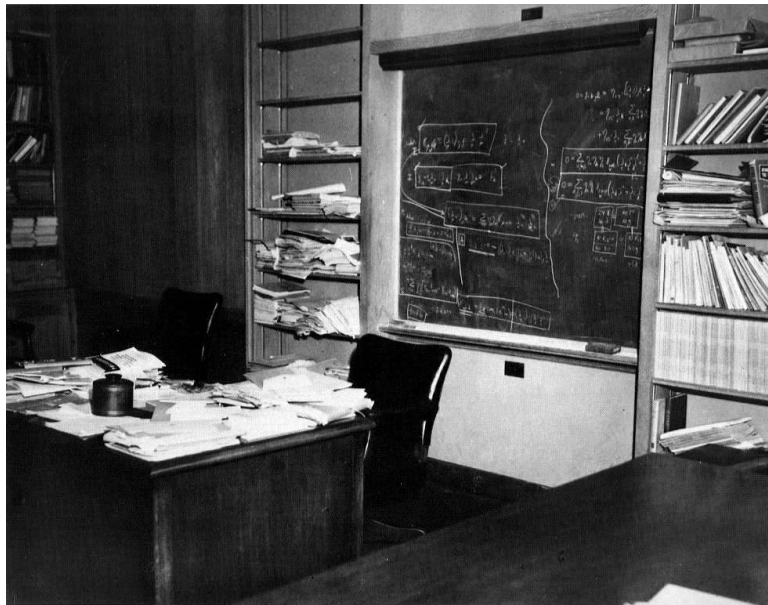


25. April 2005

# Zeeman-Effekt

Gruppe 36

<b>Christian Barth</b> m.samuel@gmx.net	<b>Simon Hone</b> shonc@web.de	<b>Christian Hütter</b> Christian.huetter@gmx.de
--	-----------------------------------	---



# I. Inhaltsverzeichnis

I.	Inhaltsverzeichnis .....	2
II.	Theoretische Grundlagen .....	3
1.	Normaler Zeeman-Effekt .....	3
2.	Anormaler Zeeman-Effekt .....	3
a)	Magnetisches Moment .....	3
b)	Lande-Faktor .....	4
3.	Paschen-Back-Effekt .....	4
4.	Quadratischer Zeeman-Effekt .....	4
5.	Stark-Effekt .....	5
III.	Experimenteller Aufbau .....	6
IV.	Durchführung des Versuchs .....	7
	Aufgabe 1: .....	7
	Aufgabe 2: .....	7
	Aufgabe 3: .....	8
V.	Auswertung und Fehlerbetrachtung .....	9
	Aufgabe 1: .....	9
	Aufgabe 2: .....	10
VI.	Literatur und Quellangaben .....	12
Anhang	.....	13
	Messprotokolle zu Aufgabe 1: .....	13
	Messprotokolle zu Aufgabe 2: .....	14
	Messprotokolle zu Aufgabe 3: .....	15

## II. Theoretische Grundlagen

### 1. Normaler Zeeman-Effekt

Der Zeeman-Effekt beschreibt das Aufspalten des Emissions- und Absorptionsspektrum der Atome in drei Komponenten unter Einfluss eines Magnetfeldes. Er wurde 1895 von H. A. Lorentz postuliert und ein Jahr später von dessen Mitarbeiter P. Zeeman experimentell bestätigt.

Eine einfache Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts, also ohne Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung der Elektronen, gelingt durch Betrachtung des klassischen Oszillatormodells. Unter dem Einfluss des Magnetfeldes lässt sich die folgende Newtonsche Bewegungsgleichung aufstellen:

$$\vec{r} + \omega_0^2 \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{v} \times \vec{B}$$

Das Lösen der Differentialgleichung führt, mit der Einführung der Larmor-Frequenz  $\omega_L$ , zu zwei möglichen Frequenzen:

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \omega_L = \omega_0 \pm \frac{e}{2m} \cdot B$$

Die Polarisation kann nun durch Betrachtung der Phasenfaktoren diskutiert werden. Hier ergibt sich für die Frequenz  $\omega_1$ , dass die Phase in x-Richtung der in y-Richtung um  $\frac{\pi}{2}$  nacheilt. Für die Frequenz  $\omega_2$  eilt diese voraus. In z-Richtung, also parallel zum Magnetfeld, gibt es keinen Einfluss. So ist die zu beobachtende Aufspaltung in drei Spektrallinien zu erklären.

