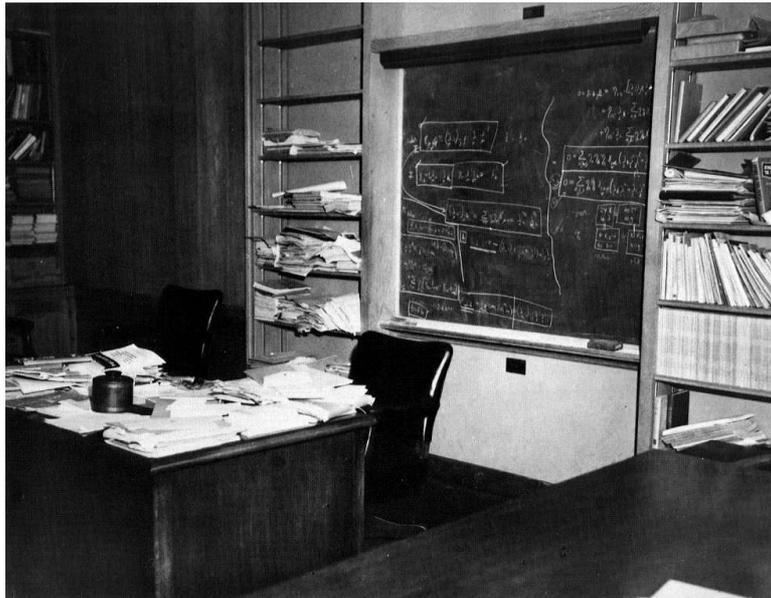


6. Februar 2006

# Winkelkorrelation von $\gamma$ -Strahlung

Gruppe 36

<b>Simon Honc</b> shonc@web.de	<b>Christian Hütter</b> Christian.huetter@gmx.de
-----------------------------------	---



# I. Inhaltsverzeichnis

I.	Inhaltsverzeichnis.....	2
II.	Theoretische Grundlagen .....	3
1.	Korrelationsexperiment.....	3
2.	Szintillator .....	4
a)	Photoeffekt .....	4
b)	Compton-Effekt.....	4
c)	Paarerzeugung .....	4
III.	Aufbau und Durchführung .....	5
IV.	Auswertung .....	7
	Berechnung der Koeffizienten .....	7
	Normierung .....	7
	Auswertung nach der 1. Methode.....	8
	Auswertung nach der 2. Methode.....	9
	Bestimmung der Anisotropie .....	9
V.	Messprotokoll.....	10
VI.	Literatur und Quellangaben.....	12

## II. Theoretische Grundlagen

### 1. Korrelationsexperiment

Bei einem elektromagnetischen Übergang zwischen zwei Spin Zuständen ist die Strahlung isotrop, wenn alle Unterzustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen gleich besetzt sind und alle möglichen Übergänge beobachtet werden.

Betrachtet man jedoch die einzelnen Übergänge genauer, ist eine Anisotropie jedes einzelnen festzustellen. So ist z.B. der Übergang aus einem Zustand  $J_1=1$  zum Grundzustand  $J_2=0$  isotrop. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Übergangs ist:

$$W \, d\Omega = \frac{3}{4} \pi \, d\Omega$$

Betrachtet man jedoch die Übergänge der einzelnen Entartungen des Zustandes  $J_1$ , ist dort die Isotropie aufgehoben, und man erhält Abhängigkeiten vom Winkel  $\theta$ :

$$W_{m_{J_1}=+1} \, d\Omega = \frac{3}{16} \pi \, (1 + \cos^2 \theta) \, d\Omega$$

$$W_{m_{J_1}=0} \, d\Omega = \frac{3}{8} \pi \, \sin^2 \theta \, d\Omega$$

$$W_{m_{J_1}=-1} \, d\Omega = \frac{3}{16} \pi \, (1 + \cos^2 \theta) \, d\Omega$$

Um diese Entartungen im Experiment sichtbar zu machen, muss man „gleichzeitig“ einen Übergang in einen Zwischenzustand, und dem Übergang weiter in den Grundzustand beobachten. Die Richtung des ersten detektierten Photons wird als Quantisierungsachse gewählt. Durch die Wahl der Achse nach  $\theta=0^\circ$ , erhält man eine Nicht-Besetzung des Zwischenzustandes mit  $J_Z=1$  und  $m_Z=0$ . Betrachtet man nun die Anzahl der Ereignisse in Bezug zum Winkel zwischen den beiden abgestrahlten Photonen lässt sich eine Anisotropie feststellen.

