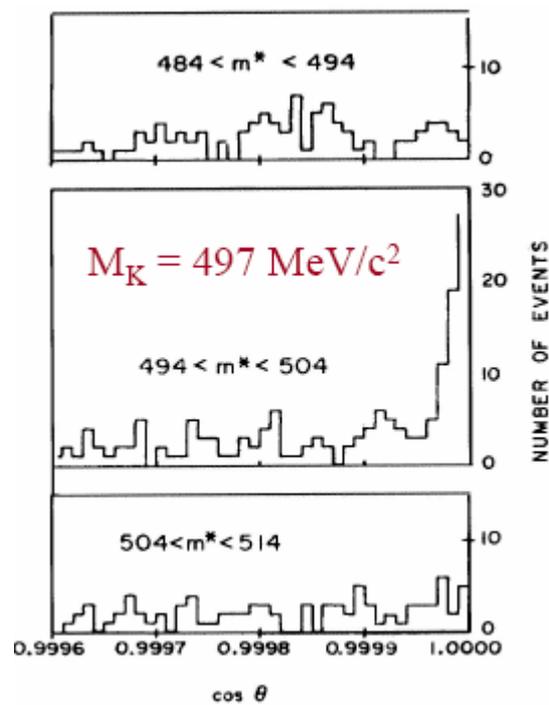


Abbildung 86: Nachweis der CP-Verletzung (Nobelpreis 1980)

Über die Messung von semileptonischen Zerfällen ist ein „tagging“ der Strangeness möglich.



$$K^0 \rightarrow \pi^- + l^+ + \nu_l$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}_l$$

Die semileptonische Asymmetrie ist:

$$A_l = \frac{N(K_L \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e) - N(K_L \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e)}{N(K_L \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e) + N(K_L \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e)}$$

$$A_{l,\text{theoretisch}} = \sqrt{2}|\varepsilon| = (3.30 \pm 0.03) \cdot 10^{-3}$$

$$A_{l,\text{experimentell}} = (3.33 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$$

Damit hat man eine absolute Definition von Materie gegenüber Antimaterie.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen zwei Arten von CP-Verletzung – direkter und indirekter. Bei der indirekten ändert sich die Strangeness um zwei (Oszillationen), während sie bei der direkten sich nur um eins ändert.

6.4.1. indirekte CP-Verletzung

Wir betrachten einen beliebigen Zustand

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \triangleq a|K^0\rangle + b|\bar{K}^0\rangle$$

Für die Zeitentwicklung gilt:

$$i \frac{d}{dt} |\psi\rangle = (M - \frac{i}{2}\Gamma) |\psi\rangle, \text{ mit } M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \text{ und } \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix}$$

CPT-Erhaltung fordert:

$$M_{11} = M_{22}; \Gamma_{11} = \Gamma_{22}; |K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} (|K_1\rangle + \varepsilon|K_2\rangle); |K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} (|K_2\rangle + \varepsilon|K_1\rangle)$$

CP-Verletzung fordert:

$$\arg \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \neq 0; \text{ also ein relative Phase zwischen } \Gamma_{12} \text{ und } M_{12}.$$

$$\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = \sqrt{\frac{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}}$$

denn, für $\varepsilon \neq 0$ folgt $M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \neq M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*$, d.h. $K^0 \rightarrow \bar{K}^0 \neq \bar{K}^0 \rightarrow K^0$

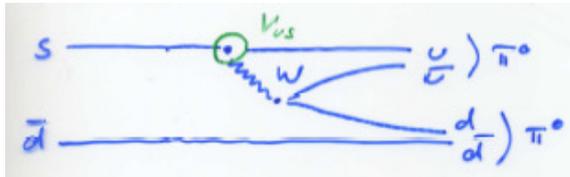
Die indirekte CP-Verletzung könnte jedoch auch durch eine „superschwache“ WW als Prozess 1. Ordnung existieren. Um dies auszuschließen, muss die direkte CP-Verletzung existieren.

6.4.2. direkte CP-Verletzung

Zur Untersuchung der direkten CP-Verletzung betrachtet man den Prozess erster Ordnung

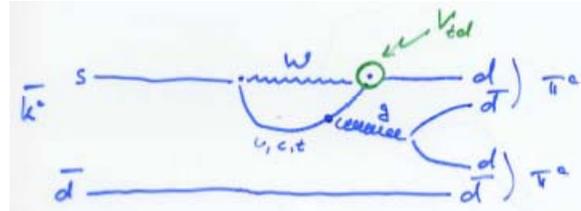
$$K_L \rightarrow 2\pi$$

Dieser Zerfall wird über zwei Kanäle realisiert:



Baum-Graph:

Trägt zu I=0 und I=2 Amplituden bei



Pinguin-Graph:

Trägt nur zur I=0 Amplitude bei;
Enthält komplexes Element der CKM-Matrix

Dazu definieren wir uns die Zerfallsamplituden:

$$A_I = A(K^0 \rightarrow 2\pi) \cdot e^{-i\delta_I}$$

$$A_I^* = A(\bar{K}^0 \rightarrow 2\pi) \cdot e^{-i\delta_I}$$

Dabei kann der Isospin I nur die Werte 0 und 2 annehmen. 1 ist wegen der Bose-Statistik verboten. Damit erhält man folgende Isospinzerlegungen:

$$|\pi^+\pi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|2,0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|0,0\rangle$$

$$|\pi^0\pi^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|2,0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|0,0\rangle$$

→

$$A(K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = \sqrt{\frac{2}{3}}A_0 \cdot e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{1}{3}}A_2 \cdot e^{i\delta_2}$$

$$A(K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = -\sqrt{\frac{1}{3}}A_0 \cdot e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{2}{3}}A_2 \cdot e^{i\delta_2}$$

Für die \bar{K}^0 -Amplituden muss man die A_I durch A_I^* ersetzen

Betrachtet man das Amplitudenverhältnis:

$$\begin{aligned} Y_{+-} &= \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = \frac{\langle \pi^+\pi^- | K_L \rangle}{\langle \pi^+\pi^- | K_S \rangle} = \dots = \\ &\approx \varepsilon + \frac{\langle \pi^+\pi^- | K_2 \rangle}{\langle \pi^+\pi^- | K_1 \rangle} = \varepsilon + \varepsilon' \\ Y_{00} &= \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} = \dots = \varepsilon - 2\varepsilon' \end{aligned}$$

ε' ist ein Maß für die direkte CP-Verletzung. Denn falls $\varepsilon' \neq 0$ folgt $\langle \pi^+\pi^- | K_2 \rangle \neq 0$ und damit $\langle \pi^+\pi^- | K^0 \rangle \neq \langle \pi^+\pi^- | \bar{K}^0 \rangle$. Es gilt:

$$\varepsilon' = \frac{i}{2} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \cdot \frac{\text{Im } A_2}{A_0}$$

Mit der Wu-Yang-Phasenkonvention: A_0 reell.

Für die direkte CP-Verletzung benötigt man also zwei unterschiedliche Amplituden A_0, A_2 mit einer relativen Phase. Die Phase ist das Resultat der Interferenz zw. Baum- und Pinguin-Graph. ϵ' ist klein und das Amplitudenverhältnis $\frac{A_2}{A_0} \approx 0.045$. Damit ist der Zerfall $K^0 \rightarrow 2\pi$ bevorzugt.

Experimentell wird die CP-Verletzung über das Doppelverhältnis R untersucht:

$$R = \left| \frac{Y_{00}}{Y_{+-}} \right|^2 = 1 - 6 \cdot \text{Re} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right)$$

An den Experimenten NA48-CERN und KTEV-Fermilab wurde R gemessen, mit dem Ergebnis:

$$\text{Re} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right) = (17.3 \pm 1.7) \cdot 10^{-4}$$

Damit ist ein „superschwaches“ Modell ausgeschlossen. Die direkte CP-Verletzung ist experimentell bestätigt.

Im Standardmodell steht also ein Mechanismus zur Beschreibung der CP-Verletzung zur Verfügung. Die theoretische Berechnung von $\frac{\epsilon'}{\epsilon}$ ist jedoch sehr schwer. Es besteht keine Vorhersagekraft von theoretischer Seite.

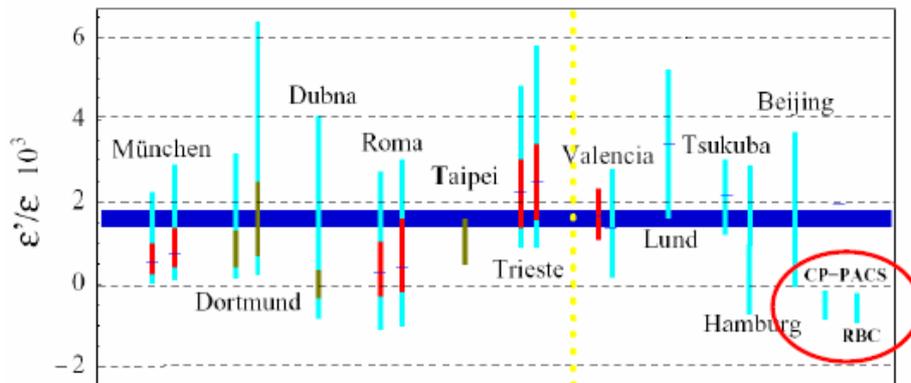


Abbildung 87: Unregelmäßigkeiten bei der Bestimmung des Doppelverhältnisses.