### 2. Anormaler Zeeman-Effekt

Beim anomalen Zeeman-Effekt muss nun die Spin-Bahn-Kopplung mit berücksichtigt werden. Dies ist aber nur mit einer Diskussion im Rahmen der Quantenmechanik möglich. Zuerst betrachten wir die Pauli-Gleichung, also ein freies Teilchen im elektromagnetischen Feld. Für ein schwaches homogenes Magnetfeld erhält man:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{e}{2m} \vec{B} (\vec{L} + 2\vec{S}) + e\Phi$$

#### a) Magnetisches Moment

Bei der obigen Gleichung sieht man, dass es, genauso wie für den Bahndrehimpuls, auch für den Spin möglich ist ein magnetisches Moment zu definieren, der sich nur um einen Vorfaktor, den gyromagnetischen Faktor unterscheidet:

$$\vec{\mu}_L := \frac{e}{2m} \vec{L}$$
$$\vec{\mu}_S := g \cdot \frac{e}{2m} \vec{S}$$

Es ergibt sich für ein freies Teilchen im Magnetfeld also ein Vorfaktor von  $g = 2$ .

b) Lande-Faktor

Bei Mehr-Teilchensystemen, wie Atome es sind, ist dieser Faktor, auch Lande-Faktor genannt, jedoch komplizierter. Hier kommt es nämlich zu einer Kopplung zwischen Bahndrehimpuls und Spin. Man definiert deshalb einen Gesamtdrehimpuls  $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$ , der ebenso einem magnetischen Moment  $\vec{\mu}_J$  zugeordnet wird. Für den Lande-Faktor gilt dann:

$$g = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)}$$

Im relativistischen Fall ist es nicht mehr möglich den Lande-Faktor mathematisch zu definieren, er wird deshalb meist experimentell bestimmt. Dies wird vor allem bei Kernspinresonanz oder Magnetischer Resonanz umgesetzt.

Mit dem eingeführten Faktor ist nun der Zeeman-Effekt im schwachen homogenen Magnetfeld vollständig erklärbar. Der normale Zeeman-Effekt ergibt sich bei Atomen im Singulett-Zustand, also mit Spin  $s = 0$ , da hier keine Spin-Bahn-Kopplung stattfinden kann. Es kommt also nur zu einer Aufspaltung in die drei beschriebenen Spektrallinien pro Energieniveau.

Beim anomalen Zeeman-Effekt, z.B. bei Atomen im Triplett-Zustand, ergibt sich ein Spin  $s \neq 0$ . Damit wird der Lande-Faktor und damit der magnetische Moment, schlussendlich auch die Hamiltonfunktion, abhängig vom jeweiligen Zustand. Jeder Zustand kann also einer Spektrallinie zugeordnet werden.

### 3. Paschen-Back-Effekt

Der Paschen-Back-Effekt ist eine Folge aus der Verallgemeinerung des Zeeman-Effekts. Wir betrachten nun ein starkes homogenes Magnetfeld. Das anschauliche Modell über die Pauli-Gleichung ist nun nicht mehr verwendbar, da sich der quadratische Term des Vektorpotentials nicht mehr vernachlässigen lässt.

Bei genügend starkem Magnetfeld kommt es jetzt jedoch wieder zu einer Entkopplung des Spin-Bahn-Drehimpulses. Anschaulich ist dies zu erklären, dass durch das starke Magnetfeld die Elektronen daran gehindert werden ihre Spinrichtung zu ändern. Betrachtet man nun die abgestrahlten Wellen erkennt man, wie beim normalen Zeeman-Effekt, wieder die Aufspaltung in die drei Spektrallinien. Man nennt dieses Phänomen Paschen-Back-Effekt.