Bemerkungen:

- „Gleichzeitig“ meint hier dass die beiden Ereignisse innerhalb eines Zeitintervalls detektiert werden müssen. Diese Art der Messung nennt man Koinzidenzmessung.
- Es können auch Photonen zufällig „gleichzeitig“ von zwei unabhängigen Zerfällen detektiert werden. Man nennt diesen Vorgang zufällige Koinzidenz. Sie müssen später bei der Auswertung abgeschätzt und als Hintergrund (zusätzlich zum natürlichen Hintergrund) mitberücksichtigt werden. Zufällige Koinzidenzen hindern einen auch daran, Präparate mit hoher Aktivität zu verwenden, um Messzeit zu sparen:

$$\frac{N_K}{N_Z} = \frac{1}{\tau_A A} \quad (N_K: \text{\#Koinzidenzen}, N_Z: \text{\#zufälliger Koinzidenzen}, A: \text{Aktivität})$$

Für die mit der Koinzidenzmessung detektierten Photonen ergibt sich dann folgender differentieller Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum A_{2i} \cdot P_{2i}(\cos \theta) \quad (P_{2i}: \text{Legendre-Polynom}, A_{2i}: \text{Koeffizienten des Zerfalls})$$

Um die Koeffizienten zu eliminieren, betrachtet man die Korrelationsfunktion K:

$$K(\theta) = \frac{\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}}{\frac{d\sigma(90^\circ)}{d\Omega}} = 1 + \sum a_{2i} \cdot \cos^{2i} \theta$$

Für ein  $^{60}\text{Co}$  Präparat ergibt sich:  $K(\theta) = 1 + \frac{1}{8} \cos^2 \theta + \frac{1}{24} \cos^4 \theta$

## 2. Szintillator

Mit einem Szintillator können Photonen und geladenen Teilchen nachgewiesen werden. Für unseren Versuch wird ein Szintillator zum Nachweis von Photonen verwendet. Abhängig von dessen Material und der Energie der Photonen, wird dabei ein Elektron erzeugt, durch welches Lichtblitze entstehen, die in einem Photomultiplier in ein elektrisches Signal umgewandelt werden können. Neben dem Zeitpunkt, wann das Teilchen eingefallen ist, steckt in dem Signal auch Information über die Energie des eingefallenen Teilchens.

Je nach Szintillator werden folgende Effekte zur Detektierung der Photonen ausgenutzt:

### a) Photoeffekt

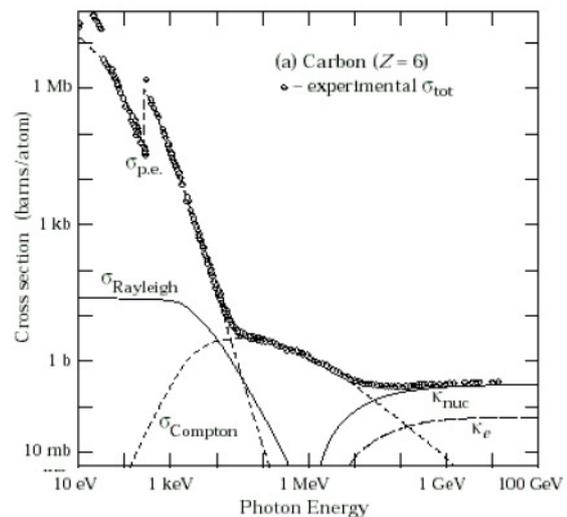
Beim Photoeffekt wird ein Elektron aus der Hülle eines Atoms herausgeschlagen. Das Photon wird dabei vollständig vom Elektron absorbiert. Dazu muss mindestens die Bindungsenergie der Elektronen zur Verfügung stehen.