Eine andere Möglichkeit die CP-Verletzung zu zeigen, läuft über den drei Pionen Zerfall:

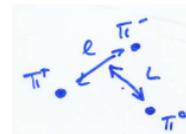
$$K_S \rightarrow 3\pi :$$

$$K_S \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$$

$$K_S \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

→ eindeutiger Hinweis für \mathcal{CP}

CP-erhaltende Komponente



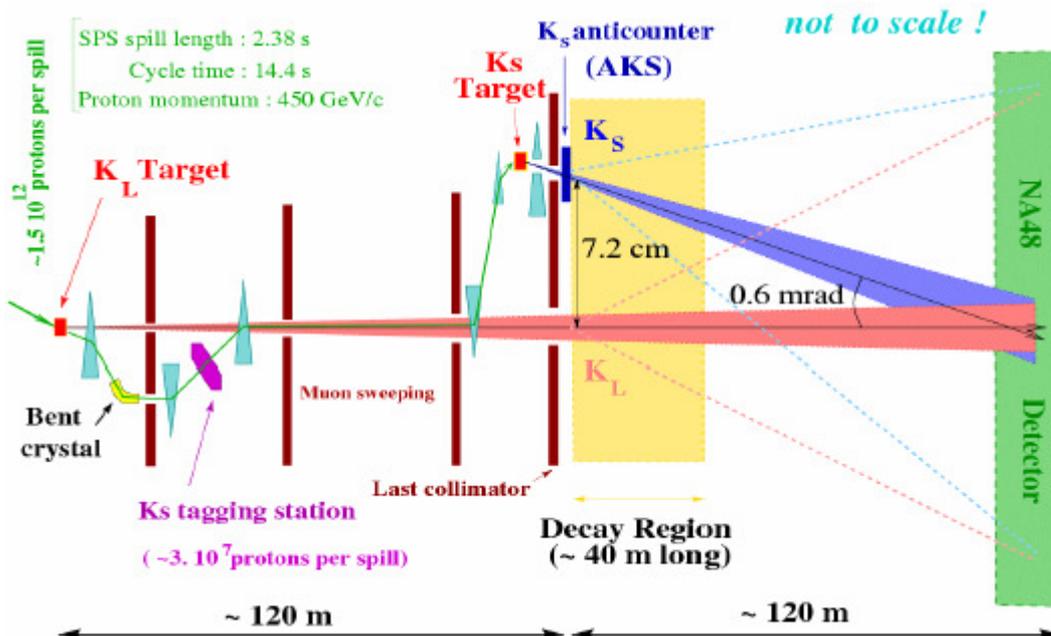
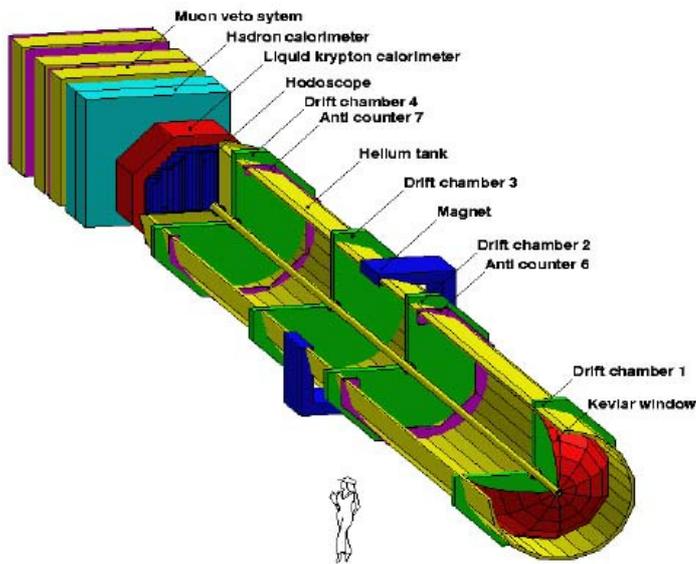
$I=1$ und $L=1$, d.h. CP-Erhaltung

Nach aktuellem Forschungsstand stimmen theoretische und experimentelle Daten überein:

$$BR_{\text{theo}}(K_S \rightarrow 3\pi) = 2 \cdot 10^{-9}; BR_{\text{KLOE}}(K_S \rightarrow 3\pi) < 2 \cdot 10^{-7}$$

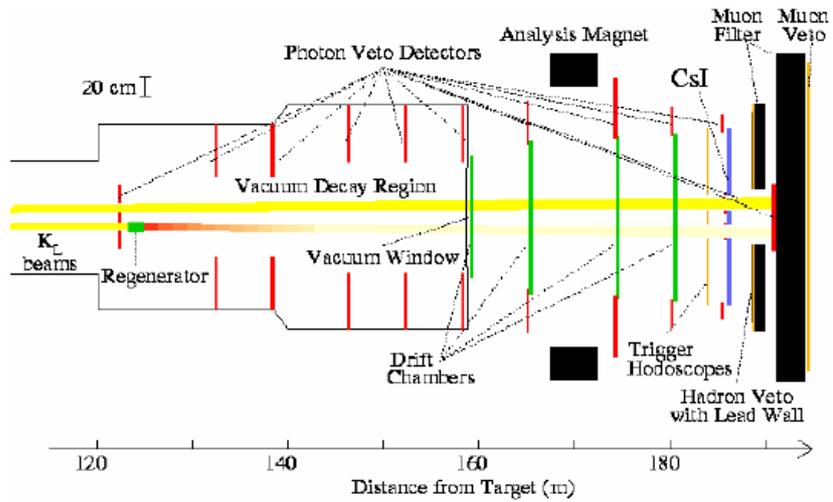
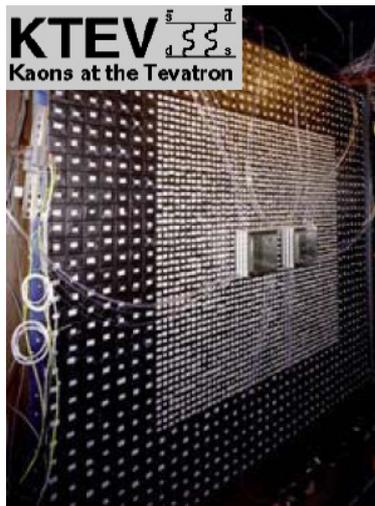
6.5. Kaon-Experimente

6.5.1. NA48-Detektor



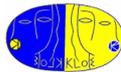
Am NA48 Detektor beobachtet man die Zerfälle $\pi^0\pi^0 \rightarrow 4\gamma$ mit einem LKr Kalorimeter. Man erreicht Auflösungen $\frac{\sigma(E)}{E} < 1\%$ bei Energie von 25GeV. Für die $\pi^+\pi^-$ -Detektion findet man über das magnetische Spektrometer eine Auflösung von $\frac{\sigma(p)}{p} = 0.5\% + 0.9\% \cdot \frac{p}{100\text{GeV}}$

6.5.2. E832 (KTeV) bei FNAL

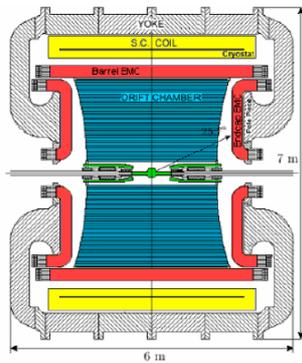


Bei KTeV beobachtet man einen Doppelten K_L Strahl ($\langle p \rangle = 70\text{GeV}$). In der einen Hälfte werden K_S regeneriert. In reinen CsI-Kalorimetern wird der Strahl dann analysiert.

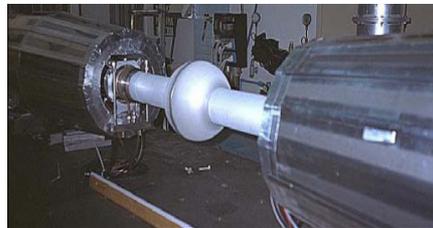
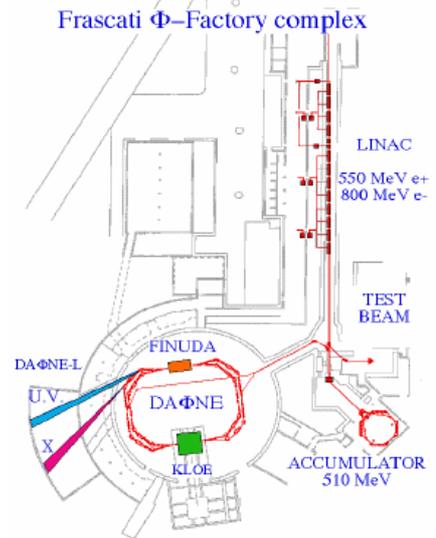
6.5.3. KLOE



KLOE ist ein Detektor an der Frascati Φ -Fabrik. Der Speicherring DAΦNE besteht aus zwei unterschiedlichen Ringen für Elektronen und Positronen ($E=510\text{ MeV}$). In den Detektoren werden die Strahlen (20mA pro Bunch) in einem Winkel von 12.5rad bis zu 120mal pro Sekunde aufeinander geschossen.



Der KLOE-Detektor besitzt ein Pb-SciFi Kalorimeter, ein Magnetfeld (0.52T) und einer Driftkammer mit 13000 Zellen.



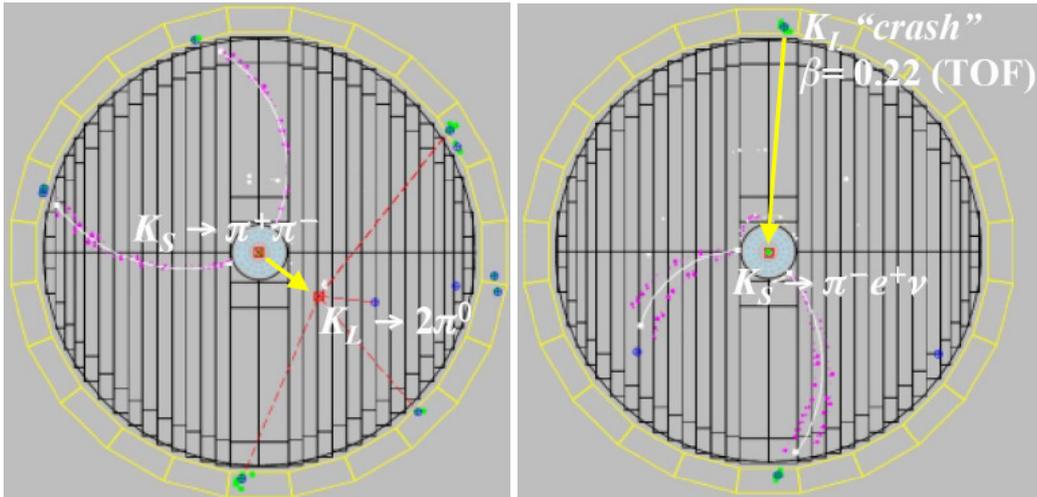
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \phi) \approx 3\mu\text{b}$$

Die ϕ -Teilchen besitzen folgende Zerfallskanäle:

$$\phi \rightarrow \begin{cases} K^+ + K^- & 49.1\% \\ K_S + K_L & 34.3\% \\ p + \pi & 15.4\% \\ \eta + \gamma & 1.3\% \end{cases}$$

Die Beobachtung der K_L und K_S Signale erlaubt eine Präzisionsmessung der absoluten Zerfallsbreite, und Interferenz-Messungen der $K_L K_S$ -Systems. Für die K_L und K_S gilt:

$$p_{L,S} = 110\text{MeV}; \beta_{L,S} = 0.22; \lambda_L = 3.4\text{m}; \lambda_S = 6\text{mm}$$



7. Neutrino-Physik

7.1. Allgemeines

1931 postulierte W. Pauli die Existenz von Neutrinos im β -Zerfall, da ein kontinuierliches Energiespektrum der Elektronen gemessen wurde.