### 4. Quadratischer Zeeman-Effekt

Auch der quadratische Zeeman-Effekt ist eine Folge aus der Verallgemeinerung des Zeeman-Effekts. Hier nehmen wir jedoch an, dass wir uns nicht mehr auf ein homogenes Magnetfeld beschränken. Die Beziehung  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  die zur Berechnung des Vektorpotentials verwendet wurde ist nun nicht mehr trivial.

Mit der Beschreibung befasst sich nun der quadratische Zeeman-Effekt, wobei dabei das Magnetfeld bis zur quadratischen Ordnung betrachtet wird.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_n \vec{b}_n \cdot \vec{r}^n = \vec{b}_0 + \vec{b}_1 \vec{r} + \vec{b}_2 \vec{r}^2 + \mathcal{O}(\vec{r}^3)$$

## 5. Stark-Effekt

Zuletzt besteht noch die Verallgemeinerung vom bisherigen Magnetfeld nach einem elektromagnetischen Potential. Das macht besonders Sinn, wenn man das Vektorpotential  $\vec{A}$  als Vierervektor  $A^\mu$  betrachtet, wie es in der relativistischen Quantenmechanik, z.B. bei der Dirac-Gleichung, üblich ist:

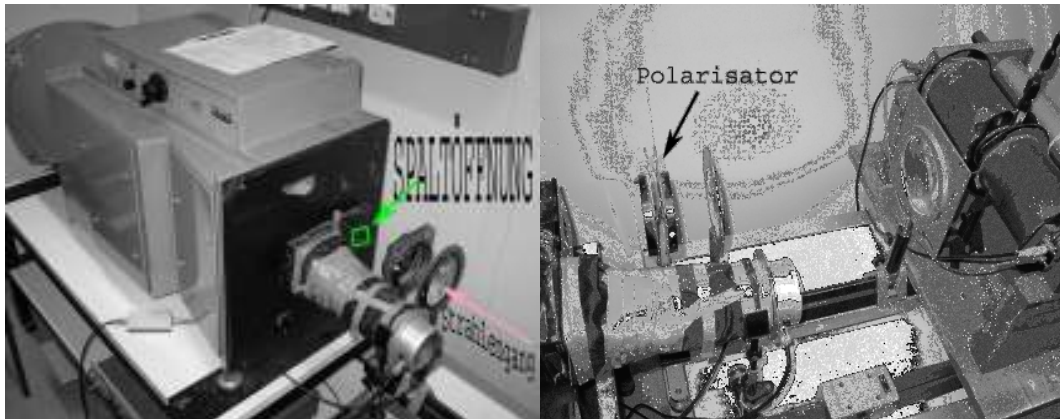
$$A^\mu = \left( \frac{\Phi}{c}, \vec{A} \right)$$

Die Zustände sind also nicht nur von einem extern angelegten Magnetfeld abhängig sondern auch von einem möglicherweise angelegten elektrischen Feld.

So ist also auch eine Aufspaltung der Spektrallinien beobachtbar, wenn man ausschließlich ein elektrisches Feld anlegt, der Stark-Effekt. Das Phänomen ist jedoch erst bei sehr starken Feldern auflösbar. Es ist vor allem keine vergleichbare Aufspaltung wie beim Zeeman-Effekt zu erwarten, da der elektrische Fluss erst in den relativistischen Korrekturtermen in die Spin-Bahn-Kopplung eingeht.

Man unterscheidet jedoch analog wie oben zwischen einem linearen und quadratischen Stark-Effekt.

### III. Experimenteller Aufbau



Das Licht der Helium-Lampe wird durch Linsen auf die Spaltöffnung des Spektrographen gebündelt. Mit Hilfe des Spektrographen können wir durch die ganze Frequenzbreite wandern, und jeweils die Intensität der gerade durchlaufenen Frequenz, dem Schreiber übermitteln.



## IV. Durchführung des Versuchs

### Aufgabe 1:

Nehmen sie ein Übersichtsspektrum im Wellenlängenbereich von 300nm bis 800nm auf. Wählen sie dazu die Spaltöffnung etwa 100 $\mu$ m, die Gitterdrehung 500 $\text{\AA}$ /min und den Schreibpapiervorschub 120mm/min. Wiederholen sie die Messung im Bereich von 500nm bis 800nm mit einem Rotfilter im Strahlengang.