### b) Compton-Effekt

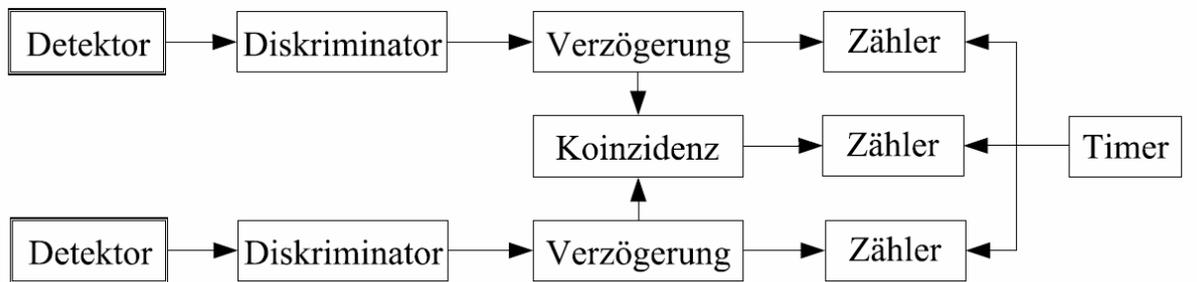
Der Compton-Effekt ist eine Elektron-Photon Streuung. Wegen seiner ausreichend hohen Energie, sieht das Photon das Elektron als quasi-frei. Das Photon wird dabei vom Elektron absorbiert und gleich darauf wieder mit anderer Wellenlänge emittiert. Bei höherer Energie des Photons überwiegt also der Comptoneffekt dem Photoeffekt immer mehr.

### c) Paarerzeugung

Paarerzeugung findet nur bei sehr hohen Energien statt. Dazu muss ein Photon die nötige Energie zur Erzeugung eines Elektron-Positron-Paars besitzen. Je energiereicher das Photon, umso eher kann dieser Prozess stattfinden. Es wird also bei höheren Energien immer unwahrscheinlicher vor Eintritt des Effekts noch an einem Elektron zu streuen.

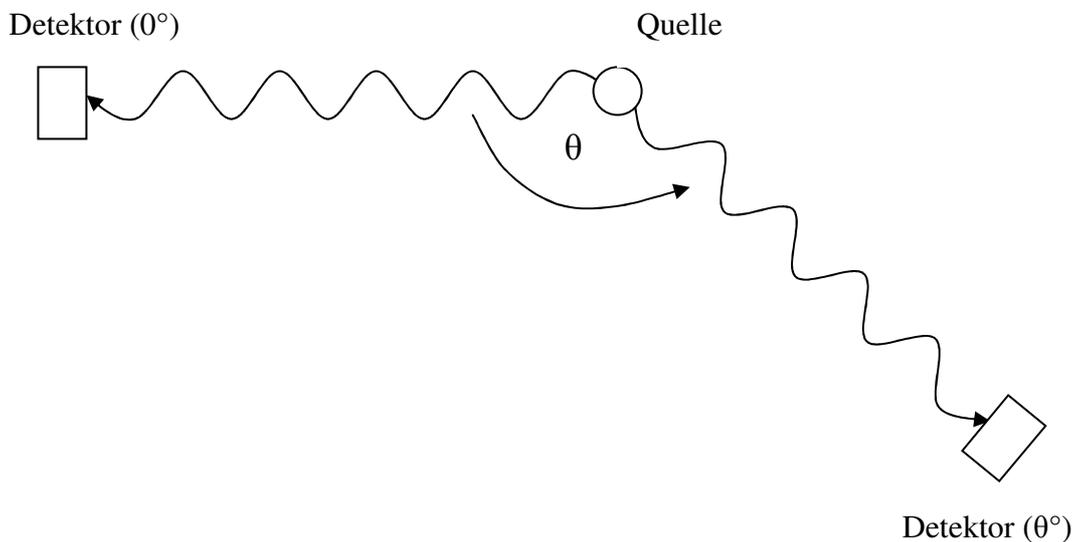


### III. Aufbau und Durchführung



Blockschaltbild der Koinzidenzmessung

Zur Messung werden zwei NaJ-Szintillatoren als Detektoren benutzt.



Versuchsaufbau

Um zwei unabhängige Gleichungen für  $a_2$  und  $a_4$  zu bekommen, lassen wir den ersten Detektor bei  $0^\circ$  fest und messen mit dem zweiten Detektor, jeweils bei  $\theta = 90^\circ$ ,  $135^\circ$  und  $180^\circ$ .

Es werden die Einzelzählraten  $N_1$  (1. Detektor) und  $N_2$  (2. Detektor), sowie natürlich die Koinzidenzen  $N_k$  gemessen.