1953-56 wurde das Neutrino von Cowan und Reines entdeckt:

$$\bar{\nu}_e p \rightarrow e^+ n$$

1956 wurden die Helizität der Neutrinos zu -1 und die der Antineutrinos zu 1 festgestellt.

1956 schlägt Majorana die Gleichheit von Neutrinos und Antineutrinos vor (Majorana-Neutrino). Die Existenz ist bis heute nicht geklärt.

1962 wurde das Myon-Neutrino entdeckt ν_μ :

$$\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X \not\rightarrow e^- X$$

1968 erbrachten erste Messungen der Sonnen-Neutrinos nur 50% der erwarteten Intensität.

1972 wurden die neutralen Ströme am CERN entdeckt:

$$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^- \text{ und } \nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X$$

1975 wurde das Tau-Neutrino ν_τ indirekt entdeckt:

$$\nu_\tau N \rightarrow \tau^- X$$

1990 wurde die Anzahl der leichten Neutrinos aus der Messung der leptonischen Zerfallsbreite am LEP bestimmt: $N_\nu = 3$;

$$\Gamma_Z = \Gamma_{\text{had}} + \Gamma_{l+l^-} + N_\nu \cdot \Gamma_{\nu\bar{\nu}}$$

1998 wurde bei Super-Kamiokande aus der Messung der atmosphärischen Neutrino-Flüsse bewiesen, dass $m_\nu \neq 0$ (Neutrino-Oszillation)

2000 wurden bei Donut (Fermilab) die Tau-Neutrinos direkt nachgewiesen.

2001 löste man bei SNO (Kanada) das Sonnen-Neutrino-Problem (Neutrino-Oszillation)

2002 begannen die Reaktor-Neutrino-Experimente KAMLAND

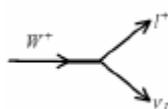
Es existieren also drei Arten („flavors“) von Neutrinos. Sie bilden zusammen mit Elektron, Myon und Tau die drei Lepton-Familien.

	Familien			elektr. Ladung	Kräfte			
	u	c	t		st	em	schw	grav
Quarks	d	s	b	2/3	x	x	x	x
				-1/3	x	x	x	x
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ	0	-	-	x	?
	e	μ	τ	-1	-	x	x	x

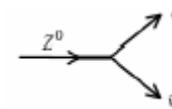
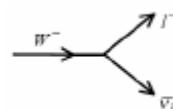
Haben Neutrinos eine Masse???

Dass Neutrinos Masse besitzen wurde bei Kamiokande bereits nachgewiesen, die Frage ist nur noch wie groß diese ist. Damit kommen sie auch als Kandidaten für die dunkle Materie in Frage.

Im Standardmodell koppeln die Neutrinos wie folgt:



CC-Kopplung



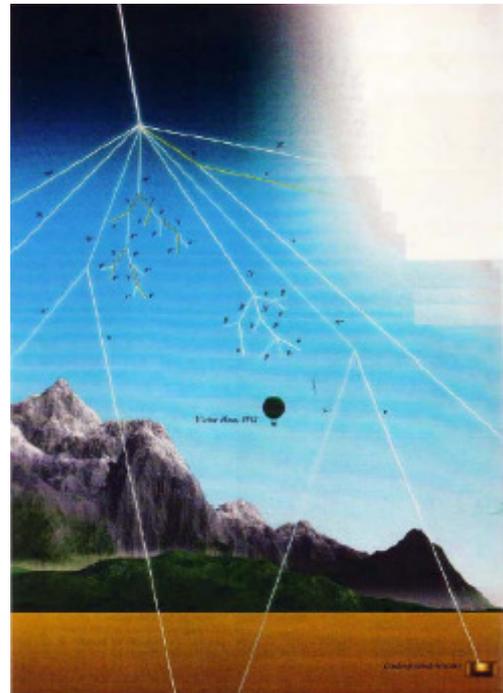
NC-Kopplung

Das sind die einzigen Kopplungen im Standardmodell, d.h. sie sind die einzigen Fermionen die nur an die schwache Wechselwirkung koppeln. Dadurch haben sie einen extrem kleinen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma(1\text{GeV}) \approx 10^{-38} \frac{1}{\text{cm}^2}$$

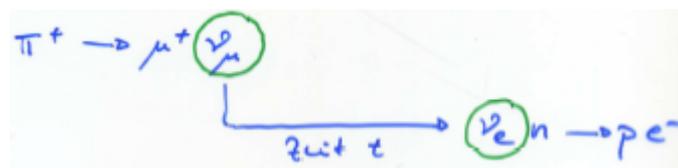
7.2. Erzeugung von Neutrinos

- In der **Sonne** werden Neutrinos zu 85% in Kernfusionsreaktionen erzeugt: $pp \rightarrow H^2 e^+ \nu_e$. Das sind $2 \cdot 10^{38}$ Neutrinos pro Sekunde. Auf der Erde kommen pro cm^2 und Sekunde $40 \cdot 10^9$ Neutrinos mit Energien bis zu 20MeV an.
- In der **kosmische Strahlung** befinden sich Neutrinos, die bei der WW von Protonen mit Materie über den Prozess Pion \rightarrow Myon \rightarrow Elektron entstanden sind.
- An **Teilchenbeschleuniger** können sie bei der Ladungsseparation durch Pionen auftreten. Sie besitzen Energien bis zu 100GeV
- Bei **Kernreaktoren** erreicht man beim Neutronen-Zerfall ca. $5 \cdot 10^{20}$ Neutrinos mit Energien von ungefähr 4MeV pro Sekunde
- Neutrinos entstehen eben so bei natürlicher Radioaktivität
- Sie können bei kosmischen Beschleunigern, z.B. Supernovae) entstehen
- Ebenso existieren Neutrinos in der kosmischen Hintergrundstrahlung ($T \sim 1.9 \text{ K}$; 330 pro cm^3)



7.3. Neutrino-Oszillation

Als Neutrino-Oszillation bezeichnet man die zeitliche Oszillation einer Neutrino-Flavor in eine andere. Z.B.



Damit dies möglich ist, gelten folgende Bedingungen:

- Die Flavor-Eigenzustände $|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\nu_\tau\rangle$ sind nicht identisch mit den Masseneigenzuständen $|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle, |\nu_3\rangle$
- Die Neutrino-Massen $m_{\nu_1} \neq m_{\nu_2} \neq m_{\nu_3} \neq 0$
- Die Flavor-Leptonenzahl ist verletzt

Analog der Quark-Mischung (CKM-Matrix):

Maki-Nakogawa-Schati-Matrix:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad \text{bzw.} \quad |\nu_i\rangle = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} U_{\alpha i}^{*T} |\nu_\alpha\rangle$$

Damit ergibt sich für die Zeitentwicklung:

$$\begin{aligned}
|\nu_\alpha\rangle &= \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} |\nu_i(t)\rangle \\
&= \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} e^{-i\frac{Et}{\hbar}} |\nu_i\rangle \\
&= \sum_{i=1,2,3} \sum_{\delta=e,\mu,\tau} U_{\delta i} {}^*U_{\alpha i} e^{-i\frac{Et}{\hbar}} |\nu_\delta\rangle
\end{aligned}$$

Für die relativistische Energie gilt genähert $E = pc + \frac{1}{2} \frac{m_i^2 c^3}{p}$. Für die weiteren Betrachtungen setzen wir $c = \hbar = 1$. Damit ergibt sich für die Übergangsamplitude:

$$\begin{aligned}
A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle \\
&\approx \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} U_{\beta i} {}^*U_{\alpha i} e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}}
\end{aligned}$$

Der einfachste Fall wäre:

$$\begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

Damit wäre die Übergangswahrscheinlichkeit P:

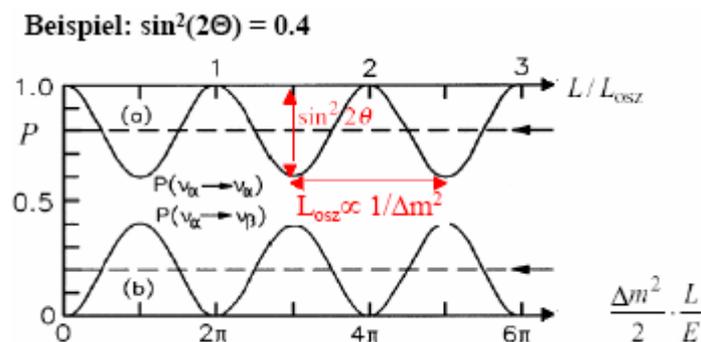
$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)|^2 \\
&= \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right)
\end{aligned}$$

mit $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$, der Amplitude der Oszillation $\sin^2 2\theta$ und der Fluglänge L.