### Versuchsdurchführung:

#### 1. Messung:

Wir nahmen das Übersichtsspektrum von angefangen 8000  $\text{\AA}$  bis runter zu 3000  $\text{\AA}$  auf. (Bei Ausgeschaltetem B-Feld)

Hierbei musste Rücksicht auf das Spiel im Getriebe genommen werde.

D.h. wir drehten z.B. hoch bis zu einer Wellenlänge von 8070  $\text{\AA}$  und drehten nun die beobachtete Wellenlänge auf den gewünschten Wert von 8000  $\text{\AA}$ .

Dies hatte den Effekt, dass alle Zahnräder im Getriebe in der gewünschten Drehrichtung auf Anschlag standen.

Der Papiervorschub des Schreibers wurde auf 6 cm/min gestellt.

Gitterdrehung des Spektrographen lag bei 500  $\text{\AA}$ /min.

#### 2. Messung:

Diesmal bauten wir einen Rotfilter in den Strahlengang und durchliefen die Wellenlängen von 8000  $\text{\AA}$  bis zu 5000  $\text{\AA}$ .

Der Papiervorschub des Schreibers wurde auf 6 cm/min gestellt.

Gitterdrehung des Spektrographen lag bei 500  $\text{\AA}$ /min.

### Aufgabe 2:

Nehmen sie die Zeeman-Aufspaltung der Linie 667,8nm in zweiter Ordnung als Funktion des Magnetfeldes auf (Gitterdrehung 1,25 $\text{\AA}$ /min, Papiervorschub 120mm/min,

Spaltöffnung 40 $\mu$ m bis 50 $\mu$ m):

- ohne Polarisator,  $B=0$
- ohne Polarisator,  $B\approx 1\text{T}$
- $\sigma$ - und  $\pi$ -Polarisation,  $B\approx 1\text{T}$
- $\sigma$ - und  $\pi$ -Polarisation,  $B\approx 0,2\text{T}$  und 0,4T bis 0,9T in 0,1T Schritten

### Versuchsdurchführung:

#### Messung a)

Bei eingebautem Rotfilter suchten wir die Linie 2. Ordnung von 6678  $\text{\AA}$  Wellenlänge.

D.h. wir suchten mit dem Spektrographen die Linie bei 13356  $\text{\AA}$ .

Die Linie von 6678  $\text{\AA}$  in zweiter Ordnung zu beobachten hat den Vorteil, die Auswirkung des Zeemaneffekt's deutlicher beobachten zu können, da die Linie zweiter Ordnung bei der Aufspaltung doppelt so weit auseinander geht.

Wir wählten eine Spaltbreite von 50  $\mu$ m.

Messung b)

Hier musste darauf geachtet, dass der Magnet sich bei Erzeugung des B-Feldes merklich erhitzte und somit auch der Widerstand des Magneten anstieg. Dies kompensierten wir, indem wir die Spannung nach Bedarf immer etwas erhöhten und den gemessenen Strom dadurch konstant hielten. Den benötigten Stromwert lasen wir aus einer Eichkurve des Magneten, die uns zu Verfügung gestellt wurde.



Messung c)

Hier stellten wir einen  $\sigma$ - und  $\pi$ -Polarisator in den Strahlengang. Die Messung wurde nun einmal bei  $\pi$ -Polarisation und einmal bei  $\sigma$ -Polarisation durchgeführt

Messung d)

Hier wurde nur bei  $\sigma$ -Polarisation gemessen, wie in der Aufgabenstellung verlangt, bei 0,2 Tesla, 0,4 Tesla und bis 0,9 Tesla in 0,1 Tesla-Schritten

### Aufgabe 3:

Untersuchen sie die Zeeman-Aufspaltung einer beliebigen anderen Linie des He-Spektrums und entscheiden sie, ob es sich um einen normalen oder anomalen Zeeman-Effekt handelt.