Die später gemessenen Koinzidenzen werden sich aus den echten sowie den zufälligen Koinzidenzen zusammensetzen. Um nun später die Koinzidenzen von den zufälligen bereinigen zu können, beginnen wir mit einer Messung der zufälligen Koinzidenzen. Hierfür schalten wir vor einen der Zähler eine Verzögerung. D.h. vor einen der Zähler wird ein Kabel zwischengeschaltet, damit das eine Signal einen längeren Weg zurücklegen muss und somit später ankommt. In unserem Fall war dies eine Verzögerung von 132ns.

Mit der Gleichung,

$$N_z = \tau_A N_1 N_2$$

sind wir dann auch in der Lage die Auflösungszeit  $\tau_A$  zu bestimmen.

Damit wir später auch nur Koinzidenzen verwenden die aus unserer Quelle stammen, messen wir auch einmal ohne Quelle und nehmen somit nur den Untergrund auf. Dieser wird später ebenfalls von den gemessenen Koinzidenzen abgezogen (das gleiche gilt für die Einzelzählraten).

## IV. Auswertung

Der Messdaten werden auf zwei Arten ausgewertet:

### 1. Methode:

Es werden alle Messwerte für einen jeweiligen Winkel  $\theta$  addiert. Dies kommt einer Messung gleich, die pro Winkel jeweils über eine Zeit von  $t = 3 \cdot 400s$  geht.

Aus diesen Daten, werden dann die Werte für  $K(135^\circ)$ ,  $K(180^\circ)$  berechnet und damit anschließend die Koeffizienten  $a_2$  und  $a_4$  berechnet.

### 2. Methode:

Hier wird nun jede Messreihe separat betrachtet. Der Rest geschieht dann analog zur 1. Methode.

### Berechnung der Koeffizienten

Aus  $K(\theta) = 1 + a_2 \cos^2(\theta) + a_4 \cos^4(\theta)$  folgt für die Winkel  $\theta = 135^\circ$  und  $\theta = 180^\circ$  die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned}K(135^\circ) &= 1 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} \\K(180^\circ) &= 1 + a_2 + a_4\end{aligned}$$

Damit folgt mit diesem Gleichungssystem für  $a_2$  und  $a_4$ :

$$\begin{aligned}a_2 &= 4K(135^\circ) - K(180^\circ) - 3 \\a_4 &= -4K(135^\circ) + 2K(180^\circ) + 2\end{aligned}$$

### Normierung

Dadurch, dass wir unsere Koinzidenzen auf das erste Wertepaar normieren, vermindern wir mögliche Fehler, durch eventuell wandernde Schwellen und/oder mangelhafte Justierung bei den jeweiligen Winkeln.

$$N_{Ki}^n = \frac{N_{Ki}}{N_{1i} \cdot N_{2i}} \cdot N_{11} \cdot N_{22} \quad ; \quad \begin{aligned}N_{Ki} &= \varepsilon_{1i} \cdot \varepsilon_{2i} \cdot A \\N_{1i} &= \varepsilon_{1i} \cdot A\end{aligned}$$

Es fallen somit die Zählerempfindlichkeiten  $\varepsilon_i$  heraus.

## Auswertung nach der 1. Methode

Mit Fehlerbetrachtung ergibt sich für „normierten Koinzidenzzählraten“:

$$N_{Ki}^n = \frac{N_{Ki}}{N_{li} \cdot N_{2i}} \cdot \underbrace{N_{11} \cdot N_{22}}_C \pm \sqrt{\left(\frac{1}{N_{li} \cdot N_{2i}} \cdot C\right)^2 (\Delta N_{Ki})^2 + \left(\frac{N_{Ki}}{N_{li}^2 \cdot N_{2i}} \cdot C\right)^2 (\Delta N_{li})^2 + \left(\frac{N_{Ki}}{N_{li} \cdot N_{2i}^2} \cdot C\right)^2 (\Delta N_{2i})^2}$$

$$N_K^n(180^\circ) = 3408 \pm 22,82$$

$$N_K^n(135^\circ) = 3183 \pm 26,13$$

$$N_K^n(90^\circ) = 2944 \pm 45,51$$

$$K(\theta) = \frac{N_K^n(\theta)}{N_K^n(90^\circ)} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{N_K^n(90^\circ)}\right)^2 \cdot (\Delta N_K^n(\theta))^2 + \left(\frac{N_K^n(\theta)}{N_K^n(90^\circ)^2}\right)^2 \cdot (\Delta N_K^n(90^\circ))^2}$$