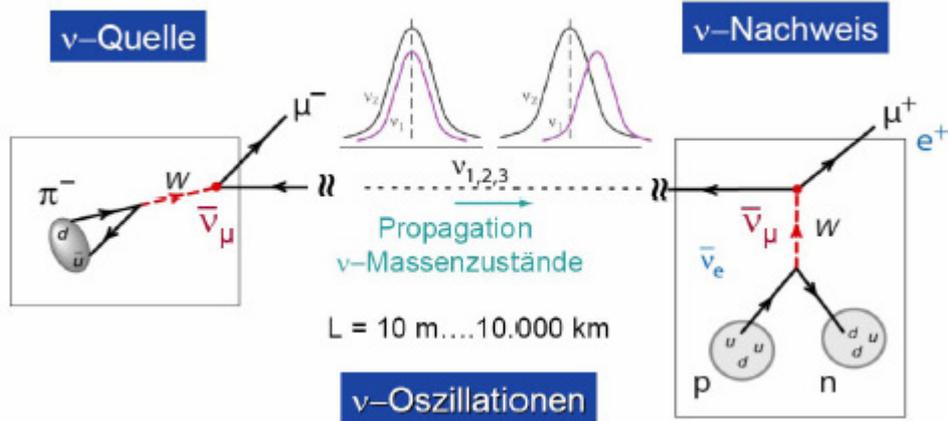
$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$$

Man sieht das die „Frequenz“ der Oszillation proportional zu $\frac{L}{E}$. D.h. dass niederenergetische Neutrinos schneller oszillieren als hochenergetische. Die Oszillationslänge ist:

$$L_{osz} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$$

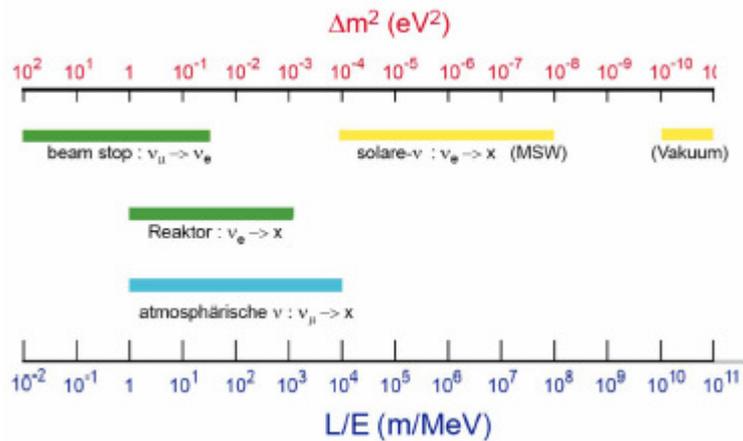


7.4. experimenteller Nachweis

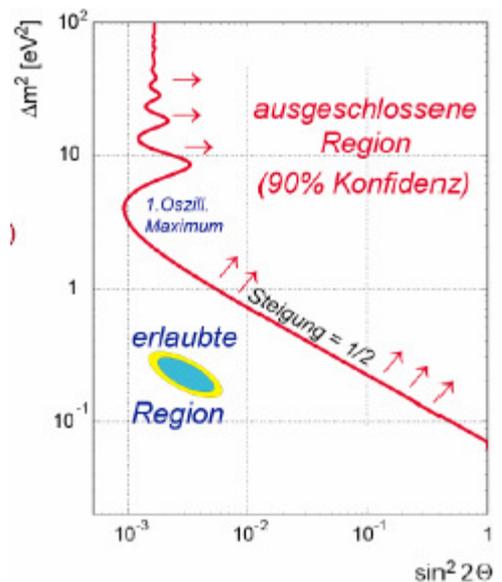


$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4 E} \right)$$

Je nachdem wie groß $\frac{L}{E}$ ist, testet man verschiedene Δm^2 -Bereiche. Falls $L \ll L_{osz}$ sieht man keine Oszillation. Falls $L \approx L_{osz}$ hat man den optimalen Abstand um Oszillationen zu sehen. Falls die Größe des Detektors $\gg L_{osz}$ mitteln sich die Oszillationen zu einem Faktor $\frac{1}{2}$.

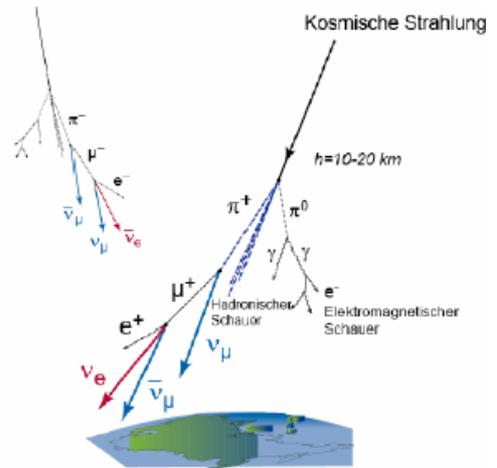
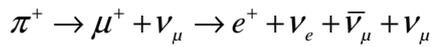


Damit lässt sich ein Ausschließungs-Plot konstruieren. Mit unserer vereinfachten Betrachtung von nur zwei Neutrinos, hätten wir zwei unbekannte Parameter Δm^2 und $\sin^2 2\theta$. Falls nun eine Oszillation gesehen wird, gibt es einen erlaubten Bereich bei 95% Confidence Level. Wenn keine Oszillation gesehen wird, kann es zwei Gründe dafür geben. Entweder ist θ zu klein oder Δm^2 , also $L \ll L_{osz}$ (siehe Abb. rechts)

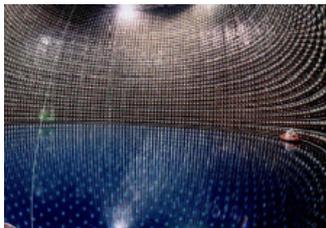
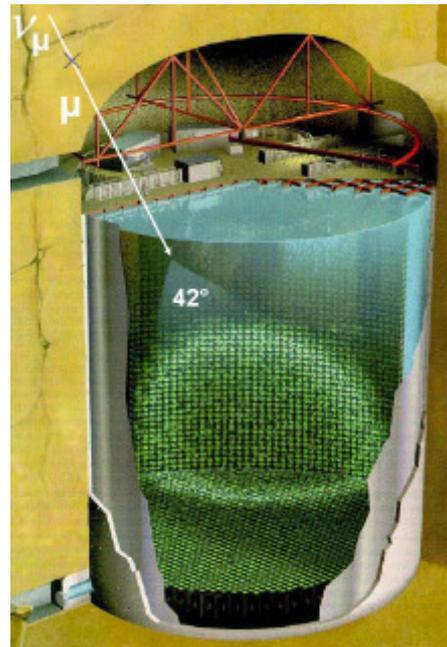
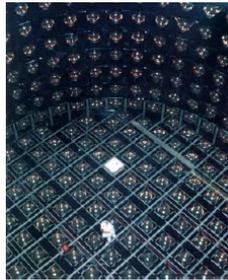


7.4.1. kosmische Strahlung/Super-Kamiokande

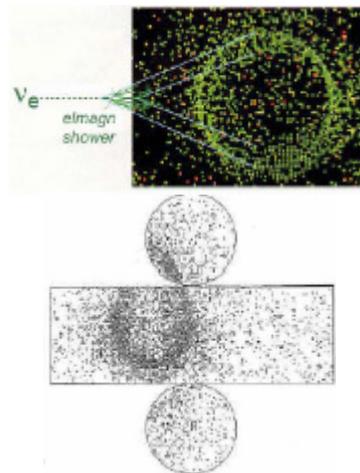
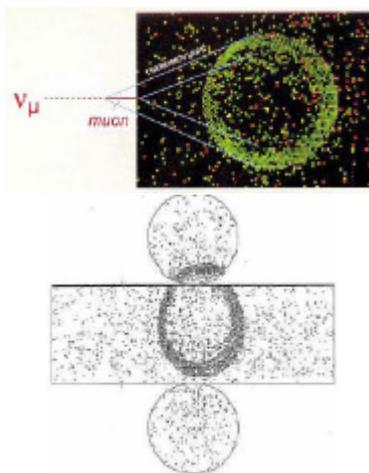
Um atmosphärische Neutrinos zu detektieren testet man kleine Δm^2 -Werte, da diese Neutrinos eine große Variation von $\frac{L}{E}$ besitzen. Sie besitzen nämlich Energien von 0.5 bis 50 GeV bei einer Flugstrecke von bis zu 12000km. Die beobachtbaren Neutrinos sind ν_e und ν_μ mit einem Verhältnis von 1:2



Super-Kamiokande ist ein Wasser-Cerenkov-Detektor 1000m unter der Erde zur Identifikation von atmosphärischen Neutrinos. Es besteht aus einem 41.4m hohem Zylinder mit 39.3m Durchmesser, der mit 50000t reinem Wasser gefüllt ist. Das Cerenkovlicht wird von 11200 Photomultipliern aufgefangen. Das ermöglicht eine Energieauflösung von 2.5% bei 1GeV und 15% bei 10MeV kinetischer Energie der Teilchen.

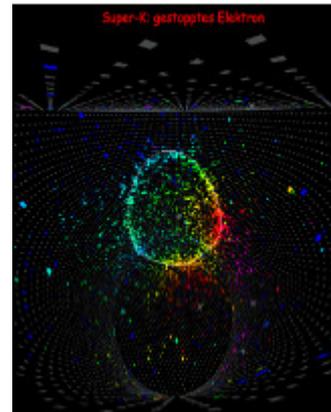
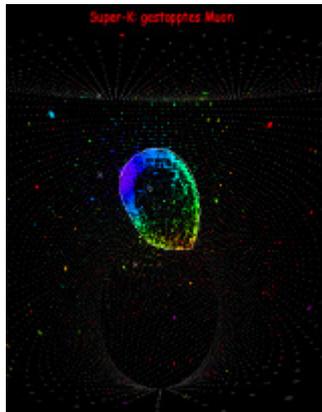


Der Detektor zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass die Cerenkov Technik GeV-Neutrinos ideal abbilden kann. Es besitzt eine gute Ort- und Winkelauflösung, und kann ν_μ von ν_e trennen:



Diese Separation liegt an den Eigenschaften der entstandenen Elektronen und Myon. Da Elektronen mehr elektromagnetisch gestreut werden als Myonen, sind die Ringe verschmiert.

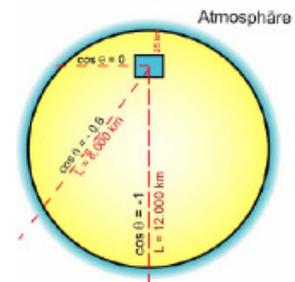
Für hochenergetische Neutrinos kann man annehmen, dass das die Richtung des erzeugten Leptons parallel ist. Ebenso kann die Energie aus dem Spektrum der erzeugten Cerenkov-Photonen bestimmt werden.



Bei Super-Kamiokande wird das Verhältnis der Myon-Neutrinos zu den Elektron-Neutrinos in Abhängigkeit vom Winkel zur Erdachse und ihrer Energie gemessen.

$$\frac{\mu}{e} = \frac{\bar{\nu}_\mu + \nu_\mu}{\bar{\nu}_e + \nu_e}$$

Falls alle Myonen zerfallen, sollte dieses Verhältnis 2:1 sein. In Wirklichkeit gibt es einen gewichteten Anteil an Myonen, die nicht zerfallen, deren Anteil mit steigender Energie zunimmt (höherer relativistischer Faktor γ).