#### Versuchsdurchführung:

Wir versuchten eine Spektrallinie des Orthohelium zu finden, da dort ein anomaler Zeeman-Effekt zu erwarten war. Im Messbereich zwischen 1413,2-1413,5nm wurden wir zweimal fündig. Es handelte sich laut Termschema um Spektrallinien zweiter Ordnung des Orthoheliums, von Elektronen die von der 3s auf die 2p1 bzw. 2p2 Schale springen. Dabei ist der  $3s \rightarrow 2p1$  jedoch der wahrscheinlichere Sprung, so dass wir in unserer weiteren Betrachtung den  $3s \rightarrow 2p2$  vernachlässigen können.

Nun führten wir die Messung bei einem Magnetfeld von 1Tesla durch um den erhofften anomalen Zeeman-Effekt vorzufinden.

Wie erwartet war eine unsymmetrische Aufspaltung der Spektrallinie zu erkennen. Die zu Erwartenden vier Spektrallinien konnten nur erahnt werden. Es war uns aber wegen des schon maximalen Magnetfeldes jedoch nicht möglich die Linien besser aufzulösen.

Wir führten die Messung noch bei einem Magnetfeld von 1Tesla jeweils bei  $\sigma$ - und  $\pi$ -Polarisation durch. Eine erhoffte Verbesserung beim Erkennen der aufgespalteten Linie trat jedoch nicht ein.



## V. Auswertung und Fehlerbetrachtung

### Aufgabe 1:

Bei folgenden Wellenlängen haben wir Peaks gemessen:

Messung / nm	Intensität	Übergang	Literaturwert / nm
791,25	sehr schwach	höhere Ordnung	
776,25	sehr stark	höhere Ordnung	
726,5	sehr stark	3S -> 2P	728,13
705,0	sehr stark	3s -> 2p1 (2p2)	706,52
665,8	sehr stark	3D -> 2P	667,81
609,17	sehr schwach	Nicht bekannt	
586,67	sehr schwach	Nicht bekannt	
585,42	sehr stark	3d -> 2p1 (2p2)	587,56
543,33	sehr schwach	höhere Ordnung	
502,08	sehr schwach	4S -> 2P	504,77
498,75	sehr stark	3P -> 2S	501,56
489,58	mittel	4D -> 2P	492,19
468,75	schwach	4s -> 2p1 (2p2)	471,31
444,17	mittel	4d -> 2p1 (2p2)	447,15
385,83	mittel	3p1 -> 2s	388,86

Die Peaks höherer Ordnung konnten durch den Rotfilter im Bereich 500nm – 800nm ausgeblendet werden.

Vergleicht man Literatur- und Messwerte so erkennt man, dass sämtliche Messungen circa 2nm zu Tief liegen, die lässt sich darauf zurückführen, dass der Startwert nicht ganz exakt eingestellt, und der Spektrograph nicht genau zeitgleich mit dem Schreiber aktiviert wurde.

Die relativen Abweichungen sind zum einen mit einer Ungenauigkeit beim Ablesen zu erklären, die bei ungefähr 1mm liegen dürfte - was bei der gewählten Skalierung circa 0,83 nm entspricht - außerdem arbeiten sowohl der Spektrograph als auch der Schreiber nicht völlig genau, wodurch ein zusätzlicher Fehler entsteht.

## Aufgabe 2:

Aufgrund der symmetrischen Aufspaltung in ein Hauptmaximum und zwei äquidistante Nebenmaxima gleicher Intensität, schlossen wir bei der Linie 667,8 auf einen normalen Zeeman-Effekt.

Unsere Messungen lieferten folgende Ergebnisse:

B / T	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{2 \cdot \Delta\lambda}{\text{pm}}$	nicht Auswertbar	25	44,3	50	59,9	66,6	74,5	88,54

Die Frequenzverschiebung beim normalen Zeeman-Effekt beträgt:

$$i) \delta\nu = \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m} B \quad (\text{siehe II. 1.})$$

Da für Licht generell gilt:  $\nu \cdot \lambda = c$ , muss für eine Variation folgendes gelten:

$$ii) (\nu_0 + \delta\nu) \cdot (\lambda_0 - \delta\lambda) = c \Leftrightarrow \delta\nu = \frac{\nu_0 \cdot \delta\lambda}{\lambda_0 - \delta\lambda}$$