$$K(135^\circ) = 1,0811 \pm 0,0189$$

$$K(180^\circ) = 1,1574 \pm 0,0194$$

Damit ergibt sich für  $a_2$  und  $a_4$ :

$$a_2 = 4K(135^\circ) - K(180^\circ) - 3 \pm \sqrt{(4)^2 \cdot \Delta K(135^\circ)^2 + (-1)^2 \cdot \Delta K(180^\circ)^2}$$

$$a_2 = 0,167 \pm 0,078$$

$$a_4 = -4K(135^\circ) + 2K(180^\circ) + 2 \pm \sqrt{(-4)^2 \cdot \Delta K(135^\circ)^2 + (2)^2 \cdot \Delta K(180^\circ)^2}$$

$$a_4 = -0,0096 \pm 0,085$$

Die theoretischen Werte von  $a_2 = 1/8 = 0,125$  und  $a_4 = 1/24 = 0,04167$  liegen somit noch in der Fehlertoleranz.

## Auswertung nach der 2. Methode

	N'k (2.Meth.)	mittelw	stabw	K(135)	K(180)	a2	a4	
180°	559,5 590,1278079	574,813904	21,6571306		1,10113782			
135°	514,5836585 566,3960703	540,489864	36,6369078	1,03538524		0,04040313	0,06073469	
90°	480,0570801 563,9791777	522,018129	59,3418844					
180°	581,9747968 524,839767	553,407282	40,400567		1,2412225			
135°	501,3963742 497,5026654	499,44952	2,75326794	1,12020207		0,23958577	0,00163673	
90°	431,0345077 460,6787531	445,85663	20,9616469					
180°	545,9244134 568,7980325	557,361223	16,1740912		1,14228949			
135°	523,3760044 545,157856	534,26693	15,4020949	1,09495866		0,23754516	-0,09525567	
90°	487,0376868 488,8291622	487,933425	1,26676439					
						0,17251136	-0,01096142	mittelw
						0,11441363	0,07875457	stabw

Wie man sieht, sind hier die Werte schlechter als bei der 1. Methode. Sie liegen aber auch noch in der Fehlertoleranz. Die Fehlertoleranz ist bei dieser Methode dazu auch noch größer.

## Bestimmung der Anisotropie

Nach 1. Methode:

$$A_n = K(180^\circ) - 1 = 0,157$$

$$\Delta A = 0,0194$$

Nach 2. Methode:

	1.Messreihe	2.Messreihe	3.Messreihe
An	0,10113782	0,12020207	0,09495866
Mittelw.	0,10543285		
Stabw.	0,01315838		

## V. Messprotokoll

Messprotokoll	0°	90°	135°	180°	Koinzidenzen
mit Quelle und Verzögerung von 132 ns	115797			104166	3
1.Messung Hintergrund	1656			1438	4
2.Messung Hintergrund	1678			1434	1
1. Messreihe	119316			103239	491
	119017			103546	552
	119040			103679	514
	119249			103614	558
	119425			103657	565
	119350			103440	594
	120158		105772		534
	118901		105583		580
	119569	103201			484
	120232	103055			570
2.Messreihe	119077			104581	591
	119744			105063	539
	119767		106228		521
	119256		105861		513
	119187	103737			436
	119603	103020			464
3.Messreihe	119218			106571	566
	119319			105854	586
	119527		106715		545
	119773		106598		568
	119825	103826			495
	119901	104010			498

Normierte Messreihen

1. Messreihe

	0°	90°	135°	180°	Koinzidenzen
117758				102221	559,5
117683				102004	588,5
118491			104336		528,5
117234			104147		574,5
117902	101765				478,5
118565	101619				564,5

2. Messreihe

117410				103145	585,5
118077				103627	533,5
118100			104792		515,5
117589			104425		507,5
117520	102301				430,5
117936	101584				458,5

3. Messreihe

117551				105135	560,5
117652				104418	580,5
117860			105279		539,5
118106			105162		562,5
118158	102390				489,5
118234	102574				492,5

## VI. Literatur und Quellangaben

- <http://www.wikipedia.de>
- V7. Messung der Winkelkorrelation von  $\gamma$ -Strahlung, Universität Karlsruhe