$\cos\Theta = -1$: aufwärts
 $\cos\Theta = +1$: abwärts

Abbildung 88: Winkel- und Flugstreckenverteilung

Um eine realistische Vorhersage der Neutrino-Flüsse zu erhalten, verwendet man Monte-Carlo-Simulationen und betrachten das Doppelverhältnis R:

$$R = \frac{\left(\frac{\bar{\nu}_\mu + \nu_\mu}{\bar{\nu}_e + \nu_e}\right)_{\text{Daten}}}{\left(\frac{\bar{\nu}_\mu + \nu_\mu}{\bar{\nu}_e + \nu_e}\right)_{\text{MC}}}$$

Falls die Simulation richtig ist, und keine Neutrino-Oszillation vorliegt, erwartet man $R=1$.

Ergebnis:

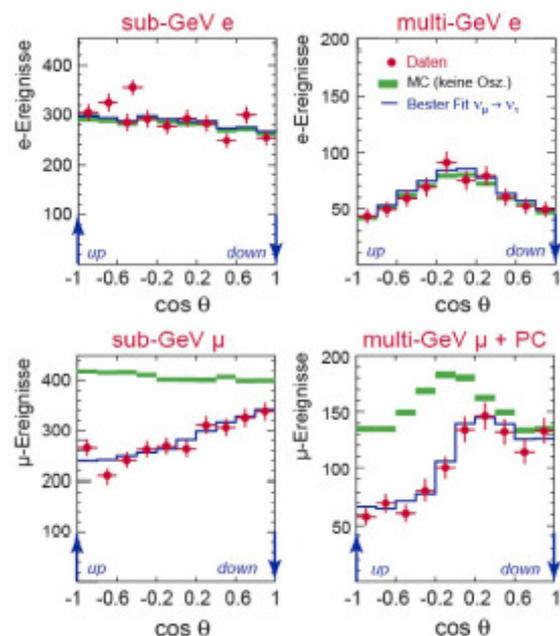
$$E < 1.33 \text{ GeV: } R = 0.66 \pm 0.02$$

$$E > 1.33 \text{ GeV: } R = 0.67 \pm 0.03$$

Dabei stimmt der ν_e -Fluss mit der Vorhersage aus den MC's gut überein. Es finden also keine Oszillationen von $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ statt. D.h. dass kein ν_e -Überschuss existiert, sondern ein ν_μ -Defizit.

Der Niederenergetische ν_μ -Fluss zeigt ebendieses

Defizit für alle Richtungen. Beim hochenergetischen ν_μ -Fluss ist das Defizit nur für die aufwärts fliegenden Neutrinos zu beobachten (Abb. rechts)



Unser Modell ist also zu einfach. Es können ja auch Oszillationen von Myon-Neutrinos zu Tau-Neutrinos stattfinden.

Eine komplette Auswertung liefert hervorragende Ergebnisse. (Fit mit $\chi^2 = \frac{135}{152}$)

Ergebnis:

$$\Delta m^2 = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\sin 2\theta = 1.0$$

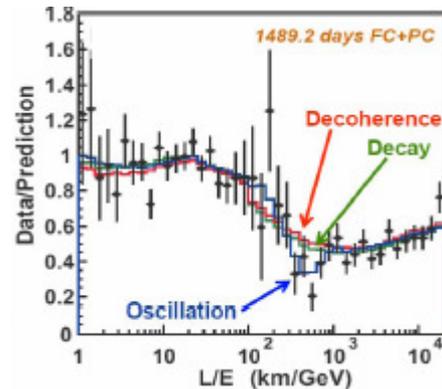
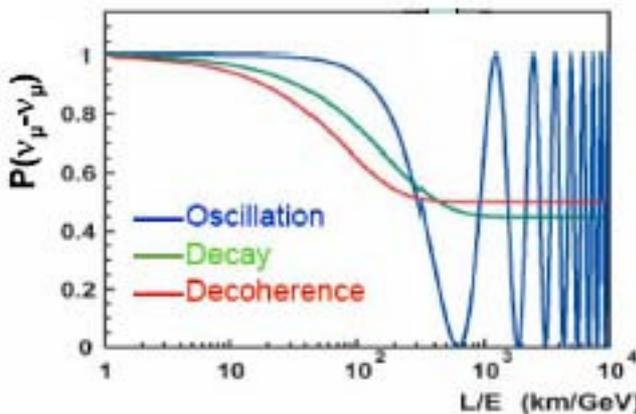
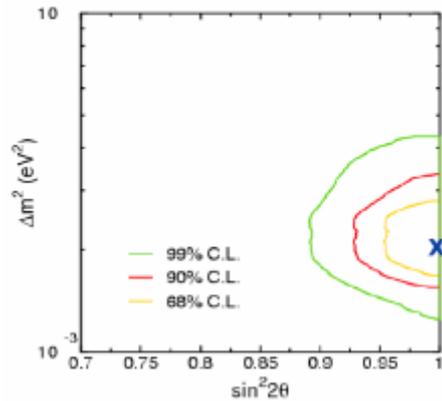
→ Maximale Mischung

Damit lässt sich die Oszillationslänge berechnen:

$$L_{\text{osz}} = 775 \text{ km} \cdot \frac{E_\nu}{\text{GeV}}$$

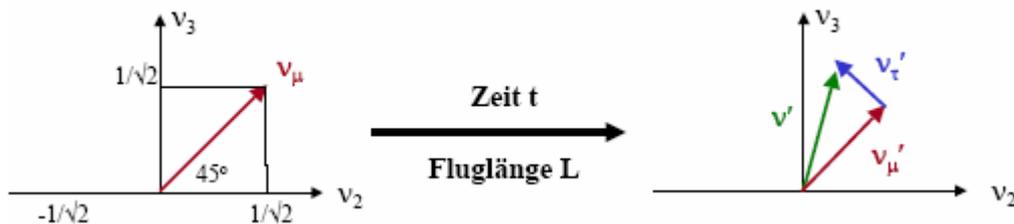
Zerfall und Dekohärenz sind ebenfalls ausgeschlossen.

$\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ Oszillationen



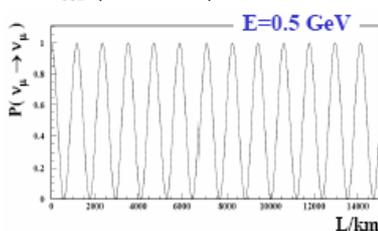
Damit hat man folgendes Ergebnis:

Zum Zeitpunkt $t=0$ wird ein Myon-Neutrino über die schwache Wechselwirkung erzeugt. Die Masseneigenzustände ν_2 und ν_3 propagieren aufgrund unterschiedlicher Masse mit der Zeit (bzw. Fluglänge). Zum Zeitpunkt $t \neq 0$ hat sich der Anteil der Myon-Neutrinos verringert. Es wurden Tau-Neutrinos erzeugt.

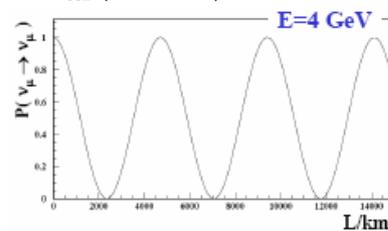


Beispiel: Neutrinooszillation

$$L_{\text{osz}} (0.5 \text{ GeV}) = 590 \text{ km}$$



$$L_{\text{osz}} (4.0 \text{ GeV}) = 4720 \text{ km}$$



7.4.2. Sonnenneutrinos

Vorgänge im Sonneninnern ($T=16\text{MK}$) werden durch das Standard-Sonnenmodell (SSM, Bahcall, ...) beschrieben. Die Sonne gewinnt dabei ihre Energie aus thermonuklearer Fusion von Wasserstoff.



Dieser Prozess ist äußerst kompliziert. Es gibt drei Fusions-Ketten - den pp-, pep- und CNO-Zyklus. Der pp-Zyklus ist dominant und relativ gut bekannt (ca. 1-20%)



Der CNO-Zyklus ist theoretisch weniger bekannt (Absolutbeitrag $<7\%$).

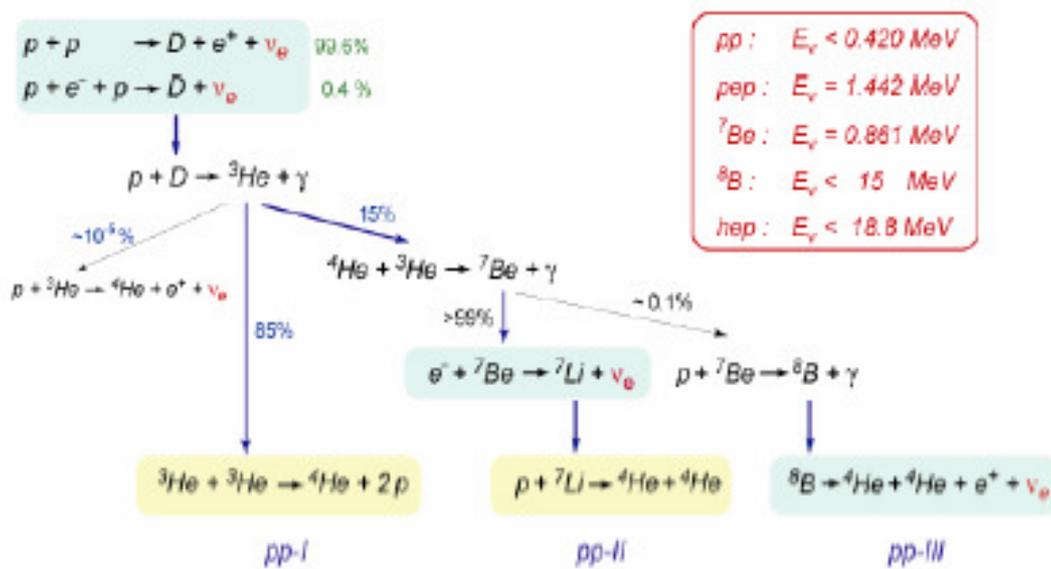


Abbildung 89: pp-Zyklus

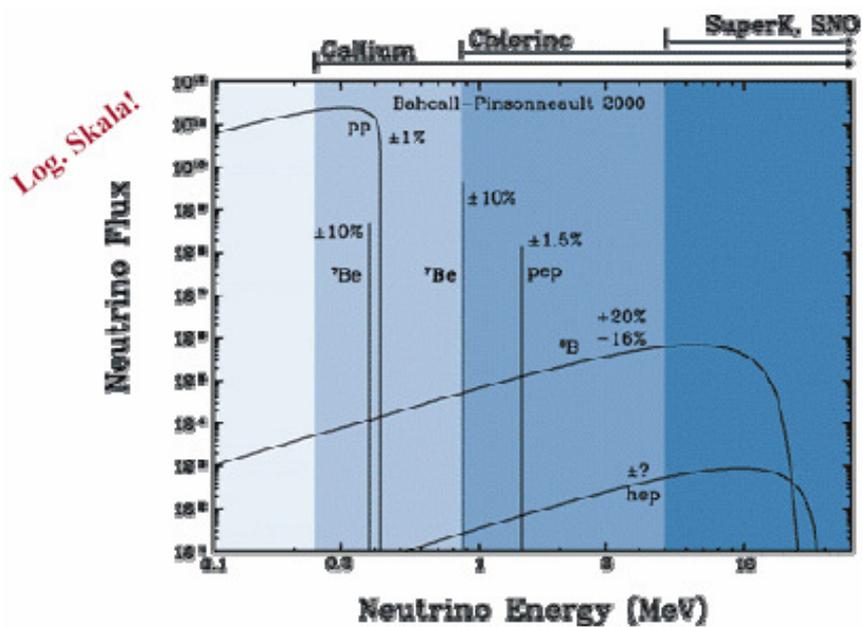
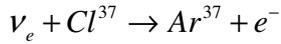


Abbildung 90: Arbeitsbereiche verschiedener Detektoren

a) Homestake Experiment

Seit 1968 wird mit dem Detektor von Pionier Raymond Davis Jr. der 615t Chlor-Ethylen-Tank betrieben.



Damit können Elektron-Neutrinos ab einer Energie von 814 keV detektiert werden, vor allem die B^8 und Be^7 -Neutrinos. Dies geschieht über eine chemische Extraktion der erzeugten Argon-Nuklide und über den Nachweis deren radioaktiven Zerfalls. Der niederenergetische Teil des Spektrums wird nicht gemessen

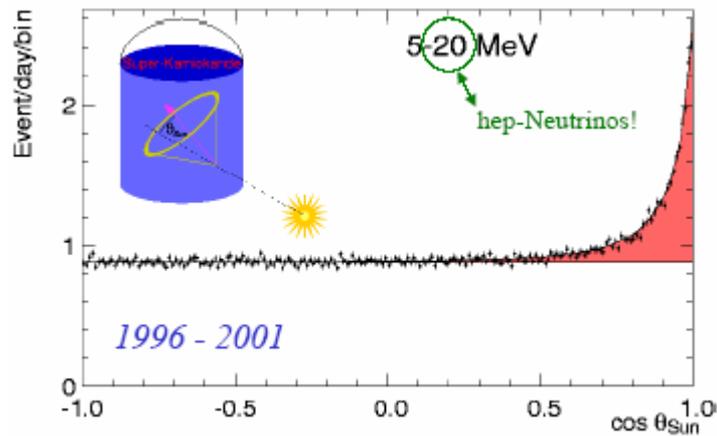
$$R_{exp} = 0.34 \cdot SSM$$



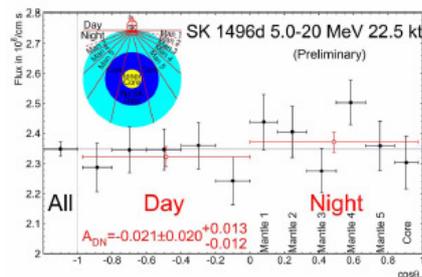
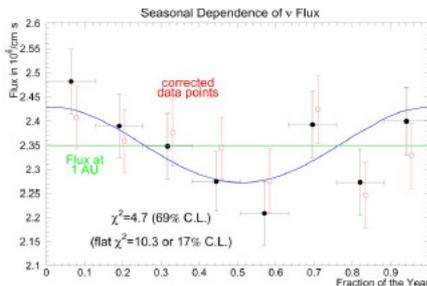
b) Super-Kamiokande

Auch bei Super-Kamiokande können die Sonnenneutrinos beobachtet werden. Es sind Signale bei 5MeV, also B^8 -Neutrinos im 0° -winkel zur Sonne festgestellt worden. Bei 1496 Tagen Beobachtungszeit wurden ungefähr 22400 Ereignisse gemessen.

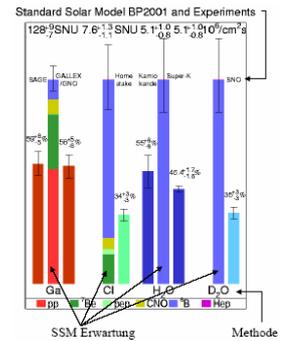
$$R_{exp} = 0.46 \cdot SSM$$



Dazu wurde auch eine Abhängigkeit des Neutrinflusses von der Jahreszeit gefunden, der gut mit der Exzentrizität der Erde zur Sonne übereinstimmt. Eine Abhängigkeit zur Tageszeit konnte nicht gefunden werden.

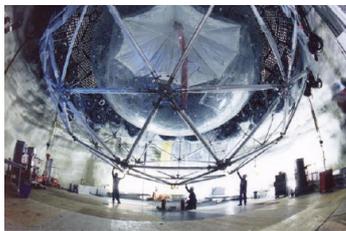


Wir haben jetzt zwei Experimente betrachtet, die Neutrinos aus unterschiedlichen Energiebereichen beobachten und jeweils ein Defizit von verschiedener Größe zur erwarteten SSM-Vorhersage gefunden. Es stellt sich also die Frage ob das SSM falsch ist, oder Neutrinos auf dem Weg von der Sonne zur Erde verschwinden.

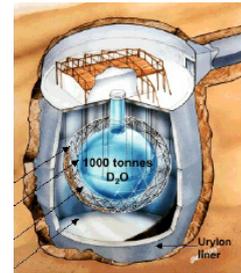


c) Sudbury Neutrino Observatory (SNO)

Das SNO ist ein Neutrino-Detektor der aus einer Kugel mit 17.8m Durchmesser besteht und mit 1000t schwerem Wasser gefüllt ist. Es befindet



sich 2092m unter der Erde in zwei „shield“-Kammern die mit zusammen 7000t Wasser gefüllt sind. Das

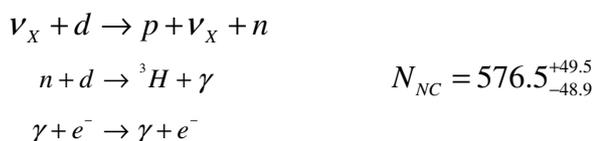


Cerenkovlicht der gestreuten Elektronen wird mit 9456 Photo-Multipliern beobachtet. Die Elektronen können über drei verschiedene Reaktionen erzeugt werden.

Das Energie-Spektrum über geladene Ströme kann gut bestimmt werden. Dabei werden nur Elektron-Neutrinos beobachtet, die unabhängig von der Richtung der Sonne sind.



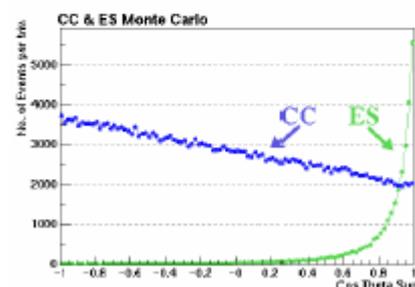
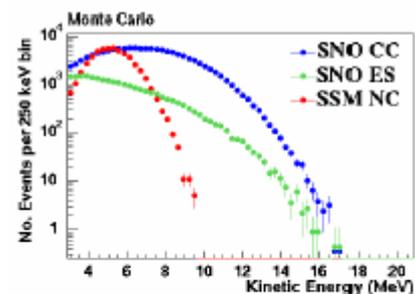
Über die neutralen Ströme treten die Reaktionen aller drei Neutrinosorten gleich wahrscheinlich auf. Diese Reaktion ist sehr sensitiv auf den totalen 8B -Neutrino-Fluss.



Die durch Elektron-Streuung beschleunigten Elektronen sind sehr stark von der Sonnenrichtung abhängig. Dieser Prozess läuft bei den Elektron-Neutrinos über geladene (CC) ebenso wie über neutrale Ströme (NC). Für die anderen Neutrinos kann er nur über NC ablaufen ($\epsilon = \frac{\nu_\mu + \nu_\tau}{\nu_e} = 15.4\%$).



Bei SNO wird jeweils Energie, Richtung und Radius des Cerenkov-Lichts bestimmt. Aufgrund der drei unterschiedlichen Wechselwirkungen für diese Messgrößen ist eine Separation möglich.

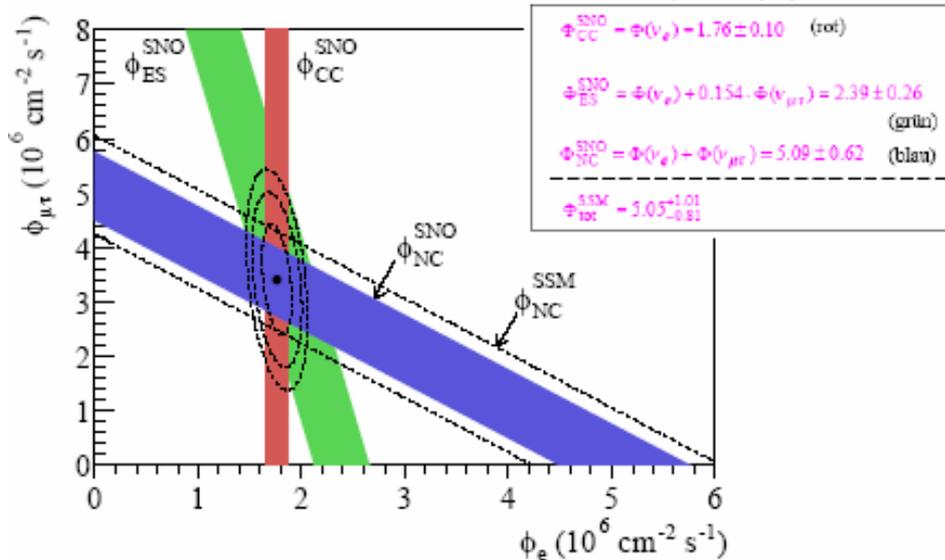
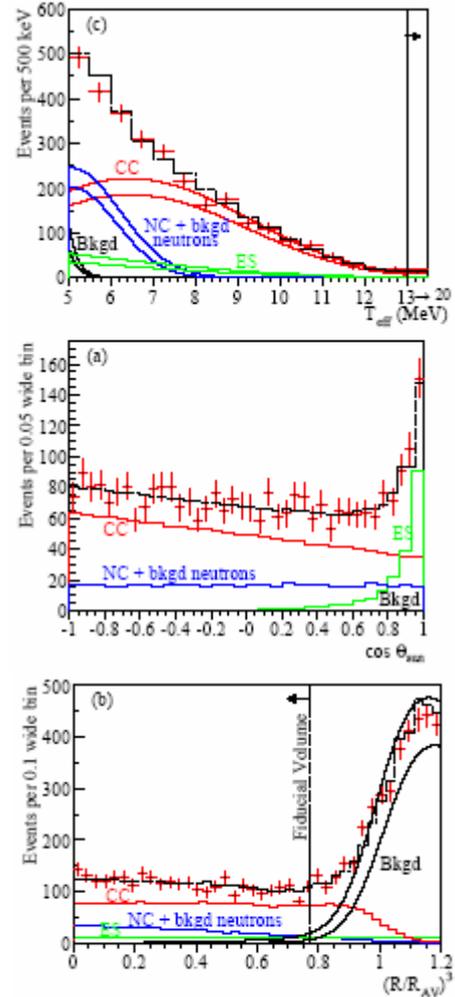


Das SNO-Ergebnis zeigt zum erstem mal, dass der Neutrino-Fluss von der Sonne nicht nur aus Elektron-Neutrinos besteht. Weiter stimmt sogar der SNO-Gesamtfluss aller Neutrino-Flavors mit dem SSM überein. Die einzige mögliche Erklärung dafür ist die Oszillation der Elektron-Neutrinos in Myon- und Tau-Neutrinos.

$$\begin{aligned}\Phi_{CC}(\text{SNO}) &= (1.76 \pm 0.10) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}} \\ &= \Phi(\nu_e) \\ \Phi_{NC}(\text{SNO}) &= (5.09 \pm 0.62) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}} \\ &= \Phi(\nu_e) + \Phi(\nu_\mu \nu_\tau) \\ \Phi_{ES}(\text{SNO}) &= (2.39 \pm 0.26) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}} \\ &= \Phi(\nu_e) + \varepsilon \cdot \Phi(\nu_\mu \nu_\tau) \\ \Rightarrow \Phi(\nu_\mu \nu_\tau) &= (3.41 \pm 0.65) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}}\end{aligned}$$

Verglichen mit der SSM-Vorhersage sieht man die Übereinstimmung:

$$\begin{aligned}\Phi_{SSM} &= 5.05^{+1.01}_{-0.81} \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}} \\ \Phi_{SNO} &= (5.17 \pm 0.66) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}}\end{aligned}$$

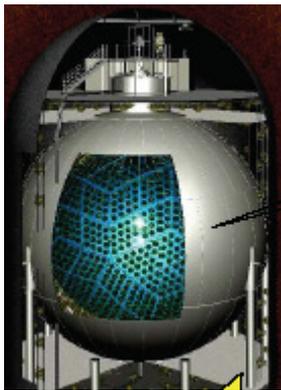


Für Sonnen-Neutrinos ergibt sich des Weiteren eine Oszillationslänge von:

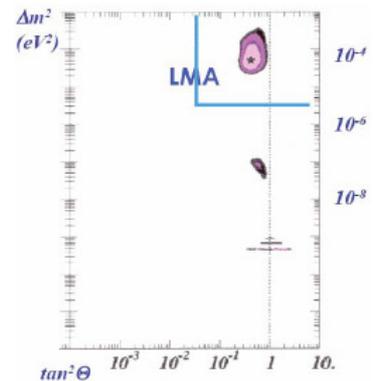
$$L_{\text{osz}} = \frac{2.48 - E_\nu}{\Delta m^2} \sim 150 \text{ km}; \text{ mit } \langle E_\nu \rangle \sim 5 \text{ MeV und } \Delta m^2 \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$$

Um die maximale Mischung (LMA, Large mixing angle) zu beobachten, müssen weitere Versuche in der Größenordnung von 150km durchgeführt werden (\rightarrow KAMLAND).

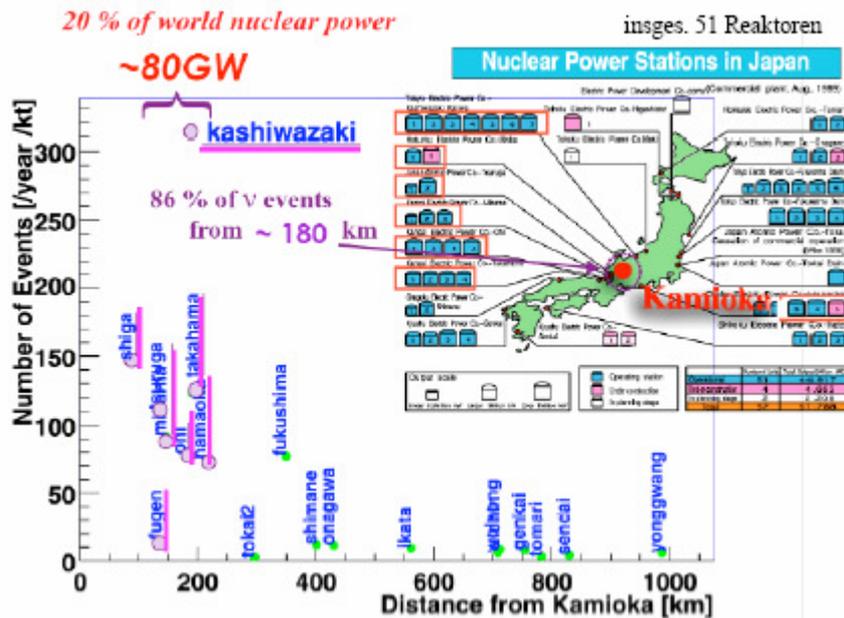
7.4.3. Reaktorneutrinos/ KAMLAND



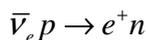
Beim KAMLAND-Projekt werden Neutrinos aus Kernreaktionen der 51 japanischen Kernkraftwerke beobachtet. Der 1000t Flüssig-Szintillator ist so positioniert, dass die größten Kraftwerke in einem Gürtel von ungefähr 180km Radius liegen. Mit dieser Anordnung kann man die LMA, also das Verschwinden der Elektron-Neutrinos, messen.



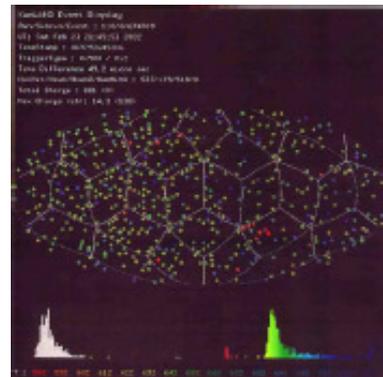
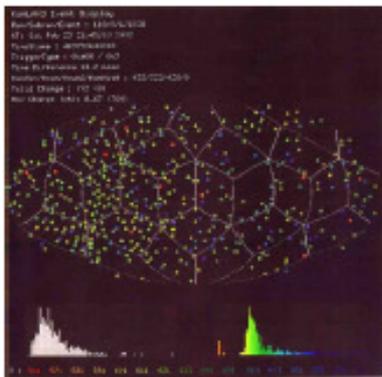
20 % of world nuclear power



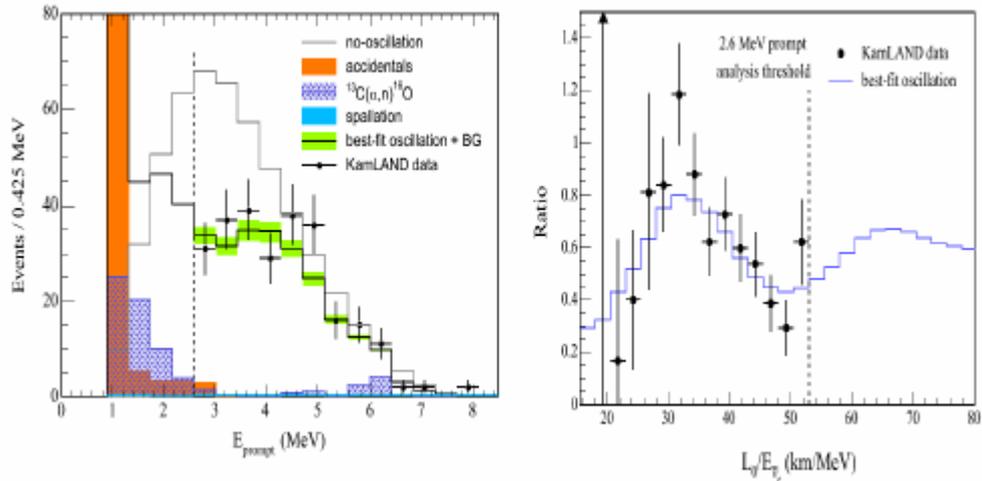
Im KAMLAND-Detektor werden die Antineutrinos aus den Kernreaktionen detektiert:



Die Energie der Neutrinos kann dann im Szintillator bestimmt werden, da die Positronen sofort annihiliert werden und die Neutronen sich nach einer Verzögerung von ca. 200 μ s mit einem Proton verbinden. Bei beiden Prozessen wird Energie abgegeben. Dies führt zu einer festen Zeitdifferenz identischer Neutron-Events bei fast identischem Spektrum.

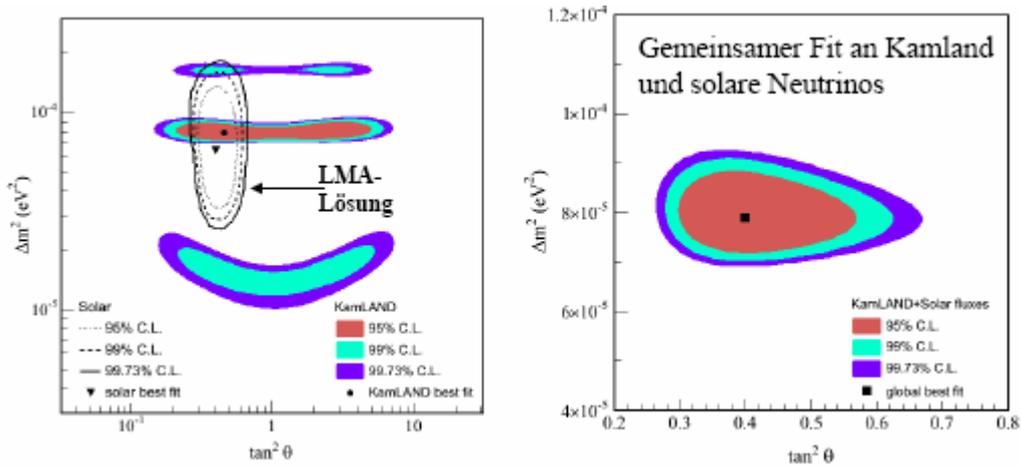


Das Energiespektrum der gemessenen Neutrinos liefert uns wieder ein Defizit gegenüber der Erwartung. Das $\frac{L}{E}$ -Spektrum stimmt in etwa mit der Annahme von Neutrino-Oszillation überein.



Es wurde also keine maximale Mischung wie bei den atmosphärischen Neutrinos gefunden.

$$\theta \approx 32^\circ$$



Die Neutrino-Oszillation wurde jedoch eindeutig bestätigt. Was natürlich heißt, dass die Neutrinos Masse besitzen.

8. Higgs-Boson

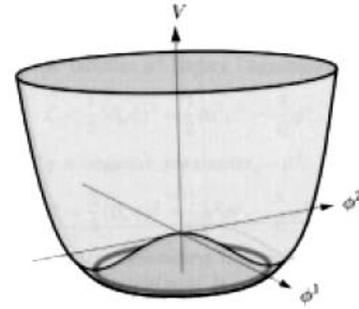
8.1. Symmetriebrechung

Die Lagrange-Dichte für die lokale U(1) Eichsymmetrie ist gegeben als:

$$L = D^\mu \phi^* D_\mu \phi - m^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

Bei näherer Betrachtung des Potentials

$V = -m^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2$, stellt man fest, dass der Grundzustand entartet ist, mit $|\phi|^2 = v^2 = -\frac{m^2}{2\lambda}$.



Durch Einführung des Higgs-Boson-Feldes H kann die Entartung aufgehoben werden.

$$\phi = v + \frac{H}{\sqrt{2}}$$

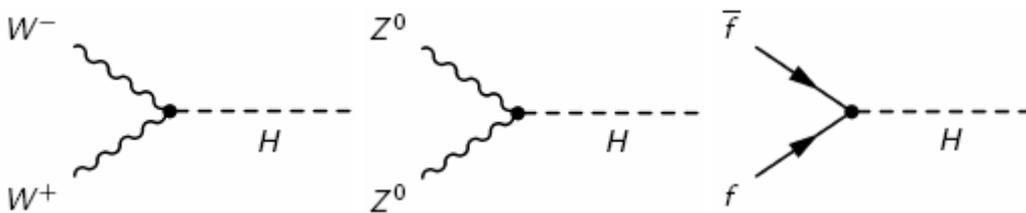
Damit ergeben sich in die Lagrange-Dichte folgende Terme:

- Massives Higgs-Feld $-2\lambda v^2 H^2 \rightarrow m_H = 4v^2 \lambda$
- Massives Photon (Higgs-Phänomen) $e^2 v^2 A_\mu A^\mu \rightarrow m_A = 2e^2 v^2 \lambda$
- Photon/Higgs-Kopplung $\sqrt{2} e^2 A'_\mu A'^\mu H$

In der U(1)xSU(2)-Symmetrie erhalten wir ein masseloses Photon und die drei massiven Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung.

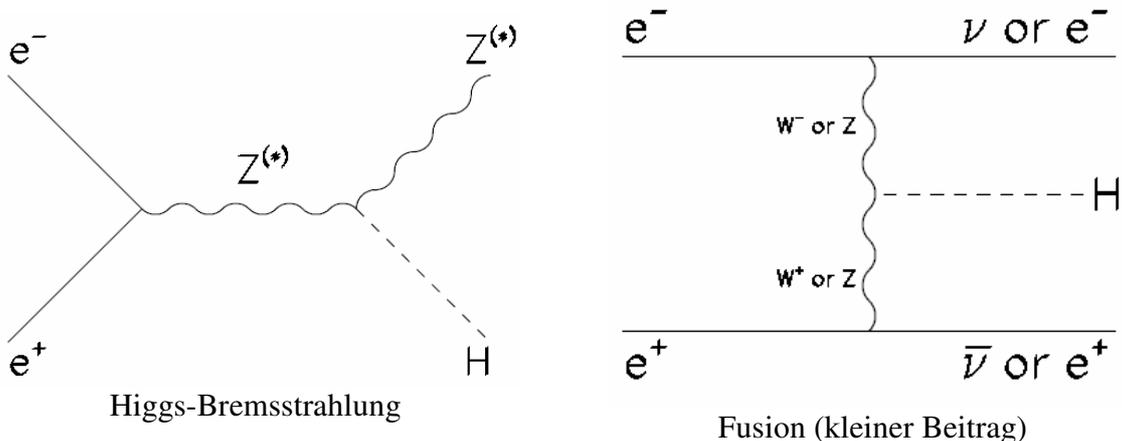
Der Higgs-Mechanismus liefert des Weiteren auch die Massen der Fermionen.

Higgs-Bosonen können durch folgende Mechanismen erzeugt werden:



8.2. Direkte Suche nach dem Higgs-Boson bei LEP

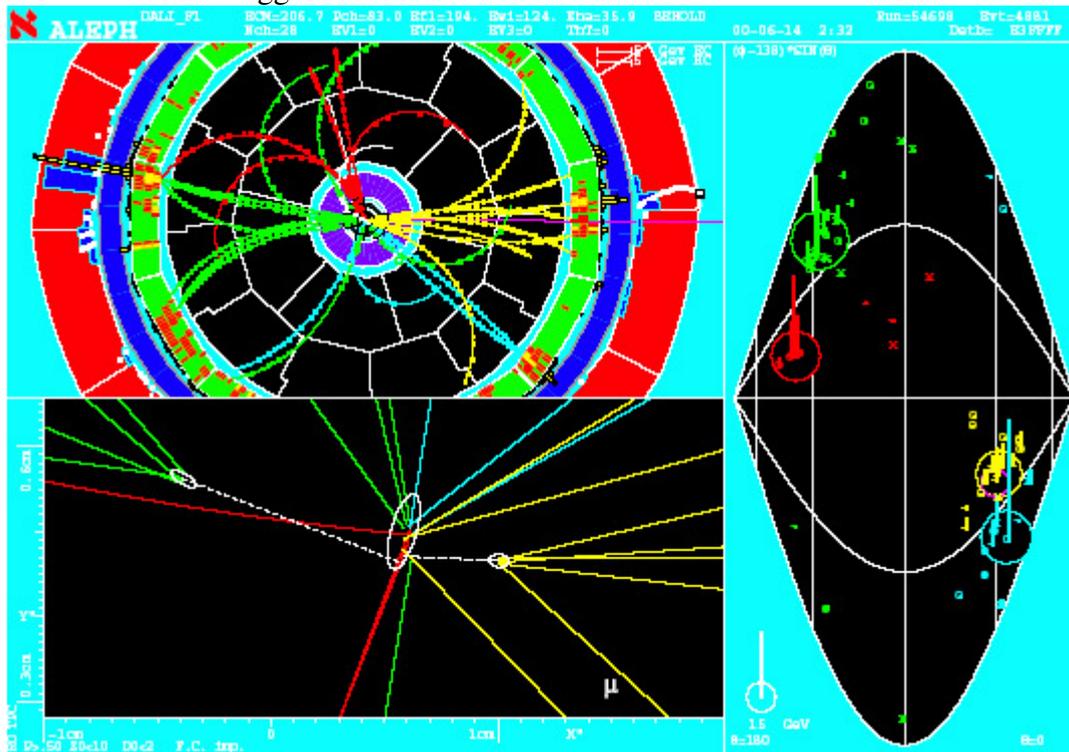
In erster Linie läuft die Higgs-Produktion am LEP über zwei Mechanismen:



Das Higgs zerfällt hauptsächlich in die schwerstmöglichen Teilchen: $b\bar{b}$ und $t\bar{t}$ bei LEP-Ereignissen. Bei den LEP-Experimenten suchte man nach allen möglichen Signaturen.

$b\bar{b}q\bar{q}$ (~64%); $H\nu\bar{\nu}$ (~20%); Hl^+l^- (~7%); $H\tau^+\tau^-$, $\tau^+\tau^-q\bar{q}$ (~9%)

Es wurden tatsächlich Higgs-Kandidaten beobachtet:



Es besteht aber auch die Möglichkeit, dass es ein irreduzibler Untergrund aus einer ZZ-Produktion ist. Für die Masse des Higgs gilt auf jedem Fall (95%CL):

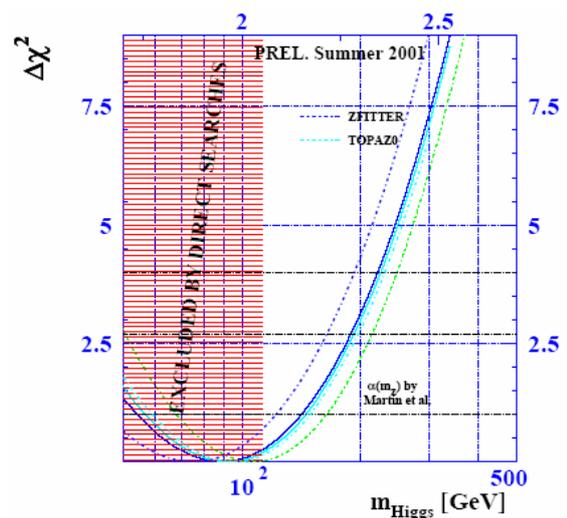
$$m_H > 114 \text{ GeV}$$

Je nach Ansatz ist auch eine obere Grenze festgelegt (Abb. rechts):

$$m_H < 196 \text{ GeV}$$

bzw. mit einem Bayes'schem Ansatz:

$$m_H < 240 \text{ GeV}$$



VI. Die Grenze des Standardmodells

1. Magnetische Moment des Myons

2. Radiativ Return

3. Physik jenseits des Standardmodells

3.1. Vereinigung der Kräfte

3.2. Supersymmetrie

<EGRET>