Da nun unser  $\nu_0$  circa 30000mal größer ist als  $\delta\nu$  für unser stärkstes Magnetfeld, kann

man getrost  $\delta\lambda = \frac{\Delta\lambda}{2}$  setzen, wobei  $\Delta\lambda$  der halbe gemessene Abstand der beiden

Nebenmaxima ist, da wir die 2. Ordnung betrachteten.

$$\text{Mit i) und ii) folgt dann: } \frac{e}{m} = \frac{2\pi \cdot \nu_0 \cdot \Delta\lambda}{B(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2})} \approx \frac{2\pi \cdot \nu_0 \cdot \Delta\lambda}{B \cdot \lambda_0} \quad (\text{da } \lambda_0 \gg \frac{\Delta\lambda}{2})$$

Setzt man unsere Messwerte nun ein erhält man:

B / T	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\frac{2 \cdot \Delta\lambda}{\text{pm}}$	25	44,3	50	59,9	66,6	74,5	88,54
$\frac{e}{m} \left[ \frac{\text{C}}{\text{kg}} \right]$	$1,32 \cdot 10^{11}$	$1,87 \cdot 10^{11}$	$1,76 \cdot 10^{11}$	$1,81 \cdot 10^{11}$	$1,76 \cdot 10^{11}$	$1,75 \cdot 10^{11}$	$1,87 \cdot 10^{11}$

$$\text{Wir erhalten als Mittelwert } \frac{e}{m} = 1,734 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Mögliche Fehler entstehen im Wesentlichen durch die relativ ungenaue Bestimmung von  $\Delta\lambda$  und I (für die Bestimmung von B) durch Ablesen. Bei gegebener Auflösung erhalten wir – wenn wir erneut 1mm Ablesegenauigkeit für  $2\Delta\lambda$  ansetzten – einen Fehler von  $\delta_f \Delta\lambda = 0,521 \text{ pm}$  außerdem setzen wir die Ungenauigkeit in I bei etwa 0,1A an, was einen Fehler in B von höchstens  $\delta_f B = 0,03 \text{ T}$  (für  $B \approx 0,4 \text{ T}$ , bei  $B \approx 1 \text{ T}$  liegt der Fehler nur noch bei  $\delta_f B = 0,01 \text{ T}$ ) zur Folge hat, wobei zu beachten ist, dass die Ungenauigkeit von B mit steigendem I stark abnimmt.

Das ergibt einen Gesamtfehler von:

$$\delta_f \frac{e}{m} = \left| \frac{2\pi \cdot v}{B \cdot \lambda} \cdot \delta_f \Delta \lambda \right| + \left| \frac{2\pi \cdot v \cdot \Delta \lambda}{\lambda \cdot B^2} \cdot \delta_f B \right|$$

Für kleinstauswertbares  $B=0,4\text{T}$  und größtes  $\Delta\lambda = 44,27\text{ pm}$  ergibt sich der maximale

$$\text{Fehler zu: } 5,5 \cdot 10^9 \frac{\text{C}}{\text{kg}} + 3,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}} = 4,05 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m} = (1,734 \pm 0,41) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Der Literaturwert für  $e/m$  liegt bei  $1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ , woran man erkennt, dass der tatsächliche Fehler deutlich kleiner ist.

## VI. Literatur und Quellangaben

- Gerthsen/Kneser/Vogel, Physik, Springer Verlag, 15. Auflage, 1986
- M. Böhm/A.Scharmann, Höhere Experimentalphysik: Eine Einführung in Theorie und Praxis, VCH, 1992
- <http://pauli.uni-muenster.de/menu/Lehre/quant-skript/node71.html>
- [http://www.biologie.uni-regensburg.de/Biophysik/Lang/Praktikum/ESR/HTML/esr\\_prakt\\_theo\\_k1.html](http://www.biologie.uni-regensburg.de/Biophysik/Lang/Praktikum/ESR/HTML/esr_prakt_theo_k1.html)
- Haken/Wolf, Atom- und Quantenphysik, Springer Verlag
- Mayer-Kuckuck, Atomphysik, Teubner Studienbuch

# Anhang

Messprotokolle zu Aufgabe 1:

Messprotokolle zu Aufgabe 2:

Messprotokolle zu Aufgabe 